

國立中興大學教材

森林生長收穫學

森林學系

馮豐隆 編著
葉怡儀 整理

教務處出版組編印
中華民國九十三年九月出版

森林生長收穫學目錄

第一篇 森林生長量化性態值

第一章 單株林木生長 <GY95-1.DOC>.....	1-1 ~ 1-6
第二章 單純、同齡林分的生長與發展 <GY95-2.DOC>.....	2-1 ~ 2-5
第三章 混淆林林分 <GY95-3.DOC>.....	3-1 ~ 3-15

第二篇 生長與收穫預測

第四章 單木之材積與重量之推測 <GY95-4.DOC>.....	4-1 ~ 4-17
第五章 影響林木生長因子 <GY95-5.DOC>.....	5-1 ~ 5-14
第六章 樹種、林型、景觀、生態系 <GY95-6.DOC>.....	6-1 ~ 6-7
第七章 立地品位之估測 <GY95-7.DOC>.....	7-1 ~ 7-10
第八章 林分密度 <GY95-8.DOC>.....	8-1 ~ 8-13
第九章 林齡 <GY95-9.DOC>.....	9-1 ~ 9-2

第三篇 林分生長、收穫之族群生態模式

第十章 模式 <GY95-10.DOC>.....	10-1 ~ 10-24
第十一章 模式種數 <GY95-11.DOC>.....	11-1 ~ 11-24
第十二章 模式描述對象—同齡木／異齡木 <GY95-12.DOC>....	12-1 ~ 12-11
第十三章 自我疏伐定律在林分密度管理上之應用<GY95-13.DOC>...	13-20

第十四章	生態演替模式 <GY95-14.DOC>.....	14-1 ~ 14-14
第十五章	評估模式上使用評估 <GY95-15.DOC>.....	15-1 ~ 15-3
第十六章	生長模式在森林經營決策中所扮演的角色<GY95-16.DOC>..	16-9
第十七章	森林生長收穫模式 <GY95-17.DOC>.....	17-1 ~ 17-21
第十八章	生長收穫於林木經營上之應用 <GY95-18.DOC>.....	18-1 ~ 18-10
第十九章	孔隙生長模式 <GY95-19.DOC>.....	19-1 ~ 19-6
附錄：歷年考題		

林木、林分生長、收穫與蓄積的描述

林木經營是一種經濟事業，對於投入之資本均依賴林木之生長來生利息故經營林業欲得最多利潤，確立林木經營上的方針策略，必須查知樹木或林分之生長狀態，查定或預測單位面積上之收穫量，以便決定最有利之伐期，以供經營計劃的依據。

所謂樹木生長(Increment)者，即木本植物於其木質部與韌皮部之間，每年所增加之內形成層(Cambium)部分。橫向擴增則為年輪(Year rings)，縱向擴增則為樹高(Height)，由橫向生長與縱向生長之增加，則為材積生長(Volume growth)。而林木每年之生長量(Increment)貯存之則為蓄積(Growing stock)，蓄積單位時間之增加量，又稱為生長。

伐採後則為收穫量(Yield)，蓄積與生長則互為因果關係。

$$\int \frac{dW}{dt} = W \quad \text{。 (harvest) 則為伐採}$$

林木生長與林分生長

森林內林木生長之合計，則稱為林分生長。林分生長比林木生長(單木生長)複雜，因其除包括單木生長之外，尚與隨時間變化林分結構及樹種或林木大小之組成分布有關。枯死與晉級生長之自然作用及收穫與撫育更新伐採，能使林分結構(Stand structure)有所變遷。林分生長不會完全等於在初期所組成之各個樹木生長的總和。

$$V_{n+t} = V_n + G + I - M - C$$

V_{n+t} ： $n+t$ 時的總生長量（收穫量）

V_n ： n 時的總生長量

G ：存留木生長量

I ：晉級生長量

M ：枯死量

C ：伐採量

生長量的表示法

(一)以性質來分

1.體積生長(Volume increment)

2.形質生長(Quality increment)

3.價格生長(Price increment)

合計之成總價格生長(Total price increment)

(二)由單木或林分來分

1.單木生長量(Increment in individual tree)

2.林分生長量(Increment in stand)

(三)由測定部位來分

1.直徑生長量(Diameter increment)

- 2.斷面積生長量(Basal area increment)
- 3.樹高生長量(Height increment)
- 4.材積生長量(Volume increment)

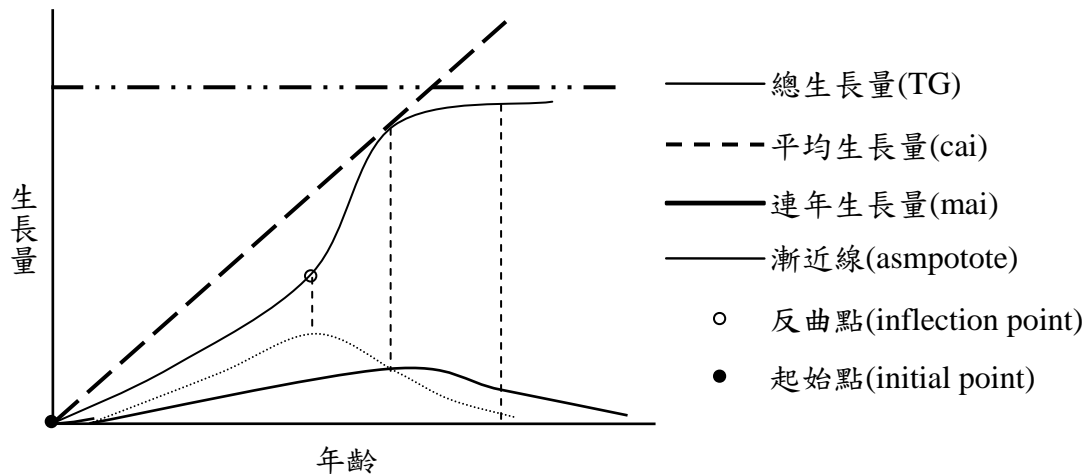
(四)由測計時期來分

- 1.現實生長量(Current increment)
 - a.連年生長量(Current annual increment)
 - b.定期生長量(Periodic increment)←平均生長量(mean annual increment, mai)
 - c.總生長量(Total increment)
- 2.平均生長量(Average increment)
 - a.定期平均生長量(Periodic annual increment)
 - b.總平均生長量(Mean annual increment)
 - c.伐期平均生長量(Mean annual increment in cutting age)

(五)由林分測定部分及生長變化情況來分

- 1.晉級生長量(Ingrowth)
- 2.枯死量(Mortality)
- 3.砍伐(Cut)

由上述各替生長量的表示法，我們可由林分生長量得知蓄積量、收穫量的多寡。而伐期齡或輪伐期的決定，一般亦可由連年生長量、平均生長量和年齡的關係圖來得知（如圖一）當連年生長曲線和平均生長曲線相交於點P，點P相對的年齡可供林業經營上確定伐期齡或輪期的重要依據。



圖一：典型的總生長量曲線(TG)、連年生長量曲線(CAG)、平均生長量曲線(MAG)以及這三種曲線的關係

第一篇 森林生長量化性態值

林木、林分生長、收穫與蓄積的描述

提供建立生長與收穫模式的理想資料，應該是數個基於相同或類似環境條件且具有由建造到收穫伐採的完整年度的林分記載資料，稱之為真實生長序列(real growth series)(Pienaar 1965)。然而因為長時間的收集工作相當困難，當可資利用的永久樣區資料不足時，則使用涵蓋地位、林齡較廣範圍的臨時樣區資料，以空間換取時間的資料，這樣的林分資料稱為抽象生長序列(abstract growth series)(Pienaar 1965)。另外也可由樹幹解析(stem analysis)得到過去林木生長的記載，此種技術可由年輪得悉林木樹高、胸高直徑的生長和其形數的增加，更而得到斷面積、材積生長等。亦可由生長錐得木心的年輪寬，進而瞭解胸高直徑生長情形。

某一樹種或某些樹種組成(SPS)的林分，大都由：林齡(Age)、林地生產力(SQ)、密度(Den)和保育形式(treatment)等四個因子決定其生長與發育。所謂的保育形式為因應生產原木為目標之全部生產過程中，各部分有效技術系列之體系，包括栽植密度、間伐開始時期、間伐後應保留之立木株數、間伐之間隔時間、打枝、主伐期、至伐期留存株數等。

以下就(A)單株林木(B)單純、同齡林分的生長與發展兩大部分，分別討論樹高、胸高直徑、斷面積、材積、單位面積、個體數等性態值生長量化之研究發展過程及性態值與生長因子的量化關係。

第一章 單株林木生長

1.1 胸高直徑

胸高直徑係量測樹幹固定高度的直徑，林齡在同齡林林分，有兩種解釋：(1)為林分建立至目前所經過的時間(2)為種子發芽成苗，至今所經過的時間。胸高直徑與林齡的關係在生長研究上有兩種表示方法：(1)為生長速率/生長量(rate of growth)或稱絕對生長率(absolute growth rate, AGR)，因林木生長期長所以常以年為單位，謂之連年生長(current annual growth, cai)。(2)為總生長量(total growth; accumulated, growth)；生長速率與林齡所形成的曲線稱為直徑生長速率曲線(diameter growth-rate curve)。總生長量與林齡所形成的曲線稱為直徑生長曲線(diameter growth curve)。假如胸高直徑生長速率表示單位時間內胸高直徑(D)的改變量，用 dD/dt 表之，為時間(t)的函數， $dD/dt=f(t)$ ，則胸高直徑總生長量為 $Dt = \int_0^t f(t)dt$ ；生長速率，總生長量與林齡之關係圖可由圖1-1表之。

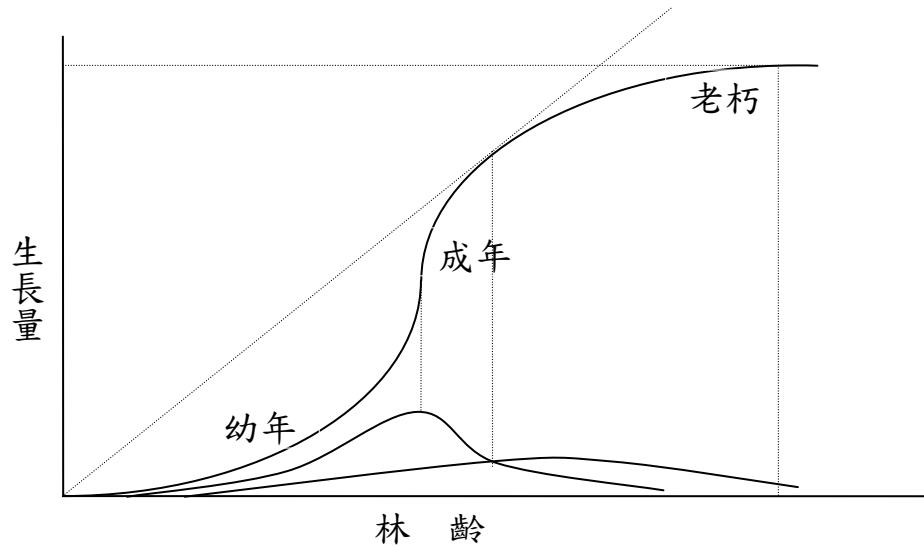
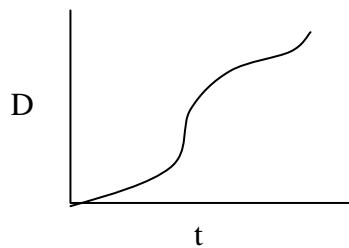


圖1-1：胸高直徑總生長量(——)與生長速率(---)間的關係圖

一般的生長形態大體一樣，但會隨相同地點不同樹種，或相同樹種不同位置而異。然而不同密度對直徑生長的影響較受大家重視。

林木直徑生長的重要研究，如Schumacher(1962)、白石則彥(1985)、Smith *et al.*(1987)以胸高直徑生長速率為依變數、時間、密度為影響因子，求胸高直徑的生長 $\frac{dD}{dt} = f(t, Den)$ 。Bredenkamp及Gregorie(1989)將Richards生長模式應用於不同林分密度的玫瑰桉直徑生長時，發現當林分發生競爭及枯死現象時，初期生長停滯，過後又重新生長並且超越先前的漸近線，再往上生長(在這種生長情況，Richards式無法適用，但是若使用Schnute式時，則能充分表現出重新再往上生長的現象)。



1.2 斷面積生長

斷面積可說是胸高直徑衍生出來之變數，若以 dB/dt 代表斷面積生長速率，表斷面積，則在一段期間($t, t+1$)之斷面積生長速率(dB/dt)可由胸高直徑生長速率(dD/dt)求出， $dB/dt = \pi/2[D_t(dD/dt)]$ 。而當胸高直徑生長率維持一定，斷面積生長率會隨胸高直徑增大而增大，可由數學式推衍得之斷面積最大生長速率發生於胸高直徑之後。

$$\frac{dD}{dt} \rightarrow \frac{d\beta}{dt}$$

$$\beta = \pi r^2 = \pi \left(\frac{D}{2}\right)^2$$

$$\frac{d\beta}{dt} = 2(\pi) \left(\frac{D}{2}\right) \frac{dD}{dt}$$

1.3 樹高生長

由於樹高和林齡的關係，可以決定地位(site quality)，所以其間的關係式，頗受重視。樹高生長通常是發生於胸高直徑生長之前；雖然相似地位的林木樹高生長速率有所不同，但其趨向則大體一致，至於對某一樹種在不同環境下其生長關係圖會改變，這個事實已廣泛用於生長，收穫學和地位評價(site evaluation)。樹高生長曲線可用多次式表示之，如1-1式：

$$H = a_0 + a_1t + a_2t^2 + \dots\dots\dots(1-1)$$

像這樣的數式，在做內插(interpolation)時效果很好，但對整個林木生活史的描述則不佳，而且在做外插(extrapolation)求解時要相當注意，因為是趨近一漸近線(asymptote)，描述這樣曲線的函數(當 $t \rightarrow \infty$ 時)稱為漸近線函數(asymptotic function)。用這樣的模式來描述樹高生長較理想。

以下係以往被提出應用於樹高生長之漸近模式，如Buckman(1962)提出有機生長率(organic growth rate)和有機時間單位(organic time)描述樹高生長，Curtis(1964)利用樹幹解析的林齡—樹高關係曲線來探討地位曲線式。Carmean(1972)亦利用樹幹解析資料來探討美國中部幾個州的四種高地橡樹而以 $H=b_1(1-e^{-b_2 \text{Age}})^{b_3}$ 式來探討，Lenhart(1972)亦使用樹幹解析資料來改進樹高林齡資料，Burkhart *et al.*(1972)利用Schumacher式導出地位指數。

1.4 材積生長

斷面積生長率積聚(累積)量(B)，一般發生於樹高生長之後而在時間過程裏材積(V)和斷面積(B)的最大連年生長量發生時間前後的關係如下：如樹幹材積V，與 D^k 成比率($k>2$)則樹的最大材積連年生長量(dV/dt)，又稱絕對生長量(AGR)。材積連年生長量發生於斷面積生長(dB/dt)之後。連年生長量可以代替生長速率，其他還有二種表示生長的方法，即：(1)年平均生長量(mean annual increment, mai)，若以材積來說明，年平均生長量(MV)定義為 $MV=Vt/t=F(t)/t$ 式中Vt為材積，是時間t的函數。(2)相對生長量(relative growth rate, RGR)，又稱生長率，若以數式表之，則為 $(dV/dt)/V$ 。

MV 最大時，表示 $Vt/t=F(t)/t$ 的一次微分為 0

$$\text{即 } (tF'(t)-F(t))/t^2=0$$

$$\text{也就是 } F(t)/t=F'(t)=dV/dt \quad \dots\dots\dots(1-2)$$

此表示當平均生長量最大時即平均生長量＝連年生長量。在此點以前，連年生長量>平均生長量，在此點之後，連年生長量<平均生長量，而此時亦是平均生長量曲線與連年生長量曲線相交之點。連年生長量與平均生長量之間的關係若以數式表示則此兩者的關係，可由圖1-2表示。

生長速率雖然是連續改變，但由於瞬間改變率(instantaneous rate measures)即使可獲得也非常小，所以一般都由某一期間之平均生長量代替連年生長量使用。

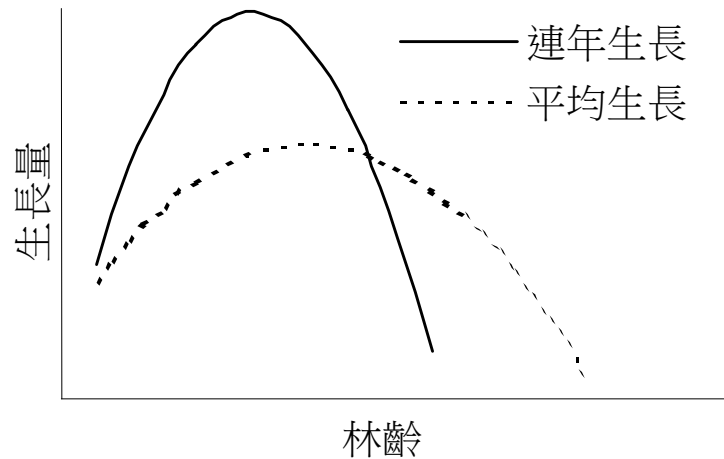


圖1-2：連年生長量曲線與平均生長量曲線的關係圖

相對生長速率(RGV, R)，若以材積相對生長量(Rv)說明，可以以數式表示如下。

$$Rv = (1/V)(dV/dt) \dots\dots\dots(1-3)$$

平均相對生長速率(mean relative growth rate, Rv)和平均單位葉率(mean unit leaf rate, E)是有關植物生長的兩大考慮因子，常是生長模式創立的根源(Causton and Venus, 1981)，這兩個因子若以數式表示，如下：

(1)平均相對生長速率

$$\overline{Rv} = \left[\frac{1}{(t_2 - t_1)} \right] \int_{t_1}^{t_2} Rv \cdot dt \dots\dots\dots(1-4)$$

(1-3)代入

$$\begin{aligned} \overline{Rv} &= \left[\frac{1}{(t_2 - t_1)} \right] \int_{v_1}^{v_2} \left(\frac{1}{v} \right) \cdot dv \\ \therefore \int \left(\frac{1}{v} \right) &= dv = \ln V \\ \therefore \overline{Rv} &= \left(\frac{\ln V_2 - \ln V_1}{t_2 - t_1} \right) \dots\dots\dots(1-5) \end{aligned}$$

(2)平均單位速率(mean unit leaf rate)

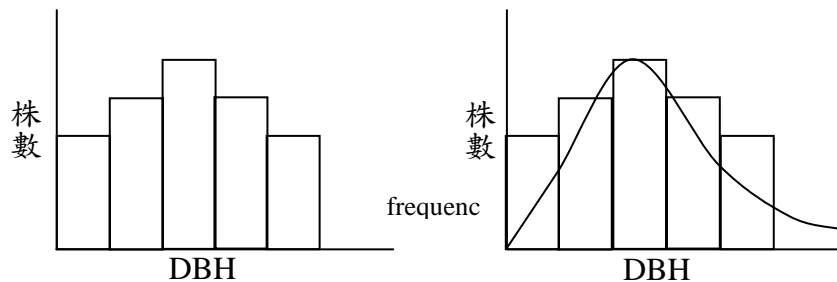
$$\overline{E} = \left[\frac{1}{(t_2 - t_1)} \right] \int_{t_1}^{t_2} E \cdot dt$$

第二章 單純、同齡林分的生長與發展

為了更有效地了解單純同齡林的生長，吾人常將林木依直徑，樹冠等性態值予以區分，這種林木社會族群的分類，主要目的在於增進生長收穫推算的準確性。除非這種分類定義得很清楚，否則將會受主觀影響很大，而導致項目上呈現不穩定。為了避免主觀，現在常以數學式來描述整個林分的分佈，如直徑的分佈。

2.1 胸高直徑分佈

為了有效掌握林分生長情形，則不僅要瞭解林分平均胸高直徑的發展，而且要知道各直徑級的林木分佈。連續機率密度函數(probability density function, pdf)用來描述直徑分佈，而且函數中的母數常被用來做估測或推測林分生長收穫的工具。1898年法人Deliocount即已發展描述直徑分佈的數學與統計模式，並提出值來說明異林齡林分的倒丁型林分構造。早期同齡林鐘型直徑分佈和母數隨時間改變的研究，是由Meyer最早將Charlier type A曲線使用於林分構造的量化分析中(Prodan, 1968)。Clutter and Bennett(1965)首先將 β 連續機率密度函數使用於收穫模式的直徑分佈法中，後來Bailey and Dell (1973)將Weibull函數引進。而成為林業上廣為應用的機率密度函數。



2.2 林分胸高直徑的生長

林分胸高直徑常用的平均數有二：(1)二次平均數 (quadratic mean)或稱算術平均斷面積(arithmetic mean basal area)的胸高直徑，稱做斷面積平均胸高直徑(basal area of mean d.b.h, D_{ba})，(2)算術平均胸高直徑(\bar{D})。其實 D_{ba} 與 \bar{D} 的關係，是有如下的關係。

$$D_{ba} = \sqrt{\bar{D}^2 + S^2} \dots\dots\dots (2-1)$$

式中之 S^2 ：胸徑的變異

$$\bar{D} = \sum D_i / n$$

由此可知 $\bar{D}_{ba} \geq \bar{D}$ ；Husch *et al.*(1972)指出，若測定直徑的目的在計算斷面積和材積時，由於二次平均數胸高直徑與斷面積、材積的相關性較高，所以最好用二次平均數來表示該林分的平均直徑。至於林分胸高直徑的變化，一般用描述直徑分佈的機率密度函數之母數與時間，地位、密度的模式(Smalley and Bailey, 1974；Clutter *et al.* 1983；馮、羅 1986；楊、馮 1989(a))。由於百分數值是最大概似法(maximum likelihood)求解機率函數母數的方法，利用百分數(percentile)與林齡、地位、密度的模式(Abernethy, 1981，馮、林 1992)。Marson(1982)將 $dD/dt = ax \exp(b)/D$ (D 表DBH， a 、 b 為母數)用於幼齡林分之林分表推測(stand table projection)，此式優點在於易於應用且能

很適當的描述含有許多樹種的林分的直徑生長。

2.3 林分樹高生長

林分高生長以平均值如算術平均值或斷面積加權之平均林分樹高表之。林分高生長趨勢與單木樹高之生長曲線相似，更由於樹高生長受林分密度影響較小，且能反應林地生產力，所以林分樹高生長曲線常用來表示林地生產力。SQ→SI

(1)地位指數

有關以數學式量化某一特定林齡優勢木和次優勢木樹高，以為代表林地生產潛力，謂之地位指數式。此即說明林地材積生長潛能與樹高生長成正相關的前題假設。大部分基於地位的評估皆以地位指數曲線(site index curves)表之。任何一組地位指數曲線係含提供參考的量化符號或數字，而最常使用的方法是在某一特定的基準林齡(reference age)下的林分平均樹高，此基準林齡一般都選擇接近輪伐期(rotation age)之林齡。查定地位指數真正的目的在於瞭解與推測未來林分平均樹高發展型態的選擇。近年來，建立地位指數亦有以平均樹高資料為之；因為平均樹高是由逐漸減少的存留林木樹高平均值得來，而一般認為只有小於平均大小的林木才會枯死(Lee, 1971)。所以漸增的變異會自然地導入生長曲線內，因為這個理由，則採取較高樹高林木的樹高顯然較全林分平均樹高來得好。而所謂較高部分的樹高定義為每公頃內最高大樹木40株或100株之平均樹高或類似優勢木數株的樹高平均值。這個平均樹高是基於一定數目的單株。其實，較高林木之平均樹高與優勢木，次優勢木平均樹高資料間成直線關係(楊1975)。

(2)樹高曲線式

若要準確地量測樹高是相當耗費時間，所以森林從業人員通常不直接去量測。在這種情況下"樹高—直徑"模式就很普遍地被使用，即由直徑推算樹高或由其他林分變數求得，至於樹高生長，亦可透過樹高—直徑模式間接預測其生長(Curtis,1967)。樹高與直徑的關係在生長收穫的研究裏是相當重要，在同齡林分裡，這種關係隨著時間而改變，倘若僅以利用外插法求得固定關係可能引起對生長、收穫的低估，所以需做時間的修正。表示樹高曲線的模式很多，式中有設定為總樹高，也有設定為胸高(1.3m)以上的樹高($H_{1.3}$)。

由Meyer(1930)提出的繪圖法(graphical methods)建議D-H關係曲線應該要能適當地描述資料，且應具下列特性。

- a、斜率皆為正，且當胸徑 $D \rightarrow \infty$ ，斜率為0
- b、與時間X軸相交
- c、森林工作者易於配合之直線迴歸

而拉長的S型曲線正符合以上條件，其實，若是對幼齡林無興趣或這林分目前不存在，則與時間軸相交的條件就不需要。雖然德達松樹高曲線(2-2)式的殘差均方(mean square error, MSE)雖小，但是函數的殘差並非常態分佈，這使得對數偏差(log bias)的修正工作產生困難(Flewelling and Pienaar, 1981)。

$$\ln(H_t - 4.5) = a_0 + a_1(\ln D_{0b}) + a_2(\ln D_{ab}) \quad (\text{Curtis, 1967}) \dots (2-2)$$

$$H = 4.5 + \exp(b_0 + b_1 D_{0b}^{b_2}) \quad (\text{Monserud, 1975}) \dots (2-3)$$

式中： H_t ：表樹高(ft)

$\ln D_{ad}$ ：取自然對數的斷面積平均胸高直徑(inch)

$\ln(D_{ob})$ ：取自然對數的帶皮直徑(inch)

$a_0, a_1, a_2, b_0, b_1, b_2$ ：母數(1ft=1.3m)

而Monserud(1975)所提的非線性函數(2-3)式，即可解決以上問題，但這樣的式子，由資料顯示其變異並不具均勻性(homogeneous)所以先由變異的分佈形狀利用迴歸分析使變異均勻化，以便提供迴歸常數最佳線性無偏推算值。

一般認為透過樹高—直徑模式即可準確預測樹高如(2-4)式，但Larsen and Hann (1987)提出林分斷面積和地位指數都會影響樹高直徑的關係，其認定(1)生長在地位好的林木較生長在地位不好的林木來的高，(2)在同樣林齡和相同地位的林分若其樹高一樣，則生長在密林裏的林木的胸高直徑較在疏林裏的林木來的小。所以Larsen and Hann (1987)提出(2-5)式。

$$H = D^2 / (a + bDcD^2) \quad \dots\dots\dots(2-4)$$

$$H_t = 4.5 + \exp(b_0 + b_1 D_{ob}^{b_2} + b_3 X_1 + b_4 X_2) \quad \dots\dots\dots(2-5)$$

而式中的 X_1 為增加的獨立變數如每英畝的斷面積(BA)，取自然對數的斷面積 $[\ln(BA)]$ ，地位指數(SI)，或取自然對數的地位指數 $[\ln(SI)]$ 由於每一條曲線，一般皆基於小樣本且通常是由不同的觀察者來量測，以致於這樣的曲線無法成一致性(consistency)且常常不具邏輯順序，因而導致在推算林木某期間生長時，會有錯誤和不合理的變化現象。

樹高—胸徑—林齡曲線倘若以樹高為胸高直徑，林齡函數的單一數式表示，來配合由樣區得到的量測資料，則可消除大部份人為的誤差(Curtis,)。樹高可表為直徑和林齡的函數，要是林齡固定則函數變為樹高—直徑關係式；若是直徑固定，則曲線類似於林木或林分的樹高—林齡曲線。但也不會相同，因為不同的樹冠級(crown class)—疏立木、優勢木、次優勢木、中庸木及被壓木，不同的林齡也會有相同直徑的樹。而在相同的直徑下，樹高和林齡的關係模式類似於樹高—直徑的關係。

Carmean(1972)利用具有截距和不具有截距的樹高生長曲線式來配合橡樹林齡—樹高的關係，另外利用對數轉換(logarithmic transformation)的資料來處理，結果顯示具有截距之曲線式效果不佳，尤其在幼齡1-5年，因為林齡—樹高曲線源於零點，即在0齡時，其樹高亦0；而非線性生長模式(nonlinear growth equation)在任何林齡皆配合佳，只有在幾個地方有點高估或低估現象，而在兩個不具截距的曲線式中 $H=b_1(1-e^{-b_2t})^{b_3}$ 又較 $H=b_1(1-e^{-b_2t})$ 來得好，所以其選擇 $H=b_1(1-e^{-b_2t})^{b_3}$ 做分析公式(t表林齡)。

2.4 林分斷面積生長

每公頃斷面積生長速率(dB/dt)，每單位面積之斷面積(BA)，其發展的行為與單株林木類似。Von Buckman(1962)研究美國紅松林分同齡林斷面積生長(dBA/dt)，以(2-14)式表之。

$$dBA/dt = a + bBA + c(BA)^2 + dt + e Si + f(t)^2 \dots(2-14)$$

式中：t：林齡
Si：地位
BA：斷面積
a, b, c, d, e, f：母數

Clutter (1963)將生長與收穫模式導成可以相容(compatible)的形式，其認為收穫為生長的總和，即總生長；說得更明確些，收穫模式是連年生長量模式的積分式，而連年生長量模式可由收穫模式微分導出： $\int \frac{dw}{dt} = W$

$$\text{材積生長模式：} dV/dt = b_1 VB(dB/dt) - b_2 Vt \quad \dots\dots\dots(2-15)$$

$$\text{材積收穫模式：} \ln V = b_0 + b_1 Si + b_2 (\ln B) + bt \quad \dots\dots\dots(2-16)$$

$$\text{斷面積生長模式：} dB/dt = -B(\ln B)t + c_1 tB + c_2 BSit \quad \dots\dots(2-17)$$

$$\text{斷面積收穫模式：} \ln B = c_0 + c_1 Si + c_2 t + c(\ln D)t + cSit \quad \dots\dots(2-18)$$

式中 $b_0, b_1, b_2, b, c_0, c_1, c_2, c$ ，為母數，V為材積，B為斷面積，t為林齡，Si為地位，而且在他的研究中是以絕對值的斷面積(B)代替林分密度百分比。另外，他又建議使用定期年平均生長量(Periodic Average Growth, PAG)代替某一生長期間的連年生長量，在用以代替瞬間生長速率。

Moser and Hall(1969)針對無法得知準確林齡之異齡林的收穫函數加以研究；假定材積(V)為斷面積(B)的函數 $V=f(B)$ ；而某一時點之斷面積(B)又為初期斷面積(B)與時間(t)的函數 $B_t=(B, t)$ ，導出材積連年生長量(dV/dt)為與林分斷面積(B)成正比的關係，又以Von Bertalanffy一般化模式 $dB/dt = nB^m - KB$ 表示斷面積連年生長量(dB/dt)和斷面積(B)間的關係，得到相當好的結果。總而言之，其最大貢獻係在沒有時間或林齡為獨立變數的情況下利用積分函數導出收穫函數。

Pienaar and Turnbull (1973)以Von Bertalanffy一般化生長模式為基礎，探討針葉樹同齡單純林的林木斷面積生長與收穫，分別就不同地位級、不同栽植密度的單株樹木生長及林木生長資料配合貝氏模式，探討模式推算值的變化範圍。此外，並說明其在生物上的意義，即生長速率是與同化作用率扣除異化作用率後的殘餘率成正比。各種不同栽植密度的林木斷面積生長皆可使用Von Bertalanffy的一般化生長曲線做適當的描述，樹高和材積生長亦能使用貝氏模式配合得很好。Richards一般化模式在林木生長應用的研究，以這一篇的成績最為卓越。一直到最近吾人發現Schnute一般化生長模式涵蓋更廣，前面所提的Von Bertalanffy 式及Richards 式皆只是其特例而以。此外Schnute式的母數如 Y_1, Y_2 可以直接由觀察資料得到，所推算的母數皆能相當的穩定(stable)，且能描述森林的再生現象等優點，所以頗值推廣應用(楊、馮,1989；馮、楊,1990)。

Schnute 式子如下：

$$\frac{dw}{dt} = \eta w^m - k w$$

$$\Rightarrow w = \left\{ \frac{\eta}{k} - c' e^{-(1-m)kt} \right\}^{\frac{1}{(1-m)}}$$

2.5 單位面積的株數

當一人工林同齡林分繼續生長時，某些單株所承受競爭力大於其塑性反應的能力，此時族群的塑性反應和枯死同時發生。過了此段時期，當林分再繼續生長時，則有依密度(density—dependent)枯死的現象發生。

單位面積之林木株數，隨著時間進展而減少的過程，可以枯死林木模式(mortality prediction model)處理。另一方面亦可由存留株數加以探討的存留林木模式(survival prediction model)求之。

2.6 單位面積之材積和樹木形數(tree form)的發展

材積生長曲線和林分胸高直徑，林分樹高一樣皆為拉長的型但不同於此二曲線則在於其反曲點發生於胸徑、樹高者之後。

林分形數(Fs)定義為

$$Fs = Vs / Bs \times Hs \quad \dots\dots\dots(2-19)$$

式中： Vs：林分材積 Bs：林分斷面積 Hs：林分平均樹高

$$Hs = Vs / Bs \quad \dots\dots\dots(2-20)$$

林分形數因子隨林齡漸減，而趨於穩定；而林分高形數(stand height form)可能因增加而平穩再趨減少。

林分平均材積定義為

$$Vn = \sum_{i=1}^m h_i B_i f_i / n = Vs / n \quad \dots\dots\dots(2-21)$$

Vn = 林分平均材積

Vs = 林分總材積

n = 林分的林木株數

h_i = 第i 株樹高

B_i = 第i 株斷面積

f_i = 第i 株樹高形數

以上這些定義可說只是理論之意義；而實際林分材積情形則不得而知，要是 $V_s = B_s \times H_s \times F_s$ ，其各部分如 B_s , H_s , F_s 皆能由實際的調查得來，則林分材積將顯較理想。

Pienaar (1965) 引用 Claturvedi 和 Redak 的話，"若一變數內含幾個組成分，各組成分的平均值乘積，並不等於該變數的平均"，若以林分材積來看

$$V_m \neq B_m \cdot H_m \cdot F_m \quad \dots\dots\dots(2-22)$$

式中的 m ：表示算術平均

因為平均材積木的胸徑 \neq 平均斷面積木的胸徑。

引用文獻

馮豐隆 1990 人工林林分結構與動態之研究 國立台灣大學博士論文 181pp.

第三章 混淆林林分

臺灣地區森林之樹種組成、林分結構與生長在空間與時間上的變異 *Spatial and Temporal Variability of Species Composition Stand Structure and Growth in Taiwan Area*

馮豐隆

Abstract

Species composition, stand structure and growing stock were studied in natural forest to gain an understanding of the spatial and temporal variability of stand. There are 143 plots belong to natural forest, including 11 forest types were studied. Important Value Index (IVI) were used to show the characteristics of species composition, stand structure and growing stock were estimated using Weibull function and diameter distribution method.

Results suggest that spatial factors such as altitude, slope, aspect of natural forest types makes apparent difference in stand structure, growth stock. Spatial factors may be used to predict the stand structure and growing stock.

摘要

本研究係欲掌握瞭解各種林型之樹種組成、蓄積與林分結構的資訊，研究中以柳檜等(1961)調查之台灣主要林型生態調查資料，建立天然林樹種組成、林分結構分析與林分生長蓄積推估模式，林分結構則採用機率密度函數來描述直徑模擬資料，求算各樹種、林型之林分結構與由直徑分布法所求算之林分蓄積分布，再配合該地區之地理資訊系統中空間地理因子—坡度、坡向、海拔高、山峰、山谷、山腰，藉以建立林分結構、蓄積推估模式，完成森林資源調查樹種組成、林分結構、林分蓄積之推估工作。

關鍵詞：地理因子、樹種組成、林分結構、林分生長、海拔高、坡度、坡向。

3.1 前言

林木是森林資源經營的主體，而林地又是林木著生發育的根源，於天然林裡林地的生長潛能決定於位置、地理等不變的因子，亦即不同的位置、地理環境孕育不一樣的樹種組成、林分結構、林分蓄積與林分生長，尤其臺灣地形變化相當大，此種現象就顯得更為複雜。然而以往的生長模式皆不考慮位置、地理因子，常僅以表生產力的地位因子來總括以致掩蓋了許多位置或地理因子所造成的差異，更而使生長模式的推測能力減弱。近年來地理資訊系統技術方興未艾，許多林業資料皆運用地理資訊系統，然而只有資料庫而沒有模式庫，以致無法更有效的提供林業經營決策所需要的資訊，無法促使林業經營合理化、科學化。森林的樹種組成、林分結構、林分蓄積等有關生物、生態資訊是森林資源經營最基本的資訊，在蓄積量增加量、最適覆蓋率決定、理想林分組成等措施的決定前都需要掌握這些資訊，而天然林樹種組成與林分結構正可充分反應該地的位置、地理因子，本研究擬以台灣主要林型生態調查的資料，加以分析臺灣天然林在不同位置、地理因子的林分性態值變異情形，並整理出各主要林型之樹種組成、林分結構與林分蓄積等林分性態值隨位置因子、地理因子變化之趨勢，更而建立推測模擬模式以利森林資源經營系統性的研究與規劃執行。

3.2 目的

- (一)探討位置因子(座標、位置)、地理因子(海拔高、坡度、坡向、山位)與樹種組成、林分結構、林分蓄積的關係。
- (二)地理資訊系統技術在天然林之樹種組成、林分結構、林分蓄積、林分生長收穫資訊系統上之應用。

3.3 研究理論：

(一)基本理論與假設

1.環境因子對植生組成、結構、蓄積之影響，有層次且次序相關性存在，以地形位置(topographic position)及方位(aspect)為最上層因子，可解釋大部分植生之地域變異，稱為環境層級觀念(Kellman 1980)。其間關係如下圖1。亦即地形、方位導致環境因子的不同，更而使著生長上的植生有所不同。

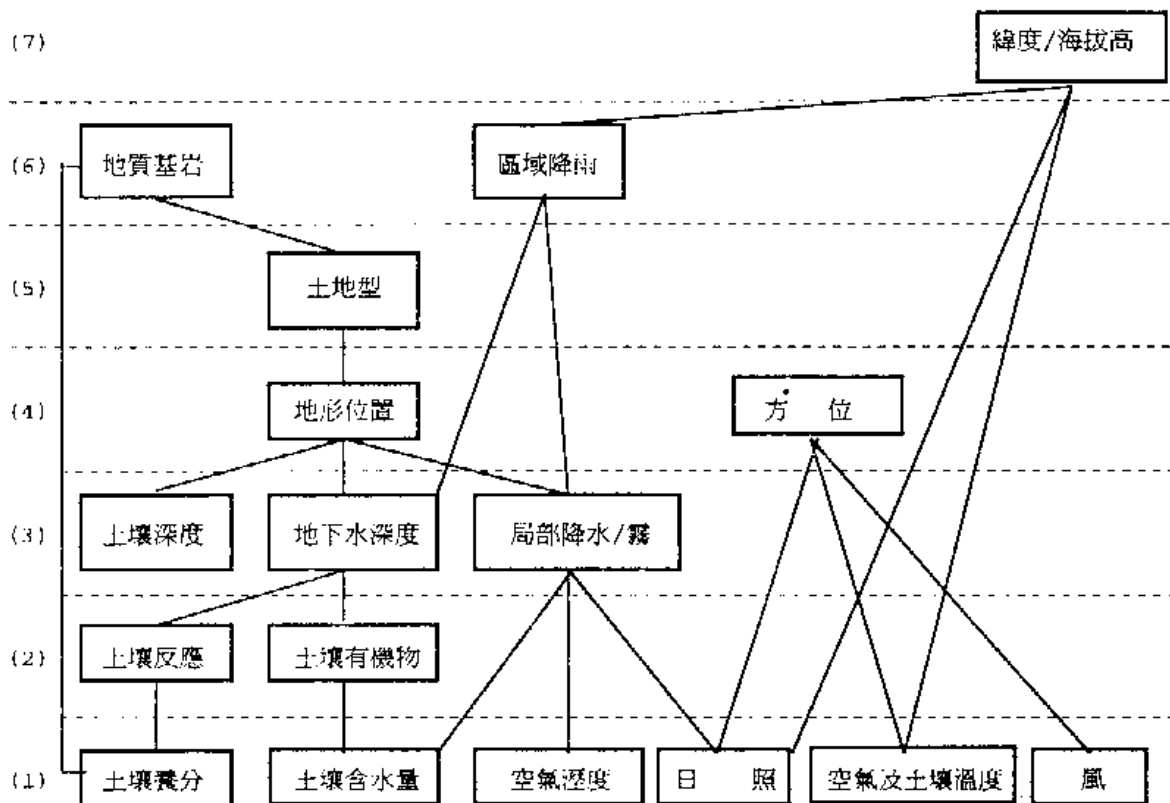


圖1 環境層級系統觀念示意圖(Kellman, 1982)

2.天然林之森林植群之組成、林分結構、林分蓄積是受生育地環境影響。

(1)樹種組成—用相對頻度、相對密度、相對優勢度之和表示之重要值。

重要值指數(Importance Value Index, IVI)

A.為學派改善DFD指數(Density-Frequency-Dominance Index)密度、頻度、優勢度(或覆蓋度)絕對值，指數大小沒有一定範圍，且三介量單位不一，總和以代表的不合理現象。

B.IVI為相對密度+相對頻度+相對優勢度，每個介量最大值為100，植物重要值之總合恆為300，若一植物社會值由一植物組成，則其重要值為

300。

C.重要值可顯示某植物於該林型或林分中相對重要性，且兼顧密度、頻度及優勢度之綜合特性(劉、蘇 1989)。

$$\text{相對頻度}\% = \frac{\text{某植物之頻度}}{\text{林分中所有植物頻度之總和}} \times 100\% \dots\dots\dots (1)$$

相對密度(*relativedensity*)%

$$= \frac{\text{某一植物之株數}}{\text{所有樣區內全部植物之株數}} \times 100\% \dots\dots\dots (2)$$

相對優勢度(*relative dominance*)%

$$= \frac{\text{某一植物之優勢度(或覆蓋度)}}{\text{所有樹種優勢度之總和(或覆蓋度)}} \times 100\% \dots\dots\dots (3)$$

$$\text{重要值指數(IVI)} = \text{相對頻度} + \text{相對密度} + \text{相對優勢度} \dots\dots\dots (4)$$

(2)林分結構

林分結構是指林地、樹種、林木各種性態值大小分布，為樹種生長習性，環境條件和經營實施的綜合結果(Husch, Miller and Beer, 1972)。天然林的林分結構可由林木的性態值如胸高直徑、斷面積、樹高、材積大小的分布加以說明。所以直徑分布是林分結構中的一種表示方法，乃因胸高直徑資料最易獲得，故常被使用，而直徑分布以Weibull機率密度函數(如(5)式)描述得最理想(馮1988)。

(3)林分蓄積

林分蓄積可由林分內單株林木材積累積，或直徑分布法(diameter distribution method)由各直徑級之材積累計，或全林分生長模式(whole stand method)由全林分材積與樹種、林齡、地位、密度、處理間的迴歸式推估而得。

3.4 資料之範圍與種類

收集、整理、建檔"台灣主要林型生態之調查"243處調查區(天然林11種，143區，冷杉林型5區，雲杉林型8區，鐵杉林型11區，高山松類林型10區，扁柏8區，紅檜林型10區，針葉混淆林14區，針闊混淆林5區，溫帶闊葉樹林型13區，亞熱帶林型，熱帶闊葉樹林型)。各樣區分布如圖2所示。

臺灣主要林型生態之調查小區分佈圖

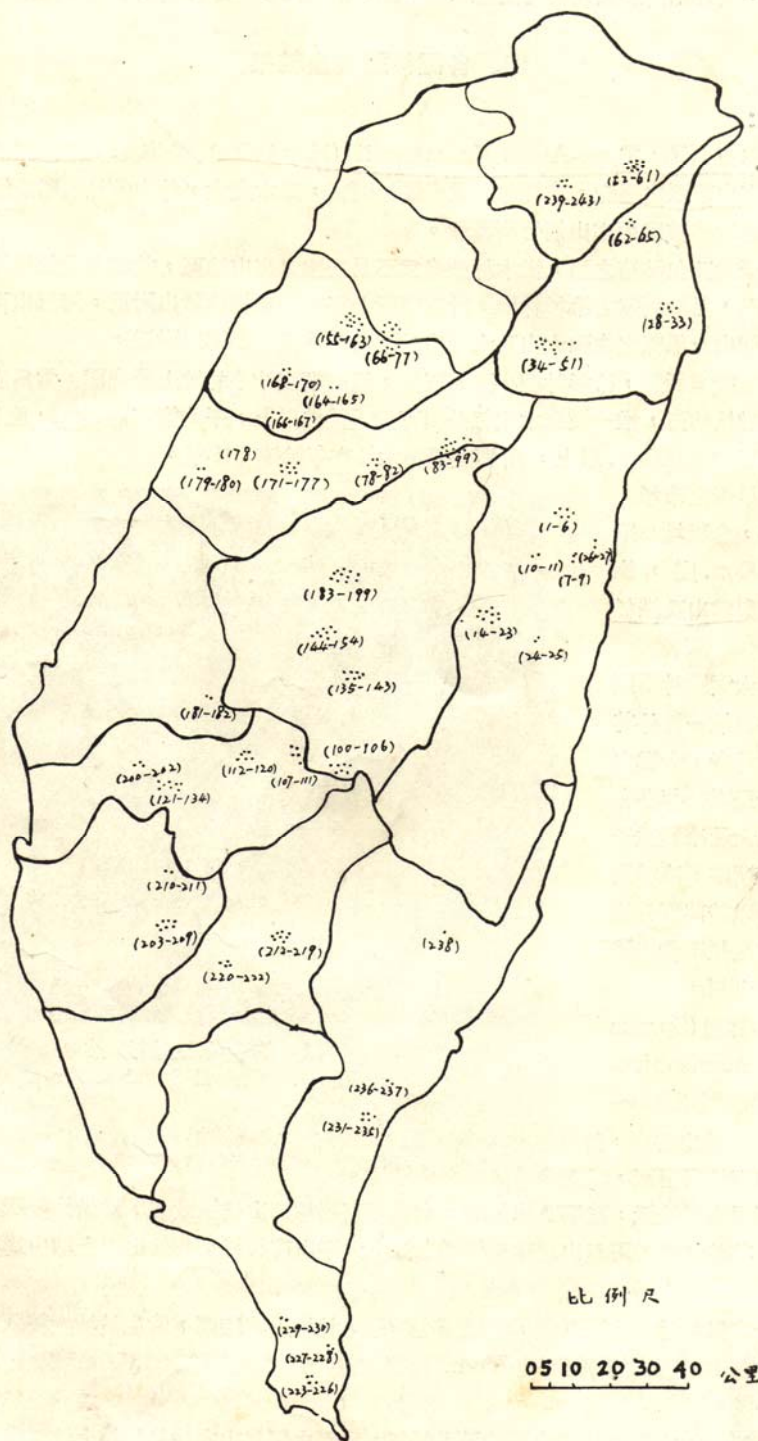


圖2 台灣主要林型生態調查樣區分布圖(柳楷，1996)

3.5 研究方法與進行步驟

(一)資料之建檔、處理程序

- 1.分別將各資料建檔，並轉換成DbaseⅢ，Lotus，PE2的檔。
- 2.天然林依林型，人工林依樹種代碼，後附加檔名分別為DBF、WK1或DAT。
- 3.將不同檔分別進行不同的處理，如TXT可至SAS、SYSTAT裡進行迴歸分析、變異分析，可製圖表，DBF送ARC/INFO地理資訊系統，然後結果再由ARC/INFO展示。

(二)資料分析及整理

1.植生分析之模式

(1)基本模式

- A.各主要樹種之材積式。
- B.各主要樹種之樹高曲線式。
- C.地位指數曲線式。

(2)林分樹種組成分析

- A.分析各林型調查區主要樹種組成—於樣區中之頻度、密度、優勢度，以決定林型、樹種別之重要值(IVI值)。
- B.整理各林型、樹種別在不同位置因子下，樣區所分布的方位、海拔、坡度、經緯度。

(3)林分結構分析

- A.採用三個母數之Weibull分布配置、描述各地面樣區、各樹種別、林型別胸高直徑分布並利用Dagostion、Wingo、Fitter、Harter求解母數方法推算Weibull機率密度函數的母數，及其樣區內之單株材積之累計。

Weibull機率密度函數

$$f(x, \theta) = (c/b)[(x-a)/b]^{c-1} \exp\{[-(x-a)/b]^c\} \dots\dots\dots(5)$$

式中的 $a \geq 0$ ， $b > 0$ ， $c > 0$

- B.以Weibull函數的母數變化來解釋、推測直徑分布之變化。
- C.以相關測定，分析各樣區間之Weibull 直徑分布母數B，C 值與林分各性態值間之相關性。藉以探討建立林分構造隨著UTM座標位置、海拔高、坡度、坡向、山頂、山腰等空間因子不同而改變之趨勢變化。

(4)林分蓄積量推估

- A.由林分內各單株之材積累計而得，再以其林分所佔面積為比例推估之，即 $SUV = \sum Vi$ 。

- B.利用直徑分布法累計各直徑級材積合計，再乘以每公頃林木株數即得，即 $V = Nt \int g(x)f(x, \theta) d\theta$ 。

Nt：每公頃株數

g(x)：樹高曲線式或材積式

f(x, θ)：描述直徑分布之機率密度函數，如Weibull pdf

2.環境因子

- (1)將各有關資料樣區之空間因子—坡度、坡向、海拔高外之其他因子如土壤、地形、生物因子予以查出。

(2)求算各樣區之環境梯度指數，如水分梯度、全天空光域、土壤深度等。

- 3.以空間因子為準，分析各樹種別、林型別之樹種組成，以空間因子為獨立變數，描述直徑分布之機率密度函數的母數值，或單位面積之材積量為依變數，建立林分結構或林分蓄積推估模式。

(三)重要研究工具、儀器配合使用情形

以OCR、ARC/INFO將地理資訊系統中的屬性檔與圖檔建立、選用，於SAS或SYSTAT處理分析以建模式庫，再進入ARC/INFO做樹種組成、林分結構、林分生長的網格以完成林木資訊全盤掌握。

- 1.文書處理：ET、CWI、PE3
- 2.資料建檔：Lotus 123—PE3—dBase III
- 3.統計分析：SAS、SYSTAT
- 4.生長收穫模式系統
- 5.地理資訊系統(GIS)：AutoCAD、ARC/INFO、TOPO

3.6 結果

(一)林分樹種組成分析

依台灣生態學家柳樞等(1961)將台灣天然林重要林型分成11型—冷杉、雲杉、鐵杉...，各林型之樹種組成經分析整理算出其頻度、密度、相對密度、優勢度、相對優勢和重要值。以下係以冷杉、雲杉、鐵杉、高山松林型植生群叢為例，其他群叢如附錄一。

表一：冷杉、雲杉、鐵杉、高山松林型植生群叢之頻度、密度、相對密度、優勢度、相對優勢度、重要值

冷杉林型植生群叢							
樹種	頻度	相對頻度	密度	相對密度	優勢度	相對優勢	重要值
鐵杉	100	0.5	7.6	28.79	1.1476	23.73	53.02
冷杉	100	0.5	18.6	71.21	3.6683	76.27	147.98

雲杉林型植生群叢							
樹種	頻度	相對頻度	密度	相對密度	優勢度	相對優勢	重要值
紅檜	12.5	0.047619	0.12	0.65	0.0019	0.02	0.717619
冷杉	12.5	0.047619	0.12	0.65	0.0849	1.31	2.007619
雲葉	12.5	0.047619	0.50	2.61	0.1657	2.57	5.227619
臺灣扁柏	25.0	0.095230	0.62	3.26	0.2407	3.74	7.095238
華山松	37.5	0.142857	1.00	5.22	0.2556	3.97	9.332857
鐵杉	62.5	0.238095	1.87	9.80	0.2334	3.62	13.658090
雲杉	100.0	0.380950	14.87	77.77	5.4510	84.72	162.87090

鐵杉林型植生群叢							
樹種	頻度	相對頻度	密度	相對密度	優勢度	相對優勢	重要值
長尾尖錐栗	9.09	0.037035	0.09	0.32	0.0132	0.17	0.527035
紅檜	9.09	0.037035	0.18	0.64	0.0174	0.23	0.907035
香杉	9.09	0.037035	0.09	0.32	0.1169	1.54	1.897035
冷杉	9.09	0.037035	0.45	1.60	0.0246	0.32	1.957035

雲杉	9.09	0.037035	0.36	1.28	0.2140	2.82	4.137035
華山松	36.36	0.148142	0.36	1.28	0.2264	2.98	4.408142
臺灣扁柏	63.63	0.259248	2.63	12.50	0.9363	12.35	25.10924
鐵杉	100.0	0.407431	23.27	82.05	6.0311	79.56	162.01740

高山杉類林型植生群叢

樹種	頻度	相對頻度	密度	相對密度	優勢度	相對優勢	重要值
青剛櫟	10	0.027777	0.1	0.38	0.0017	0.05	0.457777
白花八角	10	0.027777	0.2	0.77	0.0019	0.05	0.847777
臺灣五葉松	10	0.027777	0.3	1.15	0.0124	0.20	1.377777
其他闊葉樹	20	0.055555	0.3	1.15	0.0125	0.38	1.585555
雲葉	40	0.111111	0.6	2.31	0.0492	1.47	3.891111
紅檜	30	0.083333	1.0	3.86	0.0916	2.75	6.693333
臺灣扁柏	40	0.111111	2.6	10.03	0.1091	3.27	13.411110
鐵杉	60	0.166666	3.6	13.89	0.4144	12.43	26.486660
華山松	60	0.166666	4.50	17.38	1.0957	32.93	50.476660
臺灣二葉松	80	0.222222	12.3	47.49	1.5160	45.47	93.182220

由表一知冷杉林型中以冷杉為主，鐵杉次之；雲杉林型中以雲杉為主，鐵杉、華山松、台灣扁柏、紅檜、冷杉和闊葉樹的雲葉為輔。

(二)基本模式

林分的靜態或動態狀況與環境之間的量化關係或關係式的建立，都以組成林型的各樹種的樹高曲線式、材積式有密切的關係，現僅就(一)項所列本省主要林型有關樹種之樹高曲線式、材積式分別予整理如表二。

表二：台灣主要樹種、林型別材積式一覽表

樹種、林型	株數	材積式	樹高曲線	立木材積式來源
118 柳杉	61	$V=0.0000597 \times D^{18753322} H^{09740340}$	$H=e^{(0393170+0692453* \ln D)}$	75年羅紹麟、馮豐隆編
110 二葉松	60	$V=0.0001548 \times D^{17009881} H^{07211136}$	$H=e^{(0559306+0594311* \ln D)}$	75年羅紹麟、馮豐隆編
516 光臘樹	22	$V=0.0000772 \times D^{18780277} H^{08124601}$	$H=e^{(0552856+0730282* \ln D)}$	75年羅紹麟、馮豐隆編
502 相思樹	20	$V=0.0002045 \times D^{14366684} H^{08480426}$	$H=e^{(0580371+0675989* \ln D)}$	75年羅紹麟、馮豐隆編
120/103/119 / / =針一類 紅檜/肖楠/台灣杉	19	$V=0.0000996 \times D^{18505211} H^{07734283}$	$H=e^{(0470187+0621636* \ln D)}$	75年羅紹麟、馮豐隆編
110 其他闊葉樹		$V=0.0000862 \times D^{18742} H^{08671}$	$H=e^{(0824246+0496501* \ln D)}$	75年羅紹麟、馮豐隆編

樹種、林型	樣株	材積式	標準 誤差	複相關 係數	F值	立木材積式來源
102紅檜、119台灣杉		$V=0.0000944 \times D^{1994741} H^{0656961}$				62年林務局編製
104香杉、113鐵杉		$V=0.0000728 \times D^{1944924} H^{0800221}$				62年林務局編製

108琉球松		$V=0.0000502 \times D^{1.66283} H^{1.45112}$				59年劉慎孝、林子玉編
120其他松類		$V=0.0000625 \times D^{1.77924} H^{1.05866}$				59年黃崑崗編製
600一般闊葉樹		$V=0.0000464 \times D^{1.53573} H^{1.50657}$				57年劉慎孝、林子玉編
301、350-352樟楠類		$V=0.0000836 \times D^{1.8742} H^{0.8671}$				61年陳松藩編製
450儲標類		$V=-4.003857 \times D^{1.87512} H^{0.74554}$	0.065	0.0990		64年林子玉編
510木油桐	773	$V=-4.109545 \times D^{1.77029} H^{0.98239}$	0.050	0.0989	16806.16**	67年林子玉、楊豐昌、伍木林編
502相思樹	788	$V=-4.080811 \times D^{1.59987} H^{1.08927}$	0.048	0.0991	22519.65**	67年林子玉、楊豐昌、伍木林編
註1：**：1%顯著水準						
註2：樹種前號碼為樹種代號						

樹種、林型	材積式或樹高曲線式	株數	R ²	作者年代
101, 102檜木	$V=1.1439-0.0455D+0.0014D^2$	112		楊寶霖 1969
101, 102檜木	$(H-1.3)=0.417962D^{1.101522}$	103	0.9018	陳朝圳 1985.05
115雲杉	$Ht=11.9939+0.41963653D-0.00160765D^2$	225	0.478	洪良斌 羅新興 陳松藩 1980
117杉木	$\log V=0.71300+1.34335\log D$			劉慎孝 1969
118柳杉	$V=5.979663 \times 10^{-5} \times D^{1.8753322} \times H^{0.9740340}$ $H=\exp(0.393170+0.692453 \times \ln(D))$	61	0.99634	羅紹麟 馮豐隆 1985
		61	0.87386	羅紹麟 馮豐隆 1985
119臺灣杉	$V=-0.577200+0.002115D \times H-0.000305H^2$ $\log H=1.0740+0.4285\log D$	140		陳松藩 1979
			0.534	林照松 洪富文
206大葉桃花木	$V=0.0100-0.00871296D+0.00060626D^2+0.00047815DH$ $H=1.2501+1.16358447D-0.01701174D^2$		0.995	劉宣誠 林銘輝 曲俊麒 1981
			0.967	劉宣誠 林銘輝 曲俊麒 1981
301樟樹	$H=\exp(0.441023+0.743526\ln D)$	99	0.75323	羅紹麟 馮豐隆 1985
514泡桐	$Ht=2.668095+0.647227D-0.0100390D^2+0.000059D^3$	232	0.5898	劉宣誠 1974
600其他闊	$V=0.0000464 \times D^{1.53578} H^{1.50657}$			劉慎孝 林子玉 伍木林 1968
806桂竹	$V=26.032D^{1.5777} \times H^{1.1237}$	397	0.9830	黃崑崗 1972
806桂竹	$Ht=1.8144+1.803309D(D: \text{代口徑})$		0.8168	劉宣誠 任憶安 1971

(三)各林型生育地狀況

天然林的樹種組成、林分結構、林分的蓄積可以說是環境與林木樹種性質間各種關係互相影響的結果，林木樹種性質可說是基因所致，以樹種品系、林齡可以表示，而在環境上大體可區分為有機環境(即族群個體間)的結構變化與無機環境因子間的關係，有機環境吾人可以以族群密度或競爭表示之，無機環境則包括位置、地形、氣候、土壤等因子，然而由kellman(1982)綜合生態學之研究實例，提出陸域生態系之環境層級系統觀念，認為環境因子雖由許多獨立因子組成，但各因子間常具顯著相關與系統性的層級關係(Hierarchical system of environmental)，而這些環境因子間，則以位置因子的方位和地形因子為影響的根源，其可解釋大部分植群分布組成與林分結構、蓄積的變化，各種樹種組成類別、林型皆在相同或類似的生育環境出現，所以植群與無機環境間必可尋出相關的脈絡，Loucks(1962)認為各環境因子間具有因子補償(factor compensation)與因子相關(factor correlation)等作用而成因子的合成效應，所以可將環境因子加以整合出綜合的指數，謂之合成環境指數(synthetic environment index)。此處所指的合成環境指數為全天空光域與水分梯度。

樹種分布與其結構、蓄積無不是受植物光合作用的影響；光與水無不是無機環境提供植物有機體生長變化的二大因子，所以吾人以調查植物受光(太陽輻射量大小)程度的全天空光域值(whole lightsky space, WLS)和表示水分多寡的水分梯度(moisture gradient)來加以探討。

地理資訊系統中，主要組成因子的數位地形(Digital Terrestrial Model, DTM)資料中的海拔高、坡度值可計算全天空光域值；而坡向則透過方位、角度，直接換算相對水分梯度值(Day & Monk 1974)。

人工林的生長與收穫受林木的生態幅度與造林地環境影響很大，而天然林的植群組成與構造亦受生育地影響很大。亦即各林型有其分布的大生育地範圍(如經緯度、海拔高)，而在相同之大生育地之不同小生育地範圍(如坡度、坡向、海拔高)之林分結構、蓄積、生長亦都有所不同。

以下僅就天然林、人工林林型與生育地環境因子—海拔高之關係圖列如下：

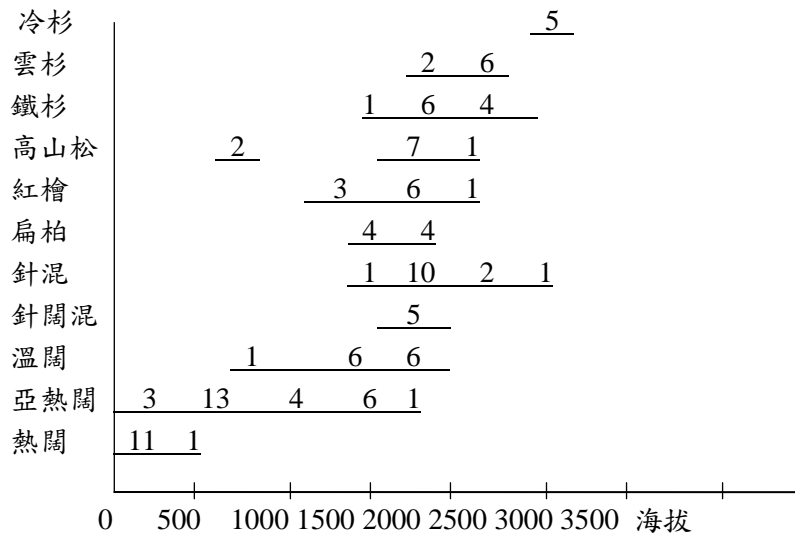


圖3. 臺灣各主要天然林林型樣區海拔分布圖

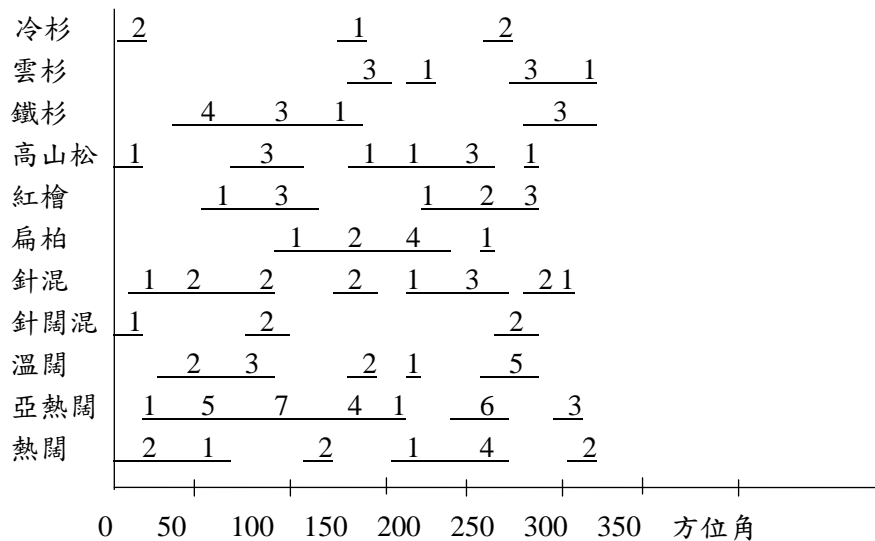


圖4. 臺灣各主要天然林林型樣區方位角分布圖

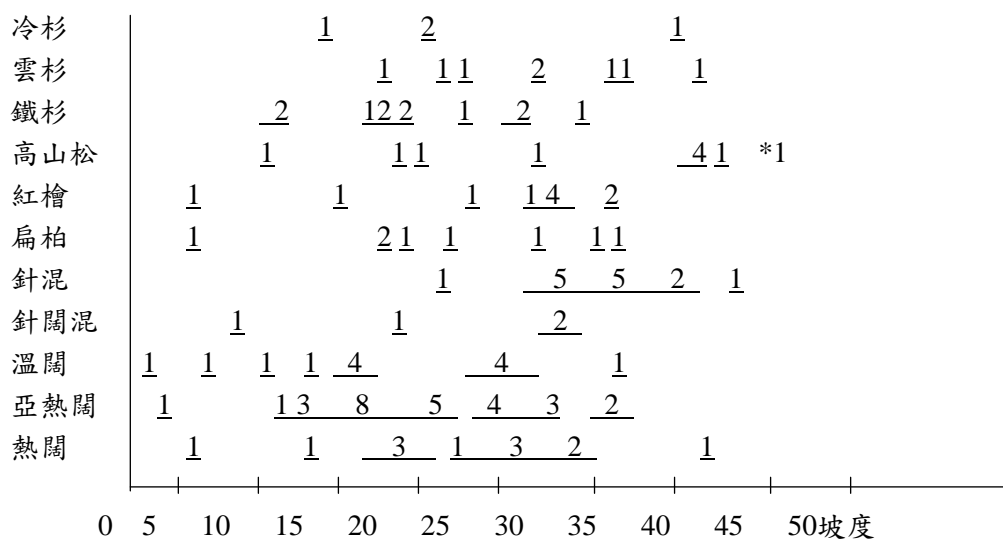


圖5. 臺灣各主要天然林林型樣區坡度分布圖

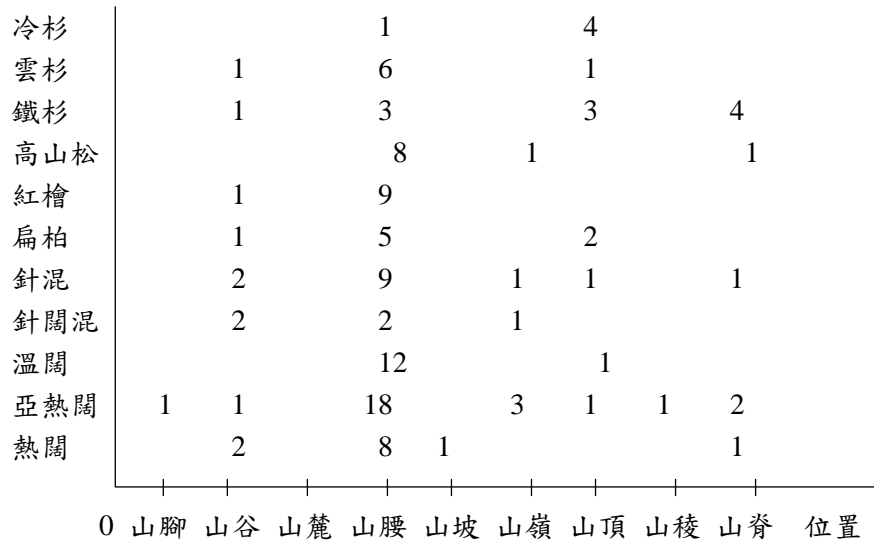


圖6. 臺灣各主要天然林林型樣區位置分布圖

註：臺灣各主要人工林、天然林型樣區各種分布圖詳見附錄二
由圖3可知任何一種林型都有其分布的高海拔範圍。

(四)林分結構分析

各林型的樹種組成有一定，且由於天然林尚無人為干擾，或干擾時間夠久已回復天然穩定平衡，故將其樣區內之林木的胸高直徑分布為林分結構加以分析，以Weibull機率密度函數來描述各樣區之直徑分布，各樹種於不同海拔高、坡度、坡向之直徑分布，藉以瞭解以機率密度函數母數表示各林型的林分結構於不同地點、位置、空間是否有變異。

表三 各調查樣區依海拔高區分之直徑分布b、c值

		Weibull			
		b		c	
海拔高(m)	樣區數 plot no.	平均值 b	標準差 SD _b	平均值 C	標準差 SD _b
1000↓	39	20.632	0.560	2.542	0.109
1001—1500	43	23.623	0.699	2.272	0.094
1500↑	25	27.693	1.022	2.130	0.123

經Weibull機率密度函數配合後，發現其不管是對樣區內所有樹種，或針對某一樹種的胸高直徑分布的配置適合度皆高，即以K-S適合度測驗知各種直徑分布是可用Weibull描述。

而描述直徑分布的Weibull函數的母數，如表示分布範圍的尺度母數b值，隨海拔高愈高，b值變大，即表示直徑大小分布隨海拔高而調大，而c值隨海拔變高而愈負偏歪，即幼小林木較多，大徑木少，海拔愈低，則愈近常態分布。

(五)林分生長

林分生長依生長性態值可區分為平均胸高直徑、平均樹高、每單位面積之平均斷面積、材積；株數密度的變化若依其與不同時間表示法間的關係加以區分，則為期間

生長量、連年生長量、平均生長量、總生長量，若以材積論，則為每單位面積之材積的期間生長量、連年生長量、平均生長量、某時段每單位面積之材積總生長量。

若以樣區海拔分布較廣的鐵杉、高山松、紅檜、針葉混淆、亞熱帶闊葉樹林型來加以分析樹高、胸高直徑、斷面積、材積總生長量、材積平均生長量，則發覺其樹高、胸徑、斷面積、材積皆隨海拔高而有下降趨勢。

(六)林型林分性態值空間推估模式

由圖7~10知各林型之林分性態值隨著坡度、坡向、海拔高有一定變化的趨勢，為方便全面性林型性態值的推估，茲建立各林型性態值之空間因子推估式，如表四所示。

表四 林分性態值空間推估模式係數與統計檢定值一覽表

	INTERCEP	ALT海拔 迴歸係數	ASPECT坡 向迴歸係數	SLOP坡度 迴歸係數	Root MSE	R-Square	F-value	Prob>F
Vha	2135.494888	0.452620	-1.55990	-18.554167	639.18070	0.3665	0.193	0.8928
Prob> T	0.6275	0.8049	0.6729	0.7244				
BAha	-108.269133	0.074312	0.000568	1.551112	16.55351	0.9011	3.037	0.3937
Prob> T	0.4181	0.2944	0.9949	0.3759				
DBH	-75.852526	0.038255	0.070195	1.185827	9.86481	0.9393	5.159	0.3105
Prob> T	0.3695	0.3332	0.3476	0.3065				
H	55.761077	0.019739	-0.306196	1.057145	25.92954	0.8850	2.565	0.4233
Prob> T	0.7434	0.7912	0.2234	0.6334				
VMAI	79.166365	0.177474	-0.532601	-11.215197	30.97897	0.9815	17.673	0.1727
Prob> T	0.7014	0.2370	0.1569	0.1094				

註：其他林分之空間推估模式係數與統計檢定值一覽表詳見附錄三

註：Vha：每公頃材積

BAha：每公頃斷面積

DBH：平均胸高直徑

H：平均樹高

VMAI：材積平均生長量

T：T分布

由地理資訊系統中最常具備的圖層數位地形模型(Digital Terrestrial Model, DTM)資料，可以分析得其地形海拔高、坡度圖、坡向圖，更而產生各多邊形(polygon)的空間因子—坡度、坡向、海拔高，若分別依其樹種、林型別之推估模式代入有關之空間因子，以產生林分結構或蓄積量，累加或加成各所欲瞭解之區域範圍不同樹種、林型之材積量和林分結構。再由地理資訊系統展現出其林型、樹種、材積量之林分結構，此可提供經營決策上相當重要之資訊。

3.7 討論

(一)樹種組成—同一林型於各環境間樹種組成，由其出現頻率與重要值，並無多大變異。

(二)各林型生育地皆有一定的範圍，如冷杉分布於3000m以上，雲杉分布於海拔2500~3000m，鐵杉分布於1800~2000m。

(三)林分結構(直徑分布)—以機率密度函數建立描述各樣區或各樹種之林分結構(直徑分

布)情形，發現配置理想，即其母數 a ， b ， c 值可解釋各直徑分布情形，更而得知各直徑級佔有株數頻度及材積分布。

- (四)由本研究中驗證KLEMAN所述位置因子(如UTM， XY座標)、地理環境因子(如坡度、坡向、海拔高等)決定其生物種類分布與結構、蓄積與生長。
- (五)建立各林型各性態值之空間推估模式，以為求算族群內各分類單位的性態值，利用逐步迴歸分別建立天然林各林型的材積推估模式，其模式型態如天然林以 $V/ha=g(\text{樹種}, \text{坡度}, \text{坡向}, \text{海拔高})$ 表示之。
- (六)建立林分結構模式，以掌握林分結構的變化，利用表示直徑分布的Weibull三個母數 a 、 b 、 c ，分別建立聯合林分結構模式，如：Weibull $a=f(\text{樹種}, \text{林齡}, \text{坡度}, \text{坡向}, \text{海拔高})$ 。
Weibull $b=g(\text{樹種}, \text{林齡}, \text{坡度}, \text{坡向}, \text{海拔高})$
Weibull $c=h(\text{樹種}, \text{林齡}, \text{坡度}, \text{坡向}, \text{海拔高})$
- (七)本研究考慮空間因素(位置因子、地理因子)在林分結構、生長收穫模式之建立，提高生長收穫模式的推測能力並充實地理資訊系統。亦可供各種森林資源調查事前分層取樣之依據、便利森林資源經營系統性的研究與規劃、執行。充實林業地理資訊系統使其有效地提供臺灣森林經營決策所需要的資訊。
- (八)考慮結合林業地理資訊系統與模擬模式系統，以早日完成林業經營、保育之支援決策系統。

3.8 建議

- (一)推算模式可能誤差與精密度，檢討其他環境因子—水分梯度、全天空光域、土壤深度，若能與GIS結合，由DTM計算出各樣點之WLS、MG，由地理因子算出複合因子如全天空光域(whole light sky space, WLS)；水分梯度(moisture gradient)，以為建立各樹種之材積推估模式，將WLS、MG視為影響變數或可再改善模式的準確度。為改善推估模式之準確度，土壤型、土壤深度亦為吾人探討林分結構、林分蓄積、林分生長得考慮的因子。
- (二)森林資源調查時，若有合適的統計取樣(statistical sampling)與適當的分析、解釋(analyzed & interpreted)則資源調查可以(1)推算所欲探討範圍內的材積(2)以調查資料對此推算模式進行驗證(3)推算出推測值的誤差範圍。
- (三)整合空間與時間—取樣技術與生長模式建造技術—於經營資源決策系統上之應用，將可大大提供精確高且量多的資訊量。此整合技術可分以下三項進行：
 - 1.事前取樣技術與生長模式建造技術。
 - 2."取樣技術"與"生長模式建造技術"的交互作用。
 - 3.三段式取樣(衛星資料、航照、地面調查)於資源調查上之應用。
- (四)探討環境因子對植生長期效應，應規劃設置永久樣區，長期連續觀測，若時間、經費、設備有限下，宜用間接評估法，以環境梯度指數(environmental scalar index)與土壤樣區資料，採環境因子的相對值予以量化，並求出其與植群變異的相關性。
- (五)群叢：樹種組成及形相極為均勻一致之植物社會，個數相似或相同之生育地形成同一群叢。所有植物社會以上層及下層植物識別及命名之。
林型：北歐學者Cajander(1926)首創。係以上層林木(overstory trees)來識別及命名之森林社會。生長在相似環境下，致其種類組成、構造及形相均相同而自

成一型之森林，並以優勢木命名之。

本研究所用之樹種、林型，若能再做分析，分別再以各群叢分析討論其樹種組成、林分結構、林分蓄積和生長將更有意義！

3.9 引用文獻

- 柳 楷、葛錦昭、楊炳炎 1961 台灣主要林型生態之調查 台灣省林業試驗所報告號 65pp.
- 馮豐隆、楊榮啟 1988 森林生長模式之建立 中華林學季刊 22(4):3-15.
- 馮豐隆 1990 人工林林分結構與生長量化理論之研究 臺灣大學森林研究所博士論文 173pp.
- 馮豐隆、楊榮啟 1990 史納德、柴普曼—查梓生長函數式於林木各性態值生長上之應用 台灣大學農學院季刊 30(1):51-63.
- 楊榮啟、馮豐隆 1989 母數預測模式及母數回復模式在研究台灣林木生長及林分結構分析上之應用 中華林學季刊 23(1):53-71.
- 楊榮啟、馮豐隆 1989 史納德生長模式在台灣人工林分結構分析上之應用 中華林學季刊 23(3):3-18.
- 劉崇瑞、蘇鴻傑 1979 森林植物生態學 台灣商務印書館 p34-144.
- Botkin, D.B., J.F. Janak, and J.R. Wallis 1972 Some ecological consequences of a computer model of forest growth. J. Ecol. 60:849-872.
- Hyink, D.M. 1979 A generalized method for projection of diameter distributions applied to uneven-aged forest stands. Unpublished Ph.D. diss., Purdue Univ., 161p.
- Kellman, M.C. 1980 Plant Geography. Methuen & Co. Ltd. London, 181pp.
- Magnussen S. 1990 Application and comparison of spatial models in analyzing tree-genetics field trials. Can. J. For. Res. 20:536-546.
- McLennan D.S. 1990 Spatial variation in black cotton foliar nutrient concentrations at seven alluvial sites in coastal British Columbia. Can. J. For. Res. 20:1089-1097.
- Moser, J.W., Jr. 1972 Dynamics of an uneven-aged forest stand. For.Sci. 18:184-191.
- Ohmann L.F. and D.F. Grigal 1990 Spatial and temporal patterns of sulfur and nitrogen in wood of trees across the north central United States. Can. J. For. Res. 20:508-513.
- Savageau, M.A. 1987 Recasting nonlinear differential equations as S-systems: A canonical nonlinear form. Math. BioSciences 87:83-115.
- Schnute, J. 1981 A versatile growth model with statistically stable parameters. Can. J. Fish. Aquat Sci. 38:1128-1140.
- Shugart H.H., Jr., and D.C. West. 1980 Forest succession models. Bio Science Vol. 30 No.5:308-313.
- Shugart H.H., T.R. Crow, and J.M. Hett. 1973 Forest Succession Model: A rationale and methodology for modeling forest succession over large regions. For. Sci. 19:203-212.
- Waggoner, P.E., and G.R. Stephens. 1970. Transition probabilities for a forest. Nature 225:1160-1161.
- Zak D.R. and K.S. Pregitzer 1990 Spatial and temporal variability of nitrogen cycling in Northern Lower Michigan. For. Sci. 36(2):367-380.

- 附錄一 天然林、人工林植生群叢相對頻度、相對密度、相對優勢度及重要值
- 附錄二 台灣主要天然林、人工林林型樣區分布圖
- 附錄三 林分之空間推估模式係數與統計檢定值一覽表

第四章 單木之材積與重量之推測

森林經營所考慮的單位為林分(timber stand)。下面各章所討論的乃在於發展一套可行之方法，以推測林分現有及將來之價值，並提供適當的作業時間，林分密度及其它育林技術，以供林分單位經營之參考。單木為林分構成單位，林分之材積或重量為單木材積或重量之合計。因此所有林分材積或重量之推測方法皆以單木為基礎，要有適當的單木材積推測法，才能有良好的林分材積推測之技巧。

通常林木包括莖、根系及枝葉所構成之樹冠，森林學者談及單木材積時，往往指商業可用材部分，在某些地區林木可提供油料生產，其商用材將包括林木整株，在一般情況下，商用材乃指樹幹較低之部分。大樹其幹較低部分可提供合板或原木用材，中間部分可供製材，頂端部分可供紙漿用材。小樹一般用來當紙漿用材，少部分用來當支柱或燃料。

有很多不同的測計方法用來測量上述各不同用材，那些測計方法可分為下列兩種：

1. 以材積或重量直接計量。
2. 以轉變之最後產物(end product)為計量基準。

以材積或重量直接量測樹幹時其單位包括含皮或去皮帶(含)皮立方公尺或粗重(gross weight)。以轉變為最後產物之計量基準時，其單位一般採用板呎(boardfeet)與柯度(cord)。當樹幹量表示為板呎後即意味著林木已砍下並已製成板材。有很多種不同型式之原木材積表可用來推計它的材積。以柯度(cord)來量測時乃將伐倒之林木製成板材再堆積成一定格式大小以供推計材積。例如，若一株林木其商用材積為0.45柯度時，其意乃為該林木經砍伐製成板材時可望得到 $0.45 \times 128 = 57.6$ 立方呎的木材(包括樹皮及氣體空間)。在那些以柯度為單位之地區，柯度亦可用來當做立木材積的測量標準，此結果造成板材買賣時反而以堆為準。

除了木材工業以外，其他行業很少以粗物質之測量單位用於最後產物單位，例如棉花絕不用"件"來當買賣單位，而原油亦不用加侖來當它的買賣單位。在單純產物市場上，使用最後產物單位來當做粗物質(Raw material)之測量單位並非不合理，由很多國家地區確實以板呎或柯度當作樹幹體積的測量標準單位(不難瞭解其適應性)。以板呎當作合板之計量單位或以柯度表示製材之買賣單位，在技術上確實有其問題。雖然目前有以最後產物之計量單位當做樹幹體之計量單位，但是經驗告訴我們，當一簡單產物轉變因子併入粗物質之計量單位後，其計量單位就很難適應於最後產物之推測。每一成品必然有其各自之轉變因子(transformation factor)，應用那些簡單、直接之材積或重量單位比那些衍生、近似的最後產物單位來的合理。

※註： $1 \text{ boardfeet} = 1 \text{ ft} \times 1 \text{ ft} \times 1 \text{ inch} = 83.33 \text{ ft}^3 = 2.36 \text{ m}^3$

$1 \text{ cord} = 4 \text{ ft} \times 4 \text{ ft} \times 8 \text{ ft}^3 = 128 \text{ ft}^3 = 3.625 \text{ m}^3$

$1 \text{ cunit} = 100 \text{ ft}^3 = 2.8316 \text{ m}^3$

$1 \text{ standard} = 165 \text{ ft}^3 = 4.672 \text{ m}^3$

$1 \text{ 才} = 0.2783 \text{ m}^3$

$1 \text{ m}^3 = 3.6 \text{ 石} = 360 \text{ 才}$

4.1 樹幹材積之量測

樹幹體積(Y)習慣上考慮為林木胸徑(dbh)(D)樹高(H)及表示樹幹形狀(F)之函數，其關係式以符號表之，如(1.1)式：

$$Y=f_1(D, H, F) \quad (1.1)$$

樹幹量可由材積或重量或以某些人工操作過程之最終產物測之。樹高之測定有以林木之全高或以商業上特殊之高度為之。最普遍之樹形表示法為以特殊高度之直徑與胸徑之比例，此比例為有名的形數商(form quotients)(Spurr, 1952)。例如Girard形數級，其定義為15呎高之內皮直徑除以胸徑(含皮)為其形數商。此形數商以普遍使用於北美森林界。另一種重要之樹形表示法為圓柱體形數(Cylindrical form factor)，其測定法為全樹幹體積(V)與以胸徑為直徑及全高為高所形成之圓柱體體積之比。以林木族群而言圓柱體形數是常數而與林木大小無關，其關係式為：

$$V=KD^2H \quad (1.2)$$

K為比例常數，(1.2)式在材積或重量之推測上雖已不被廣泛使用，但在某一林木大小範圍內偶而適用於林木全材積(或重量)之推測。

大部分的森林學家喜於利用不涉及形數的測定之推測式以推測材積或重量。其方程式之函數型式為：

$$Y=f_2(D, H) \quad (1.3)$$

(1.3)式僅涉及樹高及胸徑的測定，此種型態式比涉及形數測定之方程式為好理由可說明如下：

1. 樹幹上方之直徑測量困難且耗時。
2. 對材積或重量而言，形數之變異較樹高及胸徑為小。
3. 僅少數樹種，形數不與林木大小無關。
4. 對其他樹種而言，形數與林木大小有關，因此樹高與胸徑可解釋大部分之材積或重量之變異，且導致形數之不同。

過去，表示方程式(1.1)及(1.3)關係式之工具稱之為材積表(volume table)。如關係式含有形數時，材積表為一組報表，而每一單獨包含形數之展示表，單獨表裡以橫行為胸徑，直列為樹高。方程式(1.3)所表示之材積關係式不涉及形數之測定，胸徑及樹高值所構成之簡單表即可表示材積關係式。可由林分族群中選取樣木測定樹高，胸徑及形數並以圖解方法出平滑之關係曲線來完成(Chapman and Meyer, 1949; Bruce and Schunacher, 1950)。近年來由於電子計算機及統計的發展使用圖解法已呈過時，利用樣木資料以迴歸方程配置之，很準確的建立材積變數與自變數之關係。在傳統上，任何一材積預測式皆被處理成材積表，而材積表實際上即為一函數、表或圖，可由林木之性質如胸徑、樹高與形數來推測立木材積。

一些常用之單木材積或重量預測式列如表1.1。所列之表1.1預測式皆為(1.1)及(1.3)式之特殊化。各方程式之說明如下：

1. 在Lake states(Gevorkiantz and Olsen, 1955)預測混交種(Composite of Species)之全材積。

$$Y=0.002291D^2H \quad (1.4)$$

- 式中Y=全幹材，含皮(inside bark)
H=全高
- 2.於Georgia middle coastal plain與Carolina Sandhills對old-field slash pine人工林，預測商用材積(Bennett *et al.*, 1959)。

$$Y = -1.045389 + 0.002706D^2H \quad (1.5)$$
 式中Y=商用材積，除皮(Outside bark)(4吋高後)。
H=全高。
- 3.於lower piedmont of Georgia預測Douglas-fir loblolly pine人工林生長之全幹材積(Romancier, 1961)。

$$Y = -3.2914302 + 0.06956815D^2 + 0.056175864H + 0.00125878D^2H \dots\dots\dots(1.6)$$
 式中Y=商用材積(去皮)(in cubic feet)
H=全高
- 4.於British Columbia預測全幹材積(Brackett, 1973)。

$$Y = 0.002198D^{1.739925}H^{1.133187} \dots\dots\dots(1.7)$$
 式中Y=材積(含皮)包含根株及樹頂(in cubic feet)
H=全高
- 5.於Canada東部預測Red Pine之全幹材積(Newnham, 1967)。

$$Y = 0.284 + 0.002237D^{1.8627}H^{1.1031} \dots\dots\dots(1.8)$$
 式中Y=全材積(不含皮)(in cubic-foot)
H=全高
- 6.於Canada預測Red Pine之全幹材積(Honer, 1965)

$$Y = D^2 / (0.691 + 363.676H^{-1}) \quad (1.9)$$
 式中Y=全幹材積(含皮)(in cubic-foot)
H=全高
- 7.以Scribner rule及使用Girard form class預測商用材積(Parker, 1972)

$$Y = 20.91130 + 0.37250D^2HF \quad (1.10)$$
 式中Y=商用材積(in board feet)
H=商用樹高(16-ft logs and half-logs)
F=Girard form class (e.g. 0.78)

表4-1 一般使用之單木材積及重量推測式型態

Name	Equation Form
1.Constant form factor	$Y = b_1 D^2 H$
2.Combined Variable	$Y = b_0 + b_1 D^2 H$
3.Generalized Combined Variable	$Y = b_0 + b_1 D^2 + b_2 H + b_3 D^2 H$
4.Logarithmic	$Y = b_1 D^{b_2} H^{b_3}$
5.Generalized logarithmic	$Y = b_0 + b_1 D^{b_2} H^{b_3}$
6.Honer transformed variable	$Y = D^2 / (b_0 + b_1 H^{-1})$
7.Form class	$Y = b_0 b_1 D^2 HF$

Y=Some measure of stem content
D=dbh
H=Some measure of tree height
F=an expression of tree form
 b_0, b_1, b_2, b_3 =constants

表4.1中，4，6方程式型式一般僅用於推測全幹立方呎材積或全幹重量。而方程式2，3，5，7稍具彈性，其使用於全幹立方呎材積與重量商用立方呎材積及以板呎、柯度量測商用材積之推測。除表4.1所列之型式外，尚有很多不同型式之方程式在各報告中發表以用來推測單木材積與重量之推測。

近年來，商用材積之推測通常考慮不同之商業買賣限制而分別以不同方程式配置之，因此一個簡單之林木族群，可能涉及三種不同數型方程式，如預測梢端直徑4吋、3吋、2吋之商用材積式，最近已有很多報告將商業買賣限制因子當為材積預測方程式之獨立變數(Honer 1964；Burkhart, 1977；Queen and Pienaar, 1977；Brisster *et al.*, 1980)。預測各不同商業買賣限制之材積可由單一方程式求出。下列方程式即為不同梢端直徑商用材積預測系統(Brisster *et al.*, 1980)

$$V_t = 0.00616 D^{2.05779} H^{0.74679} \quad (1.11)$$

$$V_m = V_t (1 - 0.61529 d^{3.66827} D^{-3.47361}) \quad (1.12)$$

式中 V_t =全幹立方呎材積

D =胸徑

H =全高

d =商用梢頂直徑(去皮)

V_m =商用梢頂吋直徑時之商用材積

(1.11)(1.12)式使用於Georgia與Florida海岸平原之Slash Pine人工林。由(1.11)式如 $D=10$ inches，而 $H=60$ feet，則 $V_t=14.97$ cubic feet，代入(1.12)式如 $d=4$ 吋、3吋、2吋時，則商用材積分別為14.47、14.80、14.93立方呎。Queen and Pienaar(1977)及Fowers(1978)先後證明上述方法亦可使用於商用重量之推測。

4.2 迴歸分析在森林收穫預測上之應用

迴歸分析是一統計工具用來表示兩個或兩個以上計量變數間的關係，從一群變數中可以預測某一變數所需要的資料，如：若某人知道林木材積與胸徑及樹高之關係，則他可以藉迴歸分析從林木之胸徑與樹高中預測其材積。

本節中，我們著重於單一預測變數(predictor variable)預測反應變數(Response Variable)的迴歸分析之運用，同時研討基本迴歸分析的觀念和迴歸模式參數之估計。

4.2.1 兩變數間之關係(Relation Between Variable)

兩變數間關係之觀念，如林木之樹高與直徑就可以表現出它們之間的關係，我們將研討函數關係(Functional relation)和統計關係的區別和例證。

4.2.1.1 兩變數間的函數關係

兩變數的函數關係以數學公式表示，若為預測變數(predictor variable)或稱之為獨立

變數，y為因變數(Response variable)或稱之為相依變數，則函數關係以下式表之：

$y=f(x)$ ，如已知x之值，可以從函數關係中求出y之值。

<例>汽車出租行出租汽車之函數關係公式如：

$$y=8+0.15x$$

y表出租費用(以元計)

x表里程(以公里計)

8表服務基費(以元計)

0.15表每公里里程費率(以元計)

若有下列事項：

里程	租金
20公里	\$11.00
51公里	\$15.65

將觀察值繪於圖上，可知所有觀察值皆落在直線上此現象為函數關係之特性。

4.2.1.2 兩變數間之統計關係(Statistical Relation between Two Variable)

統計關係不同於函數關係，它不是最佳的表示法，通常統計關係的所有觀察值都不會落在一條直線或曲線上。

<例>吾人調查柳杉樣木10株其胸徑與樹高之觀測值如下：

胸徑	樹高	
10	12.0	
12	13.0	
13	15.0	
16	16.0	H=0.88524+0.94087D
18	16.5	
20	19.0	
22	18.0	
24	20.0	
25	18.0	
28	20.5	

圖2清楚地描繪出胸徑與樹高之間的關係，亦即胸徑愈大，則樹高愈高，但是從圖中亦可看出兩者之間的關係，並不十分完美，因為有些散布點在同一樹高中有不同的胸徑出現。這類描述統計關係的散布點，稱為散布圖(scatter group)，在圖中的每一散布點均表示其觀測值。

從散布點中繪出一條直線描述胸徑與樹高的統計關係。它指出樹高隨胸徑而變動之趨勢。注意這些觀測值並不都落在一條直線上，這些點圍繞著直線，顯示樹高並不隨著胸徑或比例變動。通常它的變動是隨機性質，統計關係的例證通常很廣泛，雖然它們並沒有正確的函數關係。

4.2.2 迴歸模式及其運用(Regression Models and Their Uses)

4.2.2.1 基本觀念

迴歸模式是用來表示一統計關係兩個基本要素的最佳方法：

- (1)表示因變數y隨著預測變數x變動之趨勢。
- (2)散布點(觀測值)圍繞著曲線(或直徑)的統計關係。

此兩類特性可藉著假設而包括於迴歸模式中即：

- (1)隨著抽樣程序，母體觀測值y對不同x觀測值有機率分配存在。
- (2)此機率分配的平均數在某些規則的形式下，隨著x而變動。

<例>樹高y在迴歸模式中視為隨機變數，對每一胸徑x，則有一的機率分配，如圖3：

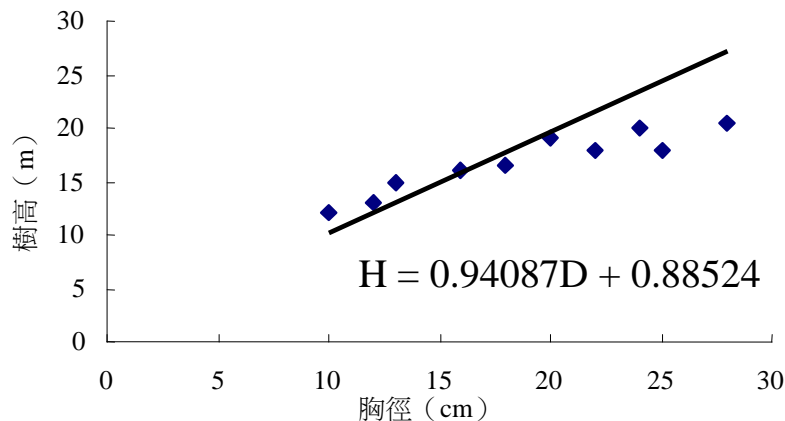


圖4-3 表示胸高與樹高的變動為一直線關係

圖4所表示及為另一種圖示，其統計關係是曲線。在此圖中迴歸函數是曲線，表示樹高與胸徑之關係不再是直線，而是隨機變動。

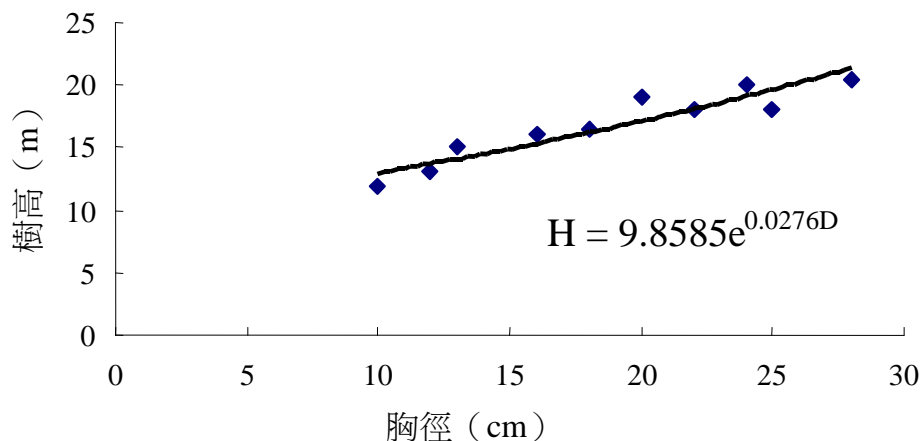


圖4-4 表示胸徑與樹高之變數為曲線關係

$Y=a+bx$ 聯立可解得

$$b_0 = \frac{\sum Y_i - b_1 \sum X_i}{n}$$
$$b = \frac{\sum X_i Y_i - \frac{(\sum X_i) \times (\sum Y_i)}{n}}{\sum X_i^2 - \frac{(\sum X_i)^2}{n}}$$

(3)兩個獨立變數以上之迴歸係數估算

(a)設模式之型式為：

$$Y_i = f(x_i) + \beta$$

圖3與圖4的迴歸函數不同，同樣地，y的機率分配亦相異，不論如何不同，以知x，求y的機率分配的觀念仍然是統計關係的延伸。同樣地，迴歸曲線(或直線)用來敘述y的機率的平均數與x的關係。

4.2.2.2 一個變數以上的迴歸模式(Regression models with more than one predictor variable)

迴歸模式可以包含兩個以上的變數。如單木材積預測模式，包括材積(y：response variable)、任何兩個預測變數(predicable variable)(D、H)、D表胸徑、H表樹高。

以圖示表示則須將圖3及圖4擴充至相當預測變數的空間。例如D、H預測變數，則迴歸模式包含D、H兩預測變數及不同(D, H)的機率分配Y，則Y機率分配的平均數與D，H 兩預測變數的統計關係所表現在圖上是一迴歸曲面(Regression Surface)。

4.2.2.3 迴歸模式的構造(Construction of Regression model)

4.2.2.3.1 獨立變數選定(Selection of independent variables)

當設定一迴歸模式時須符合管理的目標，對管理分析用的模式，通常有限於事實情況所須要的變數，這些變數才是合理分析的對象，因此設定一迴歸分析模式，必須要曉得如何去選定獨立變數，有了適當的獨立變數，分析的結果才有效益，因此首先考慮的是如何從獨立變數群中推測相依變數，而且它變異要小，其次要考慮的是如何從變數群中去找正確、快速、合乎經濟原則，及管理目標的獨立變數，往後將在介紹找尋和選定迴歸模式中獨立變數的程序及相關問題。

4.2.2.3.2 迴歸方程式的函數形式(Functional Form of Regression Equation)

迴歸方程式的函數型式(f(x))的選定與獨立變數是相關的。有時適當的理論可以幫助選定迴歸模式的函數型式，由理論，可以指導從以往的生產數量中推測函數中包含的獨立變數的性質，根據以往的經驗它包含的函數型式是具有漸近線的性質。

通常迴歸模式的函數型式是未知的，須從過去的經驗及收集的資料中，分析它的特性。因此線型及非線型(曲線)迴歸函數通常可以幫助估計函數的型式，只要是合理的估計，一次、二次或二次以上的函數皆可以做為參考的資料，有時知道函數的型式相當複雜，同樣可以用直線或二次式估計它，圖5表示，一複雜的迴歸函數能合理用線型迴歸函數估計，圖6的例子中是用一對直線迴歸函數估計複雜的迴歸函數。

4.2.2.3.3 模式的範圍(Scope of Model)

構造迴歸模式，必須限制模式中獨立變數的範圍，範圍的釐定依調查設計和資料的情況而決定。如研究某一地區、某一樹種之胸徑與樹高之關係，調查10個直徑階，範圍分別從2cm到20cm，因此模式中獨立變數將限於上述兩者之間，若範圍低於2cm和大於20cm都不是我們研究的對象，須省略不計。

4.2.2.3.4 迴歸分析的用法(Use of Regression Analysis)

迴歸分析有下列三個主要用法：

- (1)敘述(describe)
- (2)推估(estimation)
- (3)預測(forecast)

4.2.3 誤差項分配的迴歸模式(Regression Model with Distribution of Errors Terms)

4.2.3.1 模式型態(Formal statement of models)

本節中介紹只有一個獨立變數的基本迴歸模式和直線型迴歸函數，模式如下式所列：

$$Y_i = \beta_0 + \beta_1 X_i + \varepsilon_i \quad \text{第一階模式(2.1)}$$

Y_i 是第 i 個觀測值的因變數(Response Variable)

β_0 和 β_1 是參數

X_i 是已知常數，為 i 第觀測值的獨立變數。

ε_i 是隨機誤差項

$i=1, 2, 3, \dots, n$ ε_i 和 ε_j 無關，所以對所有 i, j 而言，其變

異數 $\sigma(\varepsilon_i, \varepsilon_j)=0$

模式(2.1)的參數，獨立變數是簡單直線型。所謂簡單是指函數中只有一個獨立變數，而"參數"是直線型(linear model)，是指函數中出現的參數只是一次式沒有所謂指數型($\beta_0^{\beta_2}$, $\beta_2^{\beta_1}$)或相乘積型($\beta_0 * \beta_2$)，而獨立變數是直線型指出獨立變數出現的函數是一次式。所以具有簡單直線型的參數及獨立變數的函數模式，稱為第一階次模式(First-order model)。

4.2.3.2 模式之重要特性(Important Features of Model)

- (1)第 i 個試驗的觀測值為下列兩個因子之和(a)常數項 $\beta_0 + \beta_1 x_i$ 和 (b)誤差項(隨機項) ε_i ，此處是一個隨機變數。
- (2)因 $E(\varepsilon_i)=0$ ，所以 $E(Y_i)=E(\beta_0 + \beta_1 x_i + \varepsilon_i) = \beta_0 + \beta_1 x_i + E(\varepsilon_i) = \beta_0 + \beta_1 x_i$ 為來自機率分配的因變數和第 i 個試驗的觀測值的平均數即：

$$E(Y_i) = \beta_0 + \beta_1 x_i \quad (2.2)$$

所以(2.1)模式的迴歸函數為：

$$E(Y) = \beta_0 + \beta_1 x_i$$

此迴歸函數敘述在不同水準下的 X 值與機率分配 Y 的平均數之間的關係。

(3)第*i*次試驗的觀測值與迴歸函數間有誤差項存在，即

$$Y_i - (\beta_0 + \beta_1 x_i) = \varepsilon_i$$

(4)誤差項的變異數 σ^2 常數變異數 σ^2

$$Y_i - (\beta_0 + \beta_1 x_i) = \varepsilon_i$$

$$\sigma^2 \varepsilon_i = \sigma^2 = \sigma^2 [Y_i - (\beta_0 + \beta_1 x_i)]$$

$$= \sigma^2 [Y_i - \text{常數}] = \sigma^2 (Y_i)$$

$$\text{所以因變數的變異數是 } \sigma^2(Y_i) = \sigma^2$$

(5)誤差項 ε_i 和 ε_j 不互為關係，即任一試驗的誤差項對另一試驗的誤差項無影響。

(6)總合上述所記，模式(2.1)說明對所有*x*的水準，相依變數是來自具有平均數 $E(Y_i) = \beta_0 + \beta_1 x_i$ 和一致性變異數 σ^2 的機率分配。而且任何兩相依變數觀察 Y_i 值與 Y_j 是無相關性。

<例>胸徑與樹高關係的迴歸模式為：

$$H_i = 0.88524 + 0.94087 D_i + \varepsilon_i$$

圖7是迴歸函數的圖示，由上式知：

$$E(H) = 0.88524 + 0.94087 D_i$$

設第*i*個直徑觀測值為20時，實際樹高是19.0m，則本例可求得 $\varepsilon_i = -0.7036$

ε_i 為分配中平均數 $E(Y_i)$ 與實際值之差，即 $\varepsilon_i = Y_i - E(Y_i) = \text{差異}$ 。

以上說明，如圖7。

4.2.3.3 迴歸參數的估計(Estimation of Regression Function)

(1)取得所需的樣本資料(Obtaining Needed Sample Data)

通常，迴歸係數 β_0 和 β_1 之值不易求得，因此必須從樣本資料中估計它們。樣本資料之取得靠試驗或調查。

(2)利用最小平方法(Method of Least Squares)估計迴歸模式之參數。為了獲得迴歸係數， β_0 和 β_1 的最佳估計值，可利用最小平方法求得。對於一組樣本觀察值(X_i ， Y_i)，最小平方法重視與平均數(期望值)的差異。

$$\text{即 } Y_i - (\beta_0 + \beta_1 x_i) = e_i \quad (2.7)$$

最小平方法要求 e_i 要最小。

因此設定

$$Q = \sum_{i=1}^n (Y_i - \beta_0 - \beta_1 x_i)^2 \quad (2.8)$$

為求得 Q 的極小值，將(2.8)式分別對 β_0 及 β_1 微分得：

$$\frac{dQ}{d\beta_0} = -2 \sum (Y_i - \beta_0 - \beta_1 x_i) \quad (2.9)$$

$$\frac{dQ}{d\beta_0} = -2 \sum x_i (Y_i - \beta_0 - \beta_1 x_i) \quad (2.10)$$

令(2.9)(2.10)等於0，並用估計值 b_0 及 b_1 做為 β_0 與 β_1 之代表值則：

$$\begin{aligned} -2 \sum (Y_i - b_0 - b_1 x_i) &= 0 \\ -2 \sum x_i (Y_i - b_0 - b_1 x_i) &= 0 \end{aligned}$$

移項得： $\sum (Y_i - b_0 - b_1 x_i) = 0$

$$\sum x_i (Y_i - b_0 - b_1 x_i) = 0$$

展開得： $\sum Y_i - n b_0 - b_1 \sum x_i = 0 \quad (2.11)$

$$\sum x_i y_i - b_0 \sum x_i - b_1 \sum x_i^2 = 0 \quad (2.12)$$

4.3 矯正方法

若簡單線型迴歸模式不適合現有資料，則有兩項基本選擇：

- (1)放棄原設定之模式，另尋找適合之模式
- (2)運用轉換技巧將資料轉換使所定之模式適合於轉換的資料

收穫模式之不適當，有如下列幾項：

(1)迴歸函數的非線性型(Nonlinear type of Regression Function)

$$a. Y = \beta_0 + \beta_1 X + \beta_2 X^2$$

$$b. Y = \beta_0 \beta_1^x$$

(2)誤差項變異性的非一致性(Nonconstancy of Error Variance)

(3)誤差項的非一致性(Nonindependence of Error Term)

(4)誤差項的非常態性(Nonnormality of Error Term)

註：(2)、(4)利用變數轉換可達矯正的目地

(3)項可利用自我相關係數矯正

4.3.1 Box-Cox 轉換系統

$$\text{令 } X = \begin{cases} (Y^\lambda - 1) / \lambda & \text{for } \lambda \neq 0 \\ \ln Y & \text{for } \lambda = 0 \end{cases} \quad \text{-----}(1)$$

其中 Y 為原來變數， X 為轉變變數，設轉變後之 X 呈常態分佈 $N(\mu x, \sigma x^2)$

$$\text{則 } f(X = x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma x^2}} \exp - \frac{(X - \mu x)^2}{2\sigma x^2} \quad \text{-----}(2)$$

由(1)式得 $Y = (\lambda x + 1)^{1/\lambda}$ ，其JoCobin = $\left| \frac{d}{dy} g^{-1}(y) \right| = y^{\lambda-1}$

則(2)式以原來變數代入得

$$f(Y = y) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma x^2}} \exp \left[\frac{[(y^\lambda - 1) / \lambda] - \mu x}{2\sigma x^2} \right] y^{\lambda-1}$$

利用最大概似法(Maximum likelihood Method)

$$\text{可得 } \hat{\ln} L(x) = \frac{n}{2} \ln(2\pi) - \frac{n}{2} \ln \sigma^2 + (\lambda - 1) \sum_{i=1}^n \ln Y_i - \frac{n}{2}$$

解出 $\hat{\ln} L(x)$ 最大值時之 λ 為轉換之資訊

當 $\lambda = 0$ 時 $\hat{\ln} L(x)$ 如為最大值則：

$$\lim_{\lambda \rightarrow 0} \frac{Y^{\lambda-1}}{\lambda} = \ln Y \quad (\ln \text{之定義})$$

故 $x = \ln Y$

$$\lambda \neq 0 \text{ 時 } \therefore \frac{Y^{\lambda-1}}{\lambda} = \frac{Y^{\lambda}}{\lambda} - \frac{1}{\lambda} \text{ 為線性關係}$$

轉換時用 Y^{λ} 即可

4.3.2 Cochrane-Orcutt Iterative Method

Step 1：利用OLS求出迴歸式，如： $\hat{Y}_t = \hat{b}_0 + \hat{b}_1 X_t$

Step 2：計算殘差項： $e_t = \hat{Y}_t - \hat{b}_0 - \hat{b}_1 X_t \quad (t=1, 2, \dots, n)$

Step 3：計算自我相關係數

$$\hat{\rho} = \frac{\sum e_t e_{t-1}}{\sum e_{t-1}^2} \quad (t=2, 3, \dots, n)$$

Step 4： $Y'_t = Y_t - \hat{\rho} Y_{t-1}$

$$X'_t = X_t - \hat{\rho} X_{t-1}$$

Step 5：再利用OLS求新迴歸式：

$$\text{Step 6: } \hat{b}_0 = \frac{\hat{b}_0}{1 - \hat{\rho}}$$

$$\hat{b}_1 = \hat{b}_1'$$

Step 7：再進行Durbim-Watson Test

4.4 模式的傾向性與矯正方法

一般而言模式建立之前後，應考慮如下四個問題：

- (1) 應選用那個模式或那些模式？
- (2) 因變數之變方非一致性時，模式應如何修正？
- (3) 對最初選定之模式，其所包含之變數可否刪除而簡化模式？
- (4) 當數個模式可同時使用時，應用何種方法選用最佳模式。

以上四個問題除第一個問題將於將來各章中陸續討論，其餘三個問題將於本節中討論。

4.4.1 殘差值的圖形分析

利用殘差值可研討模式之偏差性，一般而言模式之偏差有如下三種重要型態：

- (1) 迴歸函數為非線型。
- (2) 誤差項無一致的變異數。
- (3) 誤差項非獨立。

4.4.1.1 迴歸函數為非線型(Nonlinearity of Regression Function)

將資料與配置之迴歸線用散布圖的方式繪於圖中，可以分析線型迴歸函數是否適合現有的資料。如圖4-1：

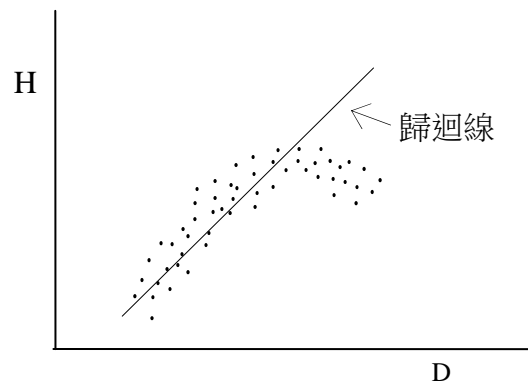


圖4-1 非線形迴歸函數

H表樹高、D表胸徑，由圖可知線型迴歸函數並不適合於現有資料。圖4-2利用殘差值 e_i 與獨立變數之關係圖，亦可檢查迴歸函數線型傾向。當 e_i 呈現曲線變化時，即表示迴歸函數非線型。

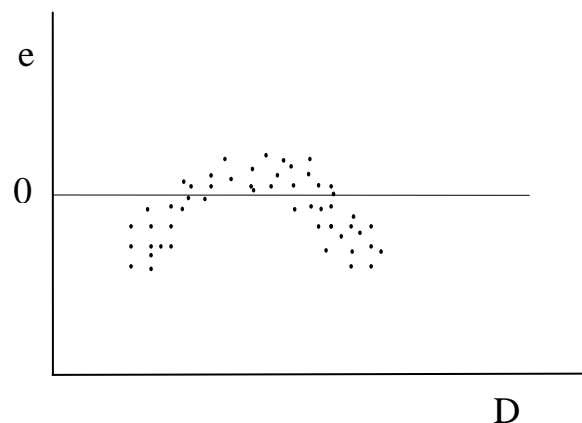


圖4-2 殘差值與獨立變數之關係

4.4.1.2 殘差變異數的非一致性(Nonconstancy of Error Variance)

若從時間數列中取得資料，可繪出以時間為橫軸的殘差值圖形，如圖4-3：

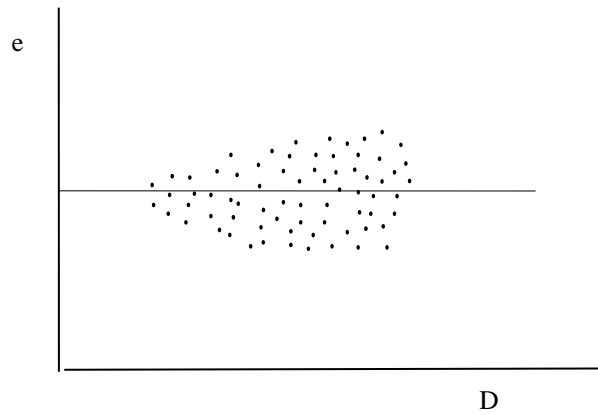


圖4-3 殘差項變異數非一致性

4.4.1.4 極端值的發生(Presence of Outliers)

所謂極端值即為界外值，在殘差值圖形中即為遠離中心線附近的點，通常這些點落在1個或1個以上的標準差外，例如圖4-6：

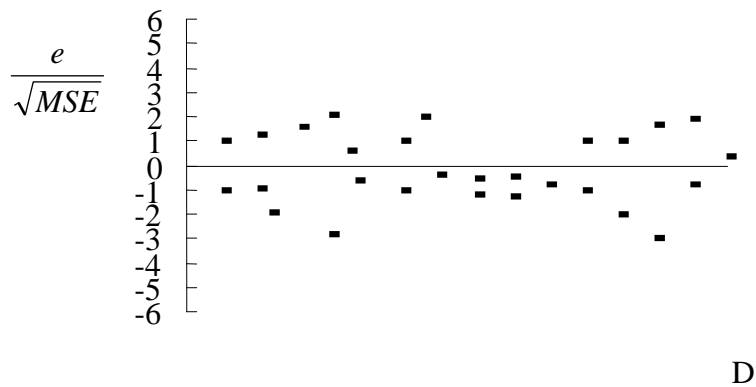


圖4-6 含有極端值的剩餘值圖

圖4-6的圓點即為具有一個極端值的標準化殘差值圖形，圖中的圓點殘差值表示觀察值與適合值大約相差六個標準差。

殘差值的性質

$$(1) \bar{e} = \frac{\sum e_i}{n} = 0$$

$$(2) MSE = \frac{SSE}{n-2} = \frac{\sum (e_i - \bar{e})^2}{n-2} = \frac{\sum e_i^2}{n-2}$$

$$(3) \text{標準化之殘差值為 } \frac{e}{\sqrt{MSE}}$$

極端值的發生常易引起困擾，因此當遭遇極端值時，首先會懷疑此極端值是否來自錯誤的計算或其它因素的影響，而隨它棄卻。棄卻的主要原因是當使用最小平方法時，為了使 $\sum e_i^2$ 為最小，就必須遷就極端值，而將適合(Fit)之迴歸線移動，因此如果極端值是因錯誤的計算或意外的原因所造成則上述配合迴歸線的移動會造成錯誤。

4.4.1.5 誤差項的非常態性(Nonnormality of Error Terms)

有關誤差項是否常態性質，可將剩餘值的資料繪成直方圖(以分組資料為之)，判斷是否具有常態圖形。

4.4.1.6 重要獨立變數的刪除(Omission of Important Independent Variable)

通常殘差值圖形可以以增加的獨立變數為研究對象，從圖中檢查是否增列一個獨立變數，殘差值會趨向於對稱性的變動，或不規則變動。

剩餘值圖形，雖然有時時間沒有明顯的併入模式中視為變數，但仍然可以表示在餘值圖形中，其目的是要研究誤差項與時間變動的關係。例如圖4-4。有關的誤差項變動以時間順序表達出來。

在早期的直徑生長，剩餘值出現負值，而後期的直徑生長顯示正值，明顯的有些影響與時間是有關聯的。當誤差項為獨立時，則圖形中的剩餘值繞著中心線形或不規則的變動，即具有隨機性。如圖4-5：

4.4.2 殘差值的檢定(Tests Involving Residuals)

圖示的殘差值分析法比較主觀，因此本節將介紹有關之統計檢定，以判斷模式之可效性。

4.4.2.1 隨機性檢定(Tests for Randomness)

在殘差值是以時間順序排列的隨機性檢定中，可用杜賓瓦特森(Durbin-Watson Test)檢定殘差項是否具有隨機性。

其測定法如下：

(1)設 $H_0: e=0$ ， $H_1: e \neq 0$

$$(2) d = \frac{\sum_{t=2}^n (e_t - e_{t-1})^2}{\sum_{t=1}^n e_t^2}$$

e_t ：時間為 t 時之殘差

e_{t-1} ：時間為 $t-1$ 時之殘差

(3) d 值檢定圖，如圖4-8：

4.4.2.2 變異數一致性檢定(Tests for Constancy of Variance)

(1)將觀測值(獨立變數)按大小分成兩部分，並排列次序。

(2)分別求殘差均方。

(3)以值檢定之。

$$F = \frac{MSE_1}{MSE_2}$$

(4)查表，由理論值檢定差異是否顯著。

4.4.2.3 常態性檢定(Tests for Normality)

適合度檢定可以用來做誤差項是否為常態性的檢定。適合度檢定有檢定和檢定。

$$(1) X^2 = \sum \frac{k(f_i - F_i)^2}{F_i}$$

f_i : 誤差項之各組實測頻度。

F_i : 為理論頻度。

(2) H_0 : The distribution of Normality

H_1 : Reject H_0 if $D_n > D_{n<\alpha>}$ from table

$$D_n = \sup_{allx} |F_i - f_i|$$

$$D_{n<\alpha>} = \sqrt{\frac{-\ln(1/2)_\alpha}{2n}}$$

(4) 模式配適之資料，有一個或數個極端值發生。

(5) 誤差項非來自常態分配。

(6) 一個或數個重要的獨立變數由模式中被忽略掉。

4.5 尖削曲線式

「尖削」乃用來描述林木隨著幹高的增加而其幹徑之削減情形。尖削曲線式用來表示林木之幹徑，其為地上高，林木全高及胸徑之函數。此曲線式往往與前節之商用材積式一起討論，因商用材積不但有特殊之末端的直徑限制且有一定的原木長度。以合板原木為例，在工廠生產過程中因旋切機具之關係有其一定之規格限制。假設合板原木之規格為長8.5呎，末端最小直徑為9.6吋，那麼由一定胸徑與全高之立木可生產多少之合板？如有合適之尖削曲線式，即可知8.5呎原木段之胸徑問題。因最小直徑限制之位置容易確定，且每一原木之末端直徑為已知，故很容易預測立木之合板收穫量。沒有一個簡單的尖削曲線可適應所有樹種，同時在很多情況下也無法適應於單一樹種之所有林分。因此為了不同目的發展了很多不同型態之尖削曲線式。Bennett and Swindell(1972)利用下列之尖削曲線式探討old-field slash pine人工林。

$$d = 0.8544D \left(\frac{H-h}{H-4.5} \right) + 0.002988(H-h)(h-4.5) - 0.00004822H \\ (H-h)(h-4.5) + 0.00001938(H-h)(h-4.5)(H+h+4.5) \quad (1.13)$$

式中 $D = dbh$

H = total height

d = predicted diameter(i.b.) at height h feet above
the ground. ($4.5 \leq h \leq H$)

(1.13)式可用來求出任何高度位置之林木直徑且可預測任何胸徑及樹高之立木其原木或板材之生長量，並可將林木區分為數段，計算各段材積，或利用傳統之積分法亦可求出林木材積。事實上削尖式可推導材積式早為人所熟知，而有關尖削式與材積式之關係已有詳細之研究(Behre, 1923; Demaerschalk, 1972)。在某些例子中有先建立削尖式而後利用尖削式進而推導材積式(Bruce et al.,)。Clutter(1980)基本上以相反之程序先定出不同末端直徑之商用材積式進而定義出相關之尖削式。例如商用含皮之林木材積式(1.11)及(1.12)為正確，則含皮之尖削式可求出，如：

$$d = 0.77525D^{0.84868} H^{-0.44764} (H-h)^{0.59942} \quad (1.14)$$

式中 $D=dbh$

H =total height

d =outside-bark diameter at height h feet above the ground

(1.14)式亦可轉變為

$$h = H - 1.52912d^{1.66827}D^{-1.41582}H^{0.74679} \quad (1.15)$$

(1.15)式可用來求出任何帶皮直徑之樹高。

最近單木幹材利用之趨勢走向多目標利用，因此如何求出更適當之尖削式為各方學者所關切。讀者如對最近之尖削式求解方法有所興趣者，可參閱 Max and Burkhardt(1976)、Demaerschalk and Kozak(1977)與Cao *et al.*(1980)。

4.6 樣區材積計算

使用單木材積式，再配合直徑分布模式、株數等各種不同方法可推測出每公頃之立木材積，為了考慮可能之變化，以固定直徑樣區選樣可充分解釋變異的基本理念。當一固定直徑面積之樣區被選定後，則每一樣區之材積需先求出。對任何一樣區，其材積為樣區內之立木之材積累計之。如有適當之立木材積式，則可準確地求出樣區內之單木材積，合計之即為樣區材積。樣區材積可換算為公頃之材積。

在森林蓄積豐富的情況下，測定樣區內所有立木之自變數(predictor variables)是不太合乎經濟效益，各自變數之測定其費用亦有所差別，胸徑之測量對任何型態之立木而言所需之費用恒較樹高測定為少，形數之測定最為困難。因此樣區材積通常以測定全樣區之立木胸徑，及測定少部樣木之樹高或形數而求之。

首先如材積式無形數因子，則材積為胸徑及樹高之函數，此型態，胸徑資料必需由樣區中之每木求得，而樹高僅由樣木資料求得。由樣木樹高資料利用迴歸關係，求出樹高、胸徑關係式，有很多不同型式之迴歸模式用來表示上述之關係式，但最為普遍之模式為：

$$\ln(H) = b_0 + b_1 D^{-1} \quad (1.16)$$

(1.16)之指數型態為：

$$H = e^{b_0 + b_1 D^{-1}} \quad (1.17)$$

(1.17)式中 H =單木樹高

D =胸徑

e =自然對數

迴歸式之 b_0 , b_1 可由樣木樹高資料求得。將(1.17)式之代入材積式中，則材積之推測僅為胸徑之函數，此式即為地方材積表。例如：

$$\text{樣木之材積式為 } v = 0.00616D^{2.05779}H^{0.74679} \quad (1.18)$$

適於樣區單木之材積推測，由樣區中選取適當之樣木進行樹高測定，由此得到之樹高資料以(1.16)式之直線迴歸配置之，其結果為 $\ln(H) = 4.29989 - 1.92669D^{-1}$ (1.19)。故樹高之推定式為：

$$H = \exp(4.29989 - 1.92669D^{-1}) \quad (1.20)$$

將(1.20)式代入(1.18)式，則可得(1.21)式即為地方材積表方程式。

$$V = 0.00616D^{2.05779}[\exp(4.29989 - 1.92669D^{-1})]^{0.74679} \quad (1.21)$$

(1.21)式可用來計算樣區內每一株林木之推測材積。使用此一步驟時，各樣區可分別求出胸徑、樹高關係式，但當林分變異很小時，可由全部樣區求出單一迴歸式即可。由各不同林分所得之資料不能混合而求得單一樹高曲線式。

有一種改變樹高、胸徑迴歸法而使用樣木之樹高資料去配置材積、斷面積之迴歸關係式。此方法利用胸徑及樣木樹高建木材積預測式，並利用此材積式預測每一樣木之材積，再將預測之材積以如下型式配置其關係式：

$$V=b_0+b_1B \quad (1.22)$$

(1.22)式中 V = predicted sample tree volume

B = sample tree basal area

因(1.22)式其預測材積僅為胸徑之函數，為地方材積表方程式，可預測樣區中每株林木之材積，更值得注意仍樣區材積可直接由一方程式計算出，因

$$\sum_{i=1}^n V_i = \sum_{i=1}^n (b_0 + b_1 B_i) = nb_0 + b_1 \sum_{i=1}^n B_i \quad (1.23)$$

式中 V_i =predicted volume of the i th tree on the plot

B_i =basal area of the i th tree

$$\sum_{i=1}^n B_i = \text{plot basal area}$$

在很多森林調查場合中，胸徑值之記錄並非單株的進行記錄，而是以一定之直徑階進行各直徑階之頻度記錄。此種記錄有的以一個樣區，一個樣區為基礎，或將林分各樣區進行簡單的合計計算。另外一種情況乃以每公頃為基礎記載各直徑階之林木株數，此種表稱為林分表。

表2 林分蓄積之表列 (An Example Stand and Stack Table)

dbh class (inches)	Number of stems per acre	Average volume per tree (cubic feet)	Class volume cubic feet / acre
5.5- 6.5	85	4.8	408.0
6.5- 7.5	146	6.8	992.8
7.5- 8.5	121	9.2	1113.2
8.5- 9.5	77	12.0	924.0
9.5-10.5	35	15.1	528.5
10.5-11.5	13	18.6	241.8

由樣木資料可求得單木材積式，進而求得各直徑階每公頃之材積。即為蓄積表，表2包括林分及蓄積表，每株林木以平均直徑利用(1.21)式求其材積。

第二篇 生長與收穫預測

第五章 影響林木生長因子

森林性態值與環境關係／人為措施影響

*** 樹木遺傳因子與環境 ***

- 5.1 林齡（林分）之查定
- 5.2 林分密度〔density (or site occupancy)〕
- 5.3 森林撫育(Tending of forests)
- 5.4 立地品位(地位)
- 5.5 經營活動

林分生長 $\frac{dwha}{dt} = f(\text{Age, Den, SQ, Treatment})$

預測某樹種或樹種組成林分的生長與收穫的方法，大都決定以下四個因子：

- 1. 林齡(Age)異齡林為林齡分布(uneven-aged stands, the age distribution)
- 2. 林分密度(Stand density (or site occupancy))：土地內在生產潛能被完全使用的程度(the extent to which the innate productive capacity has been and is now, fully utilized)。
- 3. 森林撫育(Tending of forests)：撫育措施(疏伐、施肥、競爭植物的控制)(Cultured treatments applied (thinning, fertilization, competing vegetation control, etc.))。
- 4. 地位(Site quality)：土地內在生產潛力(the innate productive capacity of the land area involved)。

生長量依時間、位置、土壤、氣候、林分結構、林分密度而異，土壤、位置→稱為穩定因子(stable factor)；林分結構、林分密度→稱為暫時因子(transient factor)。

5.1 林齡（林分）之查定

- 1. 同齡林 (even-aged stand) — 由台帳或選取中等大小之樣木依單株推算之或選不同大小之林木平均或加權之。
- 2. 異齡林 (uneven-age stand)

近年發現（研究林分結構各因子與林木生長之關係顯示林木生長與林齡相關性不高。但森林經營計劃收穫表製造需要，所以查定法可由下列實施之。

(a) 各株立木年齡之查定

i、應用現實齡（與同齡林算法）

ii、應用經濟齡，將被壓時代換算為經濟齡之法

(b) 平均林齡之計算—如Hoyer氏之中央林齡，即同sps, site, V/ha之單純同齡林之年齡或依各齡以株數面積或材積等因子為權數，加權之。

5.2 林分密度〔density (or site occupancy)〕：

土地內在生產潛能被完全使用的程度(the extent to which the innate productive

capacity has been and is now, fully utilized)。

施業方法：

本計劃將依照

- 1.樣區調查之林況—鬱閉度，地被植生，藤等攀緣植物生長；
- 2.林木直徑階分布之圖形；
- 3.樹幹解析所得各地區各樹種之生長量、生長率來決定當今各事業區，當務之急，因為人類的撫育作業—如疏伐、施肥、競爭植物控制等一對林木的生長有相當大的影響，為使提高台灣林木蓄積量，改善林木品質撫育是勢在必行，而本計劃乃以統計、數字、圖形來說明諸事之必要性。

林分密度為林木利用林地及其生長空間之程度，亦即一般所稱林分之疏或密的程度。其疏密程度由現存林木之株數、大小及空間分佈來決定；而測計之項目為株數、胸徑、樹高及形數。林分密度直接影響林木之質和量的生長，關係著森林經營的效果，因此，林分密度問題一直是林業及林學（森林生態、育林、林業經濟、森林經營上）所關心的項目。林分密度可以使用絕對量及相對量表示之，前者為從林分中直接求出，後者為與某一標準密度之比數。理想之林分密度表示方法必須簡單客觀而與林齡之老幼及地位之優劣無關。

(一)密度

由以下四個圖（圖5-1～圖5-4）吾人可以看出密度愈高則平均胸徑愈小，淨生長率會隨年齡增加而愈小，但淨收穫(net yield)還是密度高者較高，疏伐林總收穫量約等於未經疏伐者。

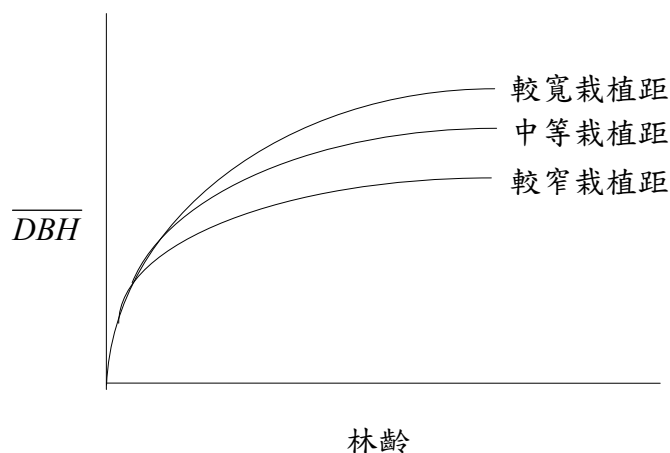


圖5-1 不同栽植密度造林地的林分平均胸高直徑生長趨勢圖

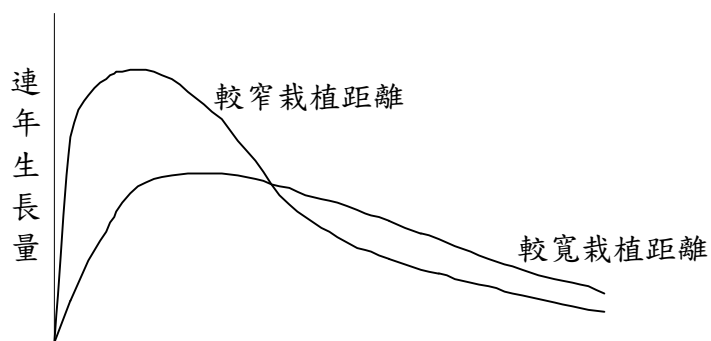


圖5-2 同齡林林分中不同寬窄栽植距離之林分密度對淨生長量之影響

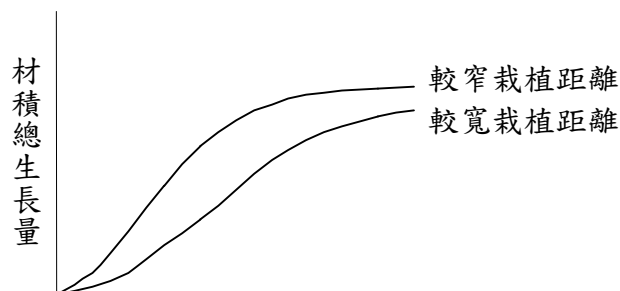


圖5-3 同齡林林分中不同寬窄栽植距離之林分密度對淨收穫量（總生長量）之影響

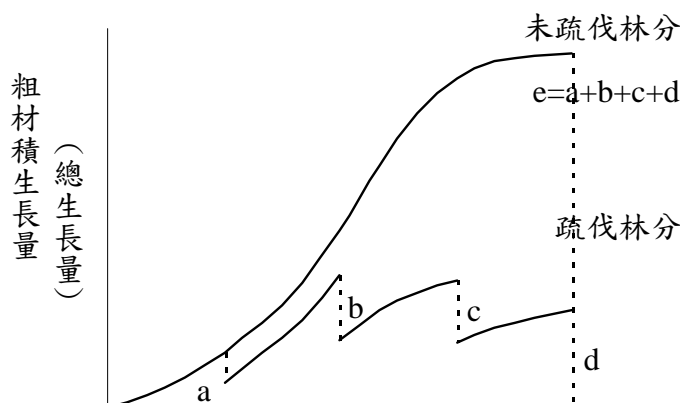


圖5-4 疏伐林分與非疏伐林分之淨收穫量（總生長量）曲線

而密度的表示方法可分—

- 1.每公頃的林木株數
- 2.每公頃的斷面積
- 3.林木面積比例 (Tree-Area Ratio, TAR)
- 4.空間指標或相對空間 (Spacing Index or Relative Spacing, SP, RS)
- 5.樹冠競爭係數法 (Crown Competition factor, CCF)
- 6.林分密度指數 (Stand Density Index, SDI)
- 7.株距指數 (Spacing Index, SI, %, relative spacing)

- 1.每公頃株數 (The number of trees per ha. N)

一般生態學上，單位面積上的個體數即為密度，林業上則稱為單位密度

單位密度(Unit density, UD)= $\frac{\text{單位面積內之株數}}{\text{樣區面積}}$ ，用每公頃之林木株數來表示。

優點：最為簡單

缺點：(1)未考慮林分內林木生長發育之情形。

(2)株數會隨林齡之增加而減少。

Bickford等認為：除非加上其他測計林木大小的因子，否則僅有株數是無意義的。因此，株數常和其他因子合用，如和年齡、地位級、胸徑合用於收穫表。

另於生態學上有用樣區密度法 (Quadrat density, QC) = $\frac{\text{某種類株數}}{\text{總株數}}$ ，又稱疏密度。此法不佳，會依樣區內株數多寡而異。

$$\text{相對密度(relative density)} = \frac{n_i}{\sum n_i} \times 100\%$$

2. 每公頃斷面積 (Basal area per ha, BA, m²/ha)

每公頃林地上，所有林木胸徑換算成斷面積值之總和，可充分表示出林木利用林地及其生長空間的程度。

優點：(1)斷面積乘上林分平均樹高及形數即可得材積。

(2)在一給定之林齡、地位級及未疏伐之同齡林或齡級分佈穩定之全齡林時，可有效應用於收穫預測。

缺點：(1)受林齡及地位級之影響。

(2)未能表明株數及胸徑分佈之情形。

(3)對老、幼木、被壓木、優勢木之權數均同，使生長推計值偏高。

另有以立木度 (stand stocking density) = (現實林斷面積 / 法正林斷面積) × 100%

3. 每公頃材積 (stand volume per ha, V, m³/ha)

每公頃立木材積之總和，一般以其與標準林分材積之比較為林分相對密度。

優點：可表明森林資本及林地上林木之經濟價值。

缺點：(1)須由胸徑、樹高、形數等間接推計，手續繁雜，且不同之方法會有不同之計算結果。

(2)材積受林齡、地位之影響大。

(3)對森林經營者而言，不如株數及平均大小來得有意義。

例如：25年生柳杉林分SI=26，每公頃材積252.45ms，而柳杉收穫表林齡地位與此相同之每公頃材積為365.94ms，則其相對密度 = 252.45/365.94 = 68.99%。

4. 郁閉度 (Crown closure, Cd, %)

樹冠投影面積占林地面積之百分比 (樹冠投影面積 / 林地面積) × 100%，所以又稱為樹冠投影面積密度，一般以空中照片計算之。Bickford等認為郁閉度是指示覆蓋度而非林分密度；楊等引述Spurr，認為是遮陰程度之指標；劉及蘇認為斷面積常與郁閉度成正比關係，並建議使用於樹冠未重疊之林分。

優點：可表示使用林地空間之程度。

缺點：(1)林木分層多及重疊時不易測定。

(2)測計較困難且不易準確。

(3)樹冠容易向林內空地擴張，使疏林郁閉度與密林同。

TAR亦有關樹木主幹生長面積法 (Bole area) 直接測定樹幹形成層總面積。

5. 林木面積比例法 (Tree-Area Ratio)

Chisman and Schumacher (1940)認為密度可由樹木所佔的土地面積A表示之，其方

程式如下：

$$A = \beta_0 + \beta_1 D + \beta_2 D^2$$

A：土地面積

D：胸高直徑

$\beta_0, \beta_1, \beta_2$ ：為參數

而一公頃內林木密度，可由n株林木所佔據的面積表示之。

$$\sum_{j=1}^n A_j = \beta_0 n + \beta_1 \sum_{j=1}^n D_j + \beta_2 \sum_{j=1}^n D_j^2$$

參數 $\beta_0, \beta_1, \beta_2$ 可由最小平方法（least square）求出而樣區平均胸高直徑每公頃林木株數，再代入上式即可得一公頃內林木所佔的面積。

6. 林分密度指數（Stand density index, SDI）

單位面積上林分胸高斷面積所表示之林分密度，未能明白表示出林分為由多數小樹或由少數大樹所組成，尚欠完善。如將單位面積之胸高斷面積分成單位面積株數及平均斷面積直徑兩部份，可由此導出表示林分密度之更適當方法，即所稱之林分密度指數(stand density index)，即當一林分具有標準平均胸高直徑時之單位面積林木株數。

先根據全部資料，求出株數與平均直徑之關係式如下：

$$\log N = b_0 + b \log D_b \text{-----}(1)$$

式中之N：單位面積林木株數

D_b ：平均斷面積直徑

b：迴歸係數

b_0 ：隨樹種而變化之迴歸常數

決定b值之後，再以現實林分株數及平均直徑代入(1)式求出 b_0 值。求出 b_0 b值之後，又將標準直徑值代入上述之關係式，所得N值即為林分密度指數。當初原設計人Reineke氏所定之標準木平均胸高直徑為10英吋，單位面積為1英畝。

楊氏調查台灣全省柚木人工林43個樣區資料，標準平均胸高直徑定為10公分，單位面積1公頃，應用最小二乘法求出平均林分密度指數式如下：

$$\log N = 5.5004 - 2.0329 \log D_b$$

例如：有一樣區，其 $D_b=9.76$ ， $N=3,000$ ，首先代入上式，重新求出 b_0 之值，如下：

$$\log 3000 = b_0 - 2.0329 (\log 9.76) \quad b_0 = 5.4885$$

再將標準平均胸高直徑 $D_b=10$ 代下列具有新 b_0 值之公式：

$$\log N = 5.5004 - 2.0329 \log D_b$$

而求得 $N=2.855$ ，是為此一樣區之林分密度指數。

上列兩項計算步驟可以合而為一，可以根據下列公式直接代入某一林分之平均斷面積直徑及其單位面積株數，求出某林分密度指數：

$$\log SDI = \log N + b \log D_b - b \text{-----}(2)$$

林分密度指數（Stand Density Index, SDI）

據J.L. Clutter, J.C. Fortson, L.V. Pienaar, R.L. Bailey(1980)等人，認為同時考慮林分株數和每公頃斷面積來求密度，較僅考慮單一因子來得有效、精確，所以就採用林分密度指數來表示密度。

Reineke (1933) 定義 $SDI = N(10/D_q)^\beta$

$$\text{二次平均胸高直徑(quadric mean dbh)} \overline{D}_q = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n D_i^2}$$

林分密度指數與林齡及地位間之相關程度較低，林齡及地位相同之林分，其林木株數及林分平均胸高直徑可能不同。所以林分密度指數為森林調查時表示林分密度之比較適當的尺度，以及編製收穫表時可能引用之另外一個獨立變數。

Raineke 定義林分密度指數 (Stand Density Index, SDI) 為：

$$SDI = N(10/\overline{D}_q)^\beta$$

$$N = \alpha \overline{D}_q^{-\beta}$$

$$\overline{D}_q = \sqrt{\frac{1}{n} \sum^n D_i^2}$$

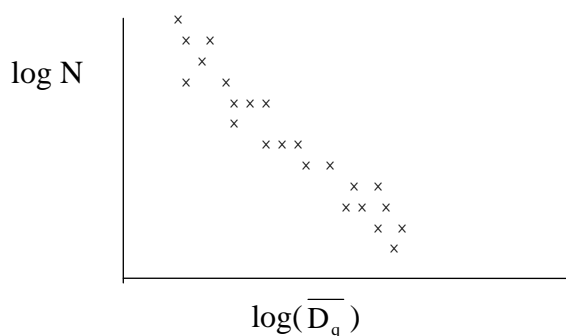


圖5-5 同林齡完全郁閉林分每英畝林分株數與二次平均胸高直徑(\overline{D}_q)之關係圖

粗密度 (crude density) : $\frac{\text{No or biomass}}{\text{分佈總空間}}$

特定密度(specific density)或生態密度(ecological density) = $\frac{\text{ba or } \sum D_i}{\text{佔據的可能空間}}$

7. 株距指數 (Spacing index, SI, %, relative spacing)

空間指標或相對空間(Spacing Index or Relative Spacing)乃 Hart (1928), Becking (1954), Hummel (1954)和 Beekhuis (1966)一脈發展而成，可用下式表之：

$$RS(\text{Relative Spacing}) = \frac{\text{兩株樹的平均距離}}{\text{優勢林冠的平均高度}}$$

$$\text{或以平方距離空間算 } RS = \frac{\sqrt{10,000/N}}{H}$$

N：株數／公頃

H：優勢林木高

林木平均之距離和優勢樹高之比值，可用百分率表示。比值愈大表示密度愈小，理想的蓄積有更大的生長空間，公式如下：

$$RS = \frac{\sqrt{10,000/N}}{H}$$

$$SI = \frac{a}{H}$$

H：每公頃內最高株林木之平均樹高

a：兩株樹間的平均距離

株距可直接測量，也可由下式求得，當林木為三角形栽植時：

$$a = \sqrt{\frac{10,000}{\frac{\sqrt{3}}{2}N}} = \sqrt{\frac{10,000}{0.866N}}$$

為方形栽植時：

$$a = \sqrt{\frac{10,000}{N}}$$

優點：(1)優勢木樹高不受密度及年齡之改變而變化。

(2)可用於集約林分之密度控制。

舉例：用於疏伐時，第一次於優勢樹高15m實施，第二次於優勢樹高20m時，二次疏伐後之SI均為27.5%，則疏伐後應留存之株數為：

當優勢樹高15m時： $N = 10,000 / (15 \times 27.5\%)^2 = 588$

當優勢樹高20m時： $N = 10,000 / (20 \times 27.5\%)^2 = 331$

缺點：

1.樹冠競爭指數

樹冠競爭指數(crown competition factor，簡稱CCF)，一株林木所利用之生育空間，可以使用與相同胸高直徑孤立木之平均樹冠投影面積代表，稱作最大樹冠面積(maximum crown area)。然而由於單株林木所利用之生育空間測定困難，實際應用時則改由多數林木所構成之群體為基準，所以樹冠競爭指數為表示一群林木最大樹冠面積和與其可能利用之林地面積的比率。

樹冠和胸徑之間有如下之關係；且以樹冠寬度代表密度：

$$CW = \alpha + \beta D$$

CW：樹冠寬度

D：平均胸徑

α, β ：參數

實際調查孤立木之平均樹冠直徑CW與胸高直徑間具下列之直線迴歸關係：

$$CW = a + bD \text{ -----(1)}$$

上兩邊平方則得：

$$(CW)^2 = a^2 + 2abD + b^2D^2 \text{ -----(1)'}$$

(1)式之實驗式，為根據實測之孤立木結果所求出。

林分中一株林木之最大樹冠面積，如以樹冠垂直投影面積占一公頃面積之百率表示時，即等於用1,000除樹冠面積，如下所示：

$$MCA = \frac{\frac{\pi}{4}CW^2}{1,000 \times 100\%} = 0.007854CW^2\% \dots\dots\dots(2)$$

以(1)' 代入(2)式得：

$$MCA = a^1 + b^1D + c^1D^2$$

為避免單株與數株之互相混淆，特將換算成每一公頃之數值，並以CCF代表，而由下列公式計算：

$$CCF = \frac{1}{A} (a^1 \sum_{i=1}^K N_i + b^1 \sum_{i=1}^K D_i N_i + c^1 \sum_{i=1}^K D_i^2 N_i) \dots\dots\dots(3)$$

式中之 A：樣區面積

Di：第 i 級之胸高直徑

Ni：第 i 級之株數

K：樣區之直徑級數

a₁、b₁、c₁：實驗式之常數

一株林木所利用之生育空間，可以使用與相同胸高直徑之孤立木之平均樹冠投影面積代表，稱作最大樹冠面積（maximum crown area）。

樹冠競爭指數（Crown competition factor, CCF, %）

林分內林木最大樹冠面積的總計，與這些林木可利用之林地面積之比值，即為樹冠競爭指數，常以百分率表示。使用本法時，必須先求得孤立木之胸徑對冠徑的關係，此關係常為一次式，如 $CW = d + \beta D$ ，然後求各胸徑級之最大樹冠面積（Maximum crown area, MCA）。

$$MCA = \pi/4(cw)^2/10,000 \times \% = 0.007854(cw)^2$$

然後測林分之胸徑級株數，計算之總和即為樹冠競爭指數。

$$CCF = \frac{\sum MCA_i \times N_i}{A} = \frac{1}{A} (a^1 \sum_{i=1}^K N_i + b^1 \sum_{i=1}^K D_i N_i + c^1 \sum_{i=1}^K D_i^2 N_i)$$

Ni：胸徑級之株數

例：溪頭柳杉孤立木之胸徑及冠徑之關係式為： $CW = 1.44678 + 0.12529D$ ，而 $MCA = 0.016439 + 0.002847D + 0.000123D^2$

胸徑級	株數	MCA	各胸徑級 總MCA
4	1	0.029795	0.029795
6	11	0.037949	0.417439
8	24	0.047087	1.130088
10	24	0.052090	1.250160
12	28	0.068315	1.912820
14	44	0.080405	3.57820
16	36	0.093479	3.365244
18	45	0.107537	4.839165

20	30	0.122579	3.677370
22	19	0.138605	2.633495
24	6	0.155615	0.923690
26	4	0.173924	0.695696
28	4	0.192838	0.771352
合計	276		25.194134

$$\text{故 } CCF = \frac{25.194134}{0.2} = 125.97$$

- 優點：(1)可應用任何林分。
 (2)和生長收穫具高度正相關。
 (3)和年齡、地位級不具顯著關係。
- 缺點：未能表示實際樹冠之大小。

另較常用者仍每公頃的林木株數和每公頃的斷面積因為林分都不是很規則；所以沒有一種林分密度表示方法，可以表示影響單株林木生長的競爭現象(Bruce & Wenesl, 1989)。

表5-1 各密度表示法之性質

種類 比較項目	N(N/ha)	BA(m ² /ha)	V(m ³ /ha)	cd(%)	SI(%)	CCF(%)
值與密度之相關性	正	正	正	正	負	正
使用林分之條件	1.均勻之全齡林 2.未疏伐之同齡林 3.知疏伐歷史之同齡林 4.株數穩定之林分 5.BA穩定之林分	同左	無	林冠未重疊之 單層林分	同齡林	無
測計之項目	N	N.D	N.H.D.F	樹冠投影圖(D)	N及栽植方式， Hd	N.D
測計之難易度	最易	易	最難	難	中等	易
與測計項目之函數形式	f(N)	f(N.D ²)	f(N.H.D ² .F)	f(CW)orf(D ²)	f(N ^{-1/2} , H ⁻¹)	f(N, D)
預知之關係式	無	(林地最大之 BA)	無	(Y=a+bD+CD ²)	無	CW=α+β D
與林齡之相關性	高(負)	高(正)	高(正)	高(正)	無	低(負)
與地位級之相關性	正	正	正	正	負	無
與林分材積生長之相關性	高(正)	低(正)	低(負)	—	高(負)	高(正)
用途	1.收穫表 2.收穫方程式 (需與其他因子合用)	1.計算材積 2.收穫預定	1.森林資源 之表示 2.立木之經 濟價值	1.表示現實林分 對林地之佔領 度 2.遮陰之指標	1.密度控制 2.生長預測	1.生長預測
利用航照測計之難易	易	中等	難	易	中等	中等

5.3 森林撫育(Tending of forests)：撫育措施(疏伐、施肥、競爭植物的控制)(Cultured treatments applied (thinning, fertilization, competing vegetation control, etc.))。

生長量依時間、位置、土壤、氣候、林分結構、林分密度而異，土壤、位置→稱

為穩定因子(stable factor)；林分結構、林分密度→稱為暫時因子(transient factor)。

樹齡（單株）之查定方法

(一)根據記錄或口碑法

(二)目測法—視地位，林分狀態（但地位優良或疏林之樹木→高估；劣地裏之被壓的樹木→Age低估）竹→竹桿色澤判斷之；樹木大小，樹皮外貌，樹冠形狀等經驗略推之。

(三)枝節法—Pinus, Abies, Picea等，可由輪生枝知其Age。

(四)生長錐法—立木以生長錐（increment borer）（含錐管、錐柄、拉針）雖得之木條可知(1)年輪數目→林齡(2)小木條年輪間寬度→直徑生長

(五)伐倒木斷面計算年輪

註：現實齡（actual age）：由發芽→迄今之實際齡

經濟齡（economical age）：樹木從發育正常（即施業方法、環境條件適當且未受妨礙情況下）→迄今

(六) C_{14} 放射追蹤測定

(七)由平均生長量推求之

樹面積比率

樹冠競爭因子

森林蓄積

5.4 立地品位(地位)

(一)地位因子調查

1、地位—特殊種或林型在一生育地（site）的生產潛力。量測每種樹種的立地生長潛能可由以下幾種方法求出：

a.直接法(a)以往的收穫記載：如農作物生產量

(b)林分立木材積

(c)林分樹高

(d)定期間高生長：DBH五年間的生長

b.間接法(a)樹冠層樹木間的關係

(b)地被組成豐量度

(c)地形、氣候

而使用 a(a)的話，需要品種一致施業法相同，病蟲害沒有大變化，輪伐期相同，即非常集約之經營始可用。

a(b)則因材積與密度，樹種、組成基因、施業方法而有很大的差別，並不僅是地位，所以不予使用。

a(c)同樣密度，依樹種不同，密度會對樹高有影響，但一般重要造林樹種其密度不影響樹高，而樹高卻能反應土地生產力。

a(d)Alban（1972）研究紅杉生長期間，認為起始於8ft（2.4m）以上五年的生長最具代表地位。一般人相信幼年林分用本法算出的地位較準，老林分則不適合。

b(a)找出樹冠層林木和造林主要樹種對地位反應之關係(以變更前之林相DBH、H的分佈與造林木分佈之關係求出其地位)。

b(b)若樣區調查發現地被是蕨類和軟草類其林分生長較好，而具若藤類和硬草類

地被之林地樹木生長不佳，此似乎可用之。

(二)植生性質調查

(三)地位指數

(四)收穫表和收穫函數

1、同齡林收穫表

2、收穫函數

5.5 經營活動

** 林分經營歷史 **

(一)未來生長收穫研究方向

- 1.台灣主要造林樹種與林型之生長、收穫資料庫、模式庫彙集
- 2.生長收穫模擬模式系統增修—生長部分之模式分析、驗證、修正與評估
 - (1)林業資料處理程式庫(文書、資料庫)
 - (2)台灣林分結構生長模式系統(STGMS)之建立(1993.3 實驗林報告)
 - (3)三種胸高直徑生長模式推導應用比較(中華林學季刊)
 - (4)由樹高生長模式與胸高直徑生長模式推導樹高曲線(中華林學季刊)
 - (5)枯死模式
 - (6)直徑分佈法於全林分生長、收穫上之應用
 - (7)直徑級生長收穫模式系統上之建立
 - (8)生長收穫模式在資源調查資料分析上之應用
- 3.台灣主要天然林林型生長收穫系統
 - (1)台灣主要林型、樹種、型態、生長、演替資料庫彙集
 - (2)森林生長收穫模式與演替模式之整合
- 4.台灣地區森林之樹種組成、林分結構與生長在空間與時間上的變異
- 5.台灣主要人工林樹種生長收穫模式論
 - (1)臺灣杉生長收穫模式庫彙集/自然環境/人為措施影響
 - (2)杉木生長收穫模式庫彙集/自然環境/人為措施影響
 - (3)柳杉生長收穫模式庫彙集/自然環境/人為措施影響
 - (4)桃花心木生長收穫模式庫彙集/自然環境/人為措施影響
 - (5)木荷生長收穫模式庫彙集/自然環境/人為措施影響
 - (6)森林生長收穫量對各種天然、人為衝擊的影響(控制競爭植物—蔓藤為害)
- 6.森林資源調查有關天然林樹種組成與林分結構分析技術改進之研究
- 7.利用航測調查及地面調查之雙重取樣資料改進材積推估的研究
- 8.台灣地區闊葉樹蓄積量與生長量之探討—1992.12.5 (林學會闊葉樹研討會)

(二)五種栽植密度之柳杉造林地基本資料、樣區名稱

1、樹種(SPS)

2、位置(Location)

林管處(Forest Distract)

事業區(Working circle)

林班(Compartment, Comp)

小班(Subcompartment, Subcomp)

3、樣區面積(Plot area)

4、樣區方位(Aspect)

5、樣區海拔高(Altitude)

6、每公頃栽植株樹(Plant stock, No/ha)

(三)林木生長基本資料

圖：單株林木位置圖

表：單株林木編號

單株林木胸高直徑

單株林木樹高

單株林木特殊記載

(四)林分分布、平均資料

胸高直徑：分布

最大

最小

平均

眾數

樹高：分布

最大

最小

平均

眾數

每公頃斷面積

每公頃材積

每公頃株數

樣區斷面積

樣區材積

樣區株樹

林分密度

林分地位

林齡

樹種

處理：

整地

施肥

除草蔓

防病蟲害

間伐

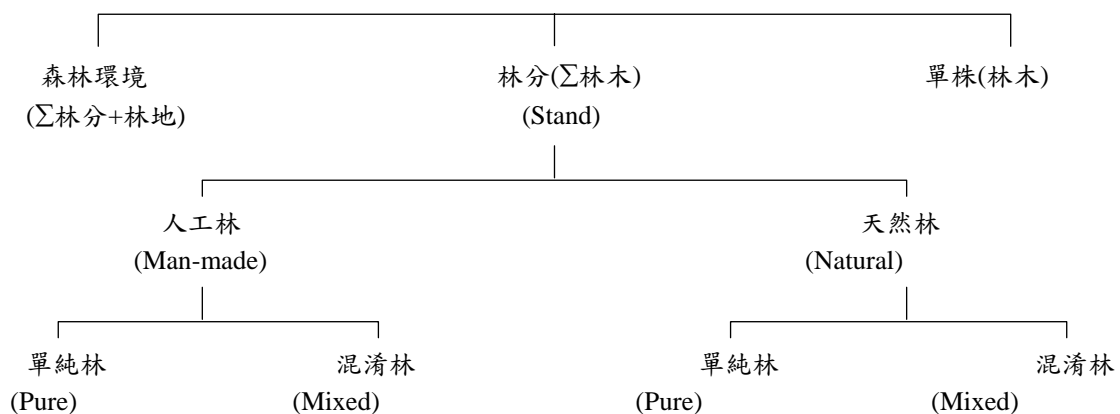
(五)模式化

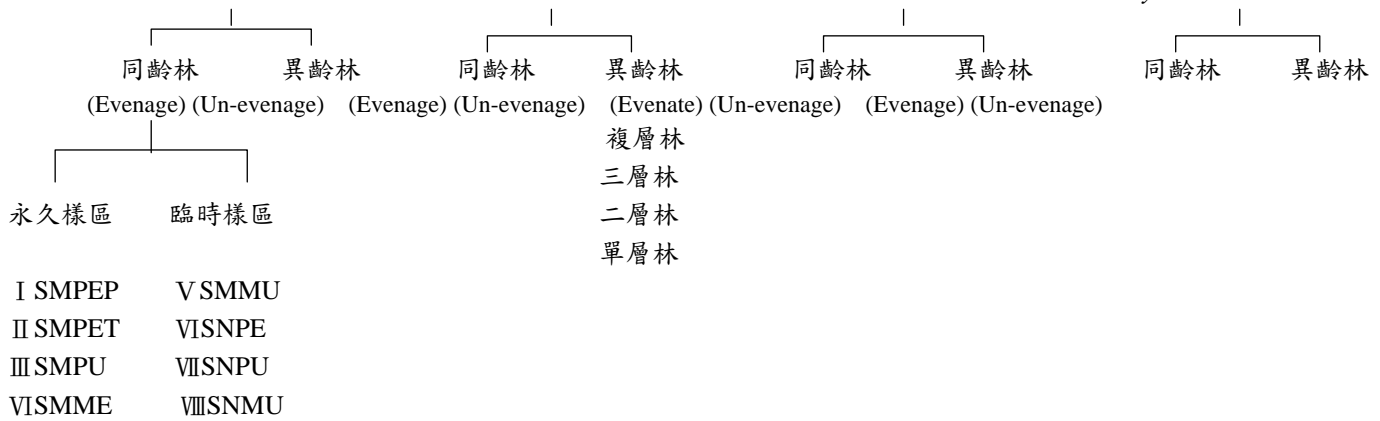
1.單株

$$W \left\{ \begin{array}{l} \text{DBH}_{it} \\ H_{it}=f(t) \\ \text{Ba}_{it} \\ V_{it} \end{array} \right. \quad \begin{array}{l} \frac{dw}{dt} = f(t) \\ \left(\frac{dw}{dt} \right) / w = f(t) \end{array}$$

2.林分

樹木生長





(1) 基本資訊

1. 樹高曲線(D-H relationship curve)

$$H_i = f(DBH_i)$$

2. 材積式(Volume formula)

$$V_i = f(DBH, H, F)$$

3. 林齡查定

4. 地位查定

A · 直接法(a)以往的收穫記載：如農作物生產量

(b)林分立木材積

(c)林分樹高

(d)定期間高生長：DBH五年間的生長

B · 間接法(a)樹冠層樹木間的關係

(b)地被組或豐量

(c)地形、氣候

地位指數(Site index curve, SI)

$$H_{mean} = f(t)$$

$$H_{don} \quad S_{cod} = f(t)$$

5. 密度查定方法可分

A. 每公頃的林木株數

B. 每公頃的斷面積

C. 每公頃的材積

D. 郁閉度(crown close, cd %)

E. 林分密度指數 (Stand Density Index, SDI)

F. 林木面積比例 (Tree-Area Ratio, TAR)

G. 空間指標或相對空間(Spacing Index or Relative Spacing, SP, RS)

H. 樹冠競爭係數法 (Crown Competition factor, CCF)

林分密度以Nt/ha表示

(2) 全林分生長模式

1. 不同林分

$$BA/ha = f(SPS, A_t, SI, Den, Treatment)$$

$$V = f(SPS, A_t, SI, Den, Treatment)$$

2. 同林分

$$\frac{dw}{dt} = f(t)$$

其他條件一致(other things being equal)

$$BA/ha = f(A_t)$$

$$V/ha = f(A_t)$$

$$\frac{dw}{dt} = f(A_t)$$

$$\frac{dw}{dt} / W = f(t)$$

3. 直徑分布法

$$\bar{V} / ha = Nt \int g(x), f(x, \theta) d\theta$$

a. 不同林分

	Weibull (θ)	BA/ha	V/ha	SI	Den	Age
Plot No.	a、b、c					

母數預測方法(Parameter prediction method, ppm)

$$a = f(SI, Den, Age)$$

$$a+b = f(SI, Den, Age)$$

$$c = f(SI, Den, Age)$$

$$\frac{da}{dt} = f(SI, Den, Age)$$

$$\frac{db}{dt} = f(SI, Den, Age)$$

$$\frac{dc}{dt} = f(SI, Den, Age)$$

b. 相同林分

PPM :

a

b f(t)

c

$$\alpha p = f(t) - a, b, c$$

4. 全林分生長模式—直徑分布法

母數回復模式(Parameter recovery method, PRM)

$$1. \begin{array}{l} \text{全林分} \\ \text{生長模式} \end{array} \left[\begin{array}{l} V \\ BA/ha = f(SI, Den, Age) \\ D \end{array} \right]$$

2.直徑生長模式

a

$$b = f(\text{SI, Den, Age})$$

c

3.相容性

** 林木生長原理

生長曲線(growth curves)

DBH	較寬栽植距離	較寬栽植距離	較寬栽植距離	林齡
林齡	中等栽植距離	中等栽植距離	中等栽植距離	林齡
林齡	較窄栽植距離	較窄栽植距離	較窄栽植距離	林齡

淨(淨(粗(
生連	收總	生總
長年	穫生	長生
量生	量長	量長
長	量	量
量))
)		

未疏伐林分

疏伐林分

第六章 樹種、林型、地景、生態系

一、天然林、人工林植生群叢相對頻度、相對密度、相對優勢度及重要值

台灣林型之族群類別：

冷杉林型植生群叢

樹種	頻度	相對頻度	密度	相對密度	優勢度	相對優勢	重要值
鐵杉	100	0.5	7.6	28.79	1.1476	23.73	53.02
冷杉	100	0.5	18.6	71.21	3.6683	76.27	147.98

雲杉林型植生群叢

樹種	頻度	相對頻度	密度	相對密度	優勢度	相對優勢	重要值
紅檜	12.5	0.047619	0.12	0.65	0.0019	0.02	0.717619
冷杉	12.5	0.047619	0.12	0.65	0.0849	1.31	2.007619
雲葉	12.5	0.047619	0.50	2.61	0.1657	2.57	5.227619
臺灣扁柏	25.0	0.095230	0.62	3.26	0.2407	3.74	7.095238
華山松	37.5	0.142857	1.00	5.22	0.2556	3.97	9.332857
鐵杉	62.5	0.238095	1.87	9.80	0.2334	3.62	13.658090
雲杉	100.0	0.380950	14.87	77.77	5.4510	84.72	162.87090

鐵杉林型植生群叢

樹種	頻度	相對頻度	密度	相對密度	優勢度	相對優勢	重要值
長尾尖錐栗	9.09	0.037035	0.09	0.32	0.0132	0.17	0.527035
紅檜	9.09	0.037035	0.18	0.64	0.0174	0.23	0.907035
香杉	9.09	0.037035	0.09	0.32	0.1169	1.54	1.897035
冷杉	9.09	0.037035	0.45	1.60	0.0246	0.32	1.957035
雲杉	9.09	0.037035	0.36	1.28	0.2140	2.82	4.137035
華山松	36.36	0.148142	0.36	1.28	0.2264	2.98	4.408142
臺灣扁柏	63.63	0.259248	2.63	12.50	0.9363	12.35	25.10924
鐵杉	100.0	0.407431	23.27	82.05	6.0311	79.56	162.01740

高山杉類林型植生群叢

樹種	頻度	相對頻度	密度	相對密度	優勢度	相對優勢	重要值
青剛櫟	10	0.027777	0.1	0.38	0.0017	0.05	0.457777
白花八角	10	0.027777	0.2	0.77	0.0019	0.05	0.847777
臺灣五葉松	10	0.027777	0.3	1.15	0.0124	0.20	1.377777
其他闊葉樹	20	0.055555	0.3	1.15	0.0125	0.38	1.585555
雲葉	40	0.111111	0.6	2.31	0.0492	1.47	3.891111
紅檜	30	0.083333	1.0	3.86	0.0916	2.75	6.693333
臺灣扁柏	40	0.111111	2.6	10.03	0.1091	3.27	13.411110
鐵杉	60	0.166666	3.6	13.89	0.4144	12.43	26.486660
華山松	60	0.166666	4.50	17.38	1.0957	32.93	50.476660
臺灣二葉松	80	0.222222	12.3	47.49	1.5160	45.47	93.182220

紅檜林型植生群叢

樹種	頻度	相對頻度	密度	相對密度	優勢度	相對優勢	重要值
長果木薑子	10	0.04	0.1	0.99	0.0096	0.10	0.63
臺灣杉	10	0.04	0.1	0.99	0.0173	0.18	0.71
阿里山榆	10	0.04	0.2	0.99	0.0284	0.30	1.33

華山松	10	0.04	0.2	0.99	0.0284	0.30	1.33
長尾尖錐栗	10	0.04	0.2	0.99	8.0773	0.82	1.85
臺灣二葉松	20	0.08	0.6	2.97	0.0856	0.91	3.96
赤楊	10	0.04	0.4	1.98	0.1955	2.09	4.11
木荷	10	0.04	0.3	1.48	0.2801	2.99	4.51
臺灣扁柏	30	0.12	0.7	3.45	0.2342	2.50	6.08
鐵杉	30	0.12	1.0	4.95	0.3158	3.39	8.44
紅檜	100	0.40	15.8	78.21	7.9995	85.59	164.20

臺灣扁柏林型植生群叢

樹種	頻度	相對頻度	密度	相對密度	優勢度	相對優勢	重要值
雲葉	12.5	0.058823	0.12	0.51	0.0297	0.26	0.828823
華山松	12.5	0.058823	0.12	0.51	0.1141	1.03	1.598823
青剛櫟	12.5	0.058823	0.37	1.53	0.1381	1.25	2.838823
紅檜	25.0	0.117647	0.25	1.02	0.3087	2.79	3.927647
白花八角	12.5	0.058823	1.00	4.10	0.1865	1.69	5.848823
其他闊葉樹	12.5	0.058823	1.62	6.66	0.2034	1.84	8.558823
鐵杉	25.0	0.117647	2.37	9.74	1.1219	10.16	20.017640
臺灣扁柏	100.0	0.470588	18.50	75.89	8.9318	80.94	157.30050

針葉樹混交林型植生群叢

樹種	頻度	相對頻度	密度	相對密度	優勢度	相對優勢	重要值
臺灣杉	7.1	0.018107	0.07	0.88	0.0064	0.07	0.968107
森氏櫟	7.1	0.018107	0.07	0.88	0.0129	0.14	1.038107
白花八角	7.1	0.018107	0.07	0.88	0.0222	0.24	1.138107
紅花八角	14.2	0.036215	0.28	1.15	0.0232	0.25	1.436215
臺灣二葉松	7.1	0.018107	0.28	1.15	0.0428	0.46	1.628107
赤楊	7.1	0.018107	0.28	1.15	0.1194	1.27	2.438107
其他闊葉樹	21.3	0.054322	0.49	2.60	0.0291	0.31	2.964322
雲杉	7.1	0.018107	0.35	1.44	0.2172	2.31	3.768107
冷杉	7.1	0.018107	0.64	2.59	0.1252	1.33	3.938107
香杉	7.1	0.018107	0.64	2.59	0.4272	4.48	7.088107
雲葉	21.4	0.054577	1.14	4.61	0.2406	2.55	7.214577
華山松	42.8	0.109155	3.28	13.25	1.4519	15.41	28.769150
鐵杉	71.4	0.182096	5.28	21.32	1.3223	14.03	35.532090
臺灣扁柏	78.5	0.200204	5.35	21.61	2.2369	23.73	45.540200
紅檜	85.7	0.218566	6.85	26.22	3.1839	33.79	60.228560

針葉樹闊葉樹混交林型植生群叢

樹種	頻度	相對頻度	密度	相對密度	優勢度	相對優勢	重要值
日本山欖	20	0.035714	0.2	0.78	0.0026	0.09	0.905714
錐果櫟	20	0.035714	0.2	0.78	0.0026	0.09	0.905714
紅豆杉	20	0.035714	0.2	0.78	0.0192	0.69	1.505714
尖葉新木蓋子	20	0.035714	0.2	0.78	0.0290	1.04	1.855714
木荷	20	0.035714	0.2	0.78	0.0290	1.04	1.855714
雲葉	20	0.035714	0.4	1.56	0.0397	1.43	3.025714
雲杉	20	0.035714	0.6	2.34	0.0231	0.83	3.205714
阿里山楠	20	0.035714	0.4	1.56	0.0461	1.66	3.255714
Unknown	20	0.035714	1.0	3.90	0.0899	2.24	6.175714

狗骨仔	20	0.035714	1.4	5.46	0.0373	1.34	6.835714
華山松	20	0.035714	1.2	4.68	0.0903	2.25	6.965714
苦扁桃葉石櫟	20	0.035714	1.2	4.68	0.2128	3.67	8.385714
紅檜	40	0.071428	1.8	7.03	0.0820	2.15	9.251428
森氏櫟	20	0.035714	1.4	5.46	0.3137	4.31	9.805714
其他闊葉樹	40	0.071428	2.4	9.37	0.0732	2.64	12.081420
臺灣扁柏	60	0.107142	2.4	9.37	0.4855	9.50	18.977140
狹葉高山櫟	20	0.035714	2.8	10.93	0.4296	8.48	19.445710
鐵杉	80	0.142857	2.2	8.59	0.8141	18.34	27.072850
長尾尖錐栗	40	0.071428	4.4	17.18	0.6112	12.02	29.271420
香杉	20	0.035714	1.0	3.90	1.3402	27.31	31.245710

溫帶闊葉樹林型植生群叢

樹種	頻度	相對頻度	密度	相對密度	優勢度	相對優勢	重要值
香桂	7.69	0.012986	0.07	0.2	0.0013	0.03	0.242986
山龍眼	7.69	0.012986	0.07	0.2	0.0024	0.06	0.272986
森氏櫟	7.69	0.012986	0.07	0.2	0.0037	0.10	0.312986
土肉桂	7.69	0.012986	0.07	0.2	0.0037	0.10	0.312986
短穗花山礬	7.69	0.012986	0.07	0.2	0.0037	0.10	0.312986
楊桐	7.69	0.012986	0.07	0.2	0.0065	0.18	0.392986
小葉山礬	7.69	0.012986	0.07	0.2	0.0074	1.21	0.422986
星刺錐櫟	7.69	0.012986	0.07	0.2	0.0096	0.27	0.482986
南投黃肉楠	7.69	0.012986	0.07	0.2	0.0139	0.40	0.612986
紅檜	7.69	0.012986	0.07	0.2	0.0169	0.48	0.692986
瑞方楠	15.38	0.025973	0.15	0.4	0.0102	0.29	0.715973
錐果櫟	7.69	0.012986	0.15	0.4	0.0128	0.37	0.782986
瓊楠	15.38	0.025973	0.15	0.4	0.0128	0.37	0.795973
	7.69	0.012986	0.23	0.6	0.0116	0.33	0.942986
五掌楠	7.69	0.012986	0.15	0.4	0.0198	0.57	0.982986
厚皮香	15.38	0.025973	0.15	0.4	0.0220	0.63	1.055973
杜鵑	7.69	0.012986	0.30	0.8	0.0102	0.29	1.102986
山櫻花	7.69	0.012986	0.38	1	0.0032	0.09	1.102986
錐栗葉石櫟	7.69	0.012986	0.15	0.4	0.0298	0.86	1.272986
霧社黃肉楠	7.69	0.012986	0.30	0.8	0.0192	0.55	1.362986
薯豆	15.38	0.025973	0.38	1	0.0176	0.51	1.535973
尖葉新木蓋子	23.07	0.038960	0.46	1.2	0.0132	0.38	1.618960
短尾葉石櫟	7.69	0.012986	0.46	1.2	0.0187	0.54	1.752986
臺灣計祀李侵	7.69	0.012986	0.46	1.2	0.0250	0.72	1.932986
山漆	15.38	0.025973	0.61	1.6	0.0123	0.35	1.975973
俄氏虎皮楠	7.69	0.012986	0.69	1.81	0.0128	0.37	2.192986
香葉子樹	7.69	0.012986	0.38	1	0.0413	1.19	2.202986
烏心石	23.07	0.038960	0.30	0.8	0.0511	1.47	2.308960
短刺錐櫟	15.38	0.025973	0.38	1	0.0457	1.32	2.345973
柃木類	15.38	0.025973	0.76	2.01	0.0173	0.50	2.535973
苦扁桃葉石櫟	7.69	0.012986	0.30	0.8	0.1505	4.34	5.152986
假長葉楠	23.07	0.038960	0.38	1	0.1454	4.19	5.228960
豬腳楠	23.07	0.038960	1.23	3.21	0.0694	2.00	5.248960
赤陽	15.38	0.025973	0.15	0.4	0.1842	5.32	5.745973
青剛櫟	7.69	0.012986	2.00	5.23	0.0271	0.78	6.022986

木荷	15.38	0.025973	0.30	0.8	0.1855	5.53	6.355973
川上氏石櫟	23.07	0.038960	1.53	4.02	0.0797	2.30	6.358960
江某	15.38	0.025973	0.61	1.6	0.2259	6.52	8.145973
臺灣蚊母樹	15.38	0.025973	2.00	5.23	0.1505	4.34	9.595973
臺灣扁柏	30.76	0.051947	0.46	1.2	0.3389	9.78	11.03194
阿里山楠	30.76	0.051947	1.53	4.02	0.2751	7.94	12.01194
其他櫟類	30.76	0.051947	2.23	5.83	0.3562	10.28	16.16194
白花八角	38.46	0.064950	11.46	29.97	0.4544	20.70	50.73495

暖帶闊葉樹林型植生群叢

樹種	頻度	相對頻度	密度	相對密度	優勢度	相對優勢	重要值
綠樟	3.6	0.004450	0.04	0.13	0.0004	0.01	0.144450
小葉赤蘭	3.6	0.004450	0.04	0.13	0.0005	0.01	0.144450
山胡椒	3.6	0.004450	0.04	0.13	0.0005	0.01	0.144450
銳葉柃	3.6	0.004450	0.04	0.13	0.0005	0.01	0.144450
南投黃肉楠	3.6	0.004450	0.04	0.13	0.0005	0.01	0.144450
野桐	3.6	0.004450	0.04	0.13	0.0006	0.02	0.154450
狗骨仔	3.6	0.004450	0.04	0.13	0.0006	0.02	0.154450
大葉溲疏	3.6	0.004450	0.04	0.13	0.0007	0.02	0.154450
香葉子樹	3.6	0.004450	0.04	0.13	0.0009	0.03	0.164450
白白	3.6	0.004450	0.04	0.13	0.0009	0.03	0.164450
無患子	3.6	0.004450	0.04	0.13	0.0012	0.03	0.164450
黃連木	3.6	0.004450	0.04	0.13	0.0015	0.05	0.184450
尖葉新木薑子	3.6	0.004450	0.04	0.13	0.0015	0.05	0.184450
長尾尖錐櫟	3.6	0.004450	0.04	0.13	0.0015	0.05	0.184450
臺灣欒樹	3.6	0.004450	0.04	0.13	0.0018	0.06	0.194450
臺灣山茶花	3.6	0.004450	0.04	0.13	0.0023	0.07	0.204450
阿里山紅淡	3.6	0.004450	0.04	0.13	0.0023	0.07	0.204450
山枇杷	3.6	0.004450	0.04	0.13	0.0023	0.07	0.204450
屏東木薑子	3.6	0.004450	0.04	0.13	0.0023	0.07	0.204450
短尾尖石櫟	3.6	0.004450	0.04	0.13	0.0026	0.08	0.214450
漸尖葉錐櫟	3.6	0.004450	0.04	0.13	0.0026	0.08	0.214450
臺灣朴樹	3.6	0.004450	0.04	0.13	0.0032	0.10	0.234450
牛奶榕	3.6	0.004450	0.07	0.25	0.0010	0.03	0.284450
烏來儲	3.6	0.004450	0.07	0.25	0.0015	0.05	0.304450
長葉冬青	3.6	0.004450	0.04	0.13	6.0054	0.17	0.304450
錐栗葉石櫟	3.6	0.004450	0.07	0.25	0.0020	0.06	0.314450
咬人狗	3.6	0.004450	0.04	0.13	0.0049	0.19	0.324450
栓皮櫟	3.6	0.004450	0.04	0.13	0.0067	0.22	0.354450
狹葉高山櫟	3.6	0.004450	0.04	0.13	0.0067	0.22	0.354450
五掌楠	7.4	0.009147	0.07	0.25	0.0034	0.11	0.369147
厚皮香	3.6	0.004450	0.07	0.25	0.0038	0.12	0.374450
烏皮九芎	3.6	0.004450	0.07	0.25	0.0047	0.15	0.404450
山龍眼	3.6	0.004450	0.11	0.38	0.0006	0.02	0.404450
牛樟	3.6	0.004450	0.04	0.13	0.0082	0.27	0.404450
臺灣錐櫟	7.4	0.009147	0.07	0.25	0.0049	0.16	0.419147
苦楝	3.6	0.004450	0.07	0.25	0.0054	0.18	0.434450
平遮那山礬	7.4	0.009147	0.11	0.38	0.0017	0.05	0.439147
糙葉樹	3.6	0.004450	0.11	0.38	0.0019	0.06	0.444450

九芎	3.6	0.004450	0.07	0.25	0.0063	0.21	0.464450
赤蘭	7.4	0.009147	0.07	0.25	0.0076	0.25	0.509147
茄冬	3.6	0.004450	0.04	0.13	0.0123	0.40	0.534450
小西氏山礬	3.6	0.004450	0.11	0.38	0.0053	0.17	0.554450
小梗黃肉楠	7.4	0.009147	0.15	0.51	0.0019	0.06	0.579147
臺灣雅楠	3.6	0.004450	0.11	0.38	0.0086	0.28	0.664450
猴歡喜	3.6	0.004450	0.11	0.38	0.0124	0.41	0.794450
長果木薑子	11.11	0.013733	0.18	0.63	0.0071	0.23	0.873733
樹杞	7.4	0.009147	0.22	0.76	0.0042	0.14	0.909147
苦扁桃葉石櫟	7.4	0.009147	0.11	0.38	0.0174	0.57	0.959147
山漆	3.6	0.004450	0.26	0.89	0.004	0.13	1.024450
杜英	11.11	0.013733	0.15	0.51	0.0161	0.53	1.053733
紅花八角	3.6	0.004450	0.22	0.76	0.0099	0.33	1.094450
光柄杜鵑	7.4	0.009147	0.22	0.76	0.0125	0.37	1.139147
俄氏釣樟	3.6	0.004450	0.11	0.38	0.0265	0.87	1.254450
紅淡	11.11	0.013733	0.29	1.02	0.0110	0.36	1.393733
白炮仔	14.81	0.018307	0.37	1.27	0.0098	0.32	1.608307
俄氏虎皮楠	11.11	0.013733	0.29	1.02	0.0191	0.63	1.663733
山香圓	22.22	0.027467	0.33	1.14	0.0193	0.63	1.797467
木荷	7.4	0.009147	0.15	0.51	0.0486	1.60	2.119147
小西氏石櫟	7.4	0.009147	0.52	1.78	0.0119	0.39	2.179147
薯豆	18.52	0.022893	0.40	1.39	0.0234	0.77	2.182893
假長葉楠	7.4	0.009147	0.33	1.14	0.0330	1.08	2.229147
澀葉榕	3.6	0.004450	0.33	1.14	0.0350	1.15	2.294450
大頭茶	7.4	0.009147	0.37	1.27	0.0349	1.15	2.429147
九丁樹	7.4	0.009147	0.37	1.27	0.0398	1.33	2.609147
瓊楠	11.11	0.013733	0.37	1.27	0.0442	1.46	2.743733
港口木荷	11.11	0.013733	0.66	2.29	0.0212	0.69	2.993733
錐果櫟	11.11	0.013733	0.41	1.40	0.0494	1.62	3.033733
反刺錐櫟	11.11	0.013733	0.37	1.27	0.0665	2.19	3.473733
烏心石	22.22	0.027467	0.37	1.27	0.0676	2.23	3.527467
青剛櫟	14.81	0.018307	0.80	2.41	0.0540	1.78	4.208307
赤皮	18.52	0.022893	0.33	1.14	0.0935	3.08	4.242893
赤血仔	18.52	0.022893	0.96	3.30	0.0386	1.27	4.592893
軟毛柿	11.11	0.013733	1.22	4.19	0.0136	0.45	4.653733
江某	25.93	0.032053	0.78	2.67	0.0704	2.32	5.022053
草刺錐櫟	22.00	0.027195	1.04	3.56	0.0709	1.99	5.577195
香桂	22.22	0.027467	0.78	2.67	0.0890	2.93	5.627467
厚殼桂	22.22	0.027467	0.92	3.17	0.0970	3.20	6.397467
川上氏石櫟	22.22	0.027467	0.78	0.78	0.1424	4.69	7.387467
山黃麻	14.81	0.018307	1.19	4.06	0.1282	4.22	8.298307
阿里山楠	33.33	0.041201	1.22	4.19	0.1385	4.56	8.791201
其他	41.11	0.050818	1.99	6.54	0.0702	2.28	8.870818
瑞芳楠	33.33	0.041201	1.22	4.19	0.1837	6.06	10.29120
水冬瓜	3.60	0.004450	1.18	4.06	0.1932	6.37	10.43445
大葉楠	18.52	0.022893	1.37	4.70	0.2092	6.09	10.81289
黃杞	35.83	0.044291	1.52	5.21	0.1747	5.76	11.01429
紅背錐櫟	29.63	0.036627	1.48	5.08	0.3018	9.95	15.06662

熱帶闊葉樹林型植生群叢

樹種	頻度	相對頻度	密度	相對密度	優勢度	相對優勢	重要值
臺灣錐栗	8.33	0.009510	0.08	0.19	0.0006	0.03	0.229510
山枇杷	8.33	0.009510	0.08	0.19	0.0008	0.05	0.249510
黃連木	8.33	0.009510	0.08	0.19	0.0011	0.06	0.259510
月桔	8.33	0.009510	0.08	0.19	0.0011	0.07	0.269510
銳葉柃木	8.33	0.009510	0.08	0.19	0.0015	0.09	0.289510
白榕	8.33	0.009510	0.08	0.19	0.0021	0.12	0.319510
山豬肉	8.33	0.009510	0.17	0.39	0.0013	0.08	0.479510
赤陽	8.33	0.009510	0.17	0.39	0.0013	0.08	0.479510
小西氏榕	8.33	0.009510	0.08	0.19	0.0048	0.28	0.479510
杜英	8.33	0.009510	0.08	0.19	0.0051	0.30	0.499510
九芎	8.33	0.009510	0.17	0.39	0.0023	0.13	0.529510
山刈葉	8.33	0.009510	0.08	0.19	0.0071	0.42	0.619510
朴樹	8.33	0.009510	0.17	0.39	0.0040	0.24	0.639510
嘮哩仔	16.67	0.009510	0.17	0.39	0.0041	0.24	0.649032
白白	8.33	0.009510	0.17	0.39	0.0043	0.25	0.649510
淡紅	8.33	0.009510	0.17	0.39	0.0042	0.25	0.649510
福氏面頭果	8.33	0.009510	0.25	0.59	0.0028	0.16	0.759510
臺灣朴樹	8.33	0.009510	0.08	0.19	0.0099	0.58	0.779510
茄冬	8.33	0.009510	0.25	0.59	0.0022	0.19	0.789510
白肉榕	8.33	0.009510	0.08	0.19	0.0105	0.61	0.809510
咬人狗	8.33	0.009510	0.17	0.39	0.0089	0.52	0.919510
木棉	8.33	0.009510	0.25	0.59	0.0064	0.37	0.969510
龍眼	8.33	0.009510	0.17	0.39	0.0143	0.84	1.239510
膜葉虎皮楠	8.33	0.009510	0.33	0.79	0.0078	0.46	1.259510
俄氏虎皮楠	8.33	0.009510	0.50	1.18	0.0032	0.19	1.379510
白赤榕	16.67	0.019032	0.33	0.79	0.0103	0.60	1.409032
臺灣檳	16.67	0.019032	0.42	0.99	0.0078	0.46	1.469032
赤血仔	8.33	0.009510	0.67	1.58	0.0033	0.20	1.789510
黃杞	8.33	0.009510	0.67	1.58	0.0043	0.23	1.819510
臺灣冬青	8.33	0.009510	0.67	1.58	0.0045	0.27	1.859510
樟樹	17.67	0.020174	0.17	0.39	0.0289	1.69	2.100174
水金京	25.00	0.028543	0.67	1.58	0.0089	0.53	2.138543
楓香	8.33	0.009510	0.33	0.79	0.0237	1.39	2.189510
常綠榕	33.33	0.038053	0.67	1.57	0.0144	0.84	2.448053
面頭果	33.33	0.038053	0.42	0.99	0.0252	1.48	2.508053
紅花八角	8.33	0.009510	0.83	1.97	0.0141	0.83	2.809510
烏來儲	8.33	0.009510	0.92	2.17	0.0159	0.94	3.119510
山香圓	16.67	0.019032	1.17	2.76	0.0079	0.45	3.229032
青剛櫟	8.33	0.009510	0.67	1.58	0.0331	1.94	3.529510
九丁樹	16.67	0.019032	1.00	2.37	0.0236	1.38	3.769032
山漆	16.67	0.019032	0.67	1.58	0.0413	2.42	4.019032
澀葉榕	16.67	0.019032	0.67	1.58	0.0413	2.42	4.019032
樹杞	25.00	0.028543	1.33	3.16	0.0233	1.37	4.558543
榕樹	8.33	0.009510	0.08	0.19	0.0763	4.48	4.679510
黃心柿	8.33	0.009510	0.92	2.17	0.0439	2.58	4.759510
血桐	16.67	0.019032	1.45	3.15	0.0280	1.64	4.809032
野桐	8.33	0.009510	1.58	3.85	0.0435	2.55	6.409510

<Gy95-6>							
2004/9/22 製 2012/12/26 印							
其他	58.31	0.066573	1.90	4.49	0.0413	2.43	6.986573
山龍眼	25.00	0.028543	2.75	6.51	0.0477	2.79	9.328543
無患子	25.00	0.028543	1.83	4.34	0.0896	5.26	9.628543
毛柿	8.33	0.009510	0.83	1.97	0.1357	7.96	9.939510
山黃麻	50.00	0.057086	1.42	3.35	0.1127	6.61	10.017080
大葉楠	58.33	0.066596	1.83	4.34	0.1341	7.89	12.266590
白炮仔	33.33	0.038053	3.58	8.48	0.0669	3.93	12.448050
瑞芳楠	33.33	0.038053	1.75	4.14	0.2146	12.59	16.768050
江某	33.33	0.038053	4.33	10.26	0.1236	7.25	17.548050

第七章 立地品位之估測

第二、三、四章之重點主要針對林分生長與收穫之預測方法，這些方法主要依據林分之樹種組成之生長與收穫概念。

1. 林分之林齡或林齡分布(異齡情況)。
2. 林地所隱藏之內在生產力。
3. 現有那些範圍內之內在生產力完全使用。
4. 撫育處理之應用(疏伐、施肥、競爭植生之控制)。

上面所列之第二因子，內在生產潛力可謂立地品位。本章針對此一專題進行詳細討論。第三因子即所謂立地空間，討論如何發揮立地最大內在生產力與林分密度值相同之觀念，此專題將於第三章研討。

Ford-Robertson (1971)於美國森林學會對立地所下之定義為「一地區之環境，及該地區所能提供植生之型態及品質」，由美國森林學會對立地所下之定義為森林學家所應用，其具有雙重意義，第一為立地代表地理位置，第二即立地代表環境情況之綜合作用所存在之特殊地區。此種分法似乎太過於理論化，因為地理位置沒有環境的影響是無法存在的，而環境的存在亦需有特殊的位置。雖然如此，應用立地此一名詞時有某些人著重於地理位置，有某些人則強調環境的意義。

7.1 立地品位(site quality)

在林木經營裡，立地品位可以定義為「森林或特殊樹種在生育地上之木材生產潛力」，「好」、「壞」字眼常用來描述立地品位，而其涵有高生產力與低生產力之意義。雖然「立地」為一簡短字眼，而對樹種的選擇是固定不變的，但是立地品位則關係到一種或更多之樹種，在特殊地區之經營問題。例如，對某一地區而言loblolly pine是極好之地位，但對White ash則為一極差之地位。

適當的立地品位測定與解釋對森林經營者為一重要之課題，對不同齡級之生產量大小與其值受林分密度及立地品位所控制。對一項投資而言，地位好壞有其不同之經濟政策，相同的，不同地區有其不同之地位，而其估測方法亦有所不同。

因為最實際重要的目的在於有效的估測立地品位，很多專家專心於發展地位之評估方法，這些方法大略可分類如下：

A：直接法

1. 由歷年收穫記錄推測。
2. 由林分材積資料推測。
3. 由林分樹高資料推測。

B.間接法

1. 由上木種間之關係推測之。
2. 由下層植生狀態推測之。
3. 由地形、氣候、及土壤因子推測之。

直接推測法，需要有現在及過去之生長資料，才能進行地位之推測。當缺乏過去之生長資料時，必須使用間接法。在地位之推測方面通常直接法恒較間接法來得好。

每一種推測法將於本章一一加以討論。

7.2 直接法推測立地品位

7.2.1 由過去之收穫資料推測立地品位

在農業方面，對某一田地之立地品位通常由一定期間之年平均生產量來推測，因此農人常用。例如用「每公頃有90蒲式耳」來當做該穀物在該農地之立地品位，這種方法是假定遺傳狀態保持絕對穩定，人為之經營方法不變，而無病蟲害之干擾，要在此一情況下想出一推測方法實在困難。

因集約經營之經驗已增加，故由歷年收穫結果推測立地品位，將成為較為適當，無論如何，世界上已有小部份地區對此一方法已相當成功的使用。在很多地區已實施集約經營，由這些集約經營之森林，其不同密度不同樹種組成所得之收穫資料通常較不同地位來得有效，甚至有一些例子已將前輪伐期集約經營之收穫資料，包括樹種的改變、密度的變化、撫育方法、輪伐期及遺傳，經過嚴格的利用到地位之品評。

$$\frac{dw}{dt} ha = f(Sps, Den, Age, SQ, Treatment)$$

7.2.2 由林分材積資料推測立地品位

在同齡林，由現存林分之材積林齡關係推測立地品位，為由一個或更多個先前林分材積收穫所提供立地品位資訊之最明顯選擇。然而，任何林齡之材積皆會受立地品位以外之因子所影響，除非控制那些因子或那些因子做適當的調整，不然林分材積與立地品位之相關性將會很小。如先前所言，其基本混淆因子為林分密度、樹種組成、遺傳與撫育作業。

如森林經營有一標準且一致性的經營制度，則林分材積將可應用為立地品位之間接資訊。在South Australia有一個State-Owned Monterey Pine人工林即利用此一種系統得到一個非常好的例子，在那些森林栽植區之林木密度皆保持一致，其枯損率很低且不變，遺傳性態得到控制。在那種嚴格控制的情況下，相關林齡之材積生產為立地品位最好指示因子。以蓄積過程中，林齡為時之每公頃材積當作立地品位之決定標準。唯一缺陷為林分蓄積推測立地品位時，林分材積資料的收集較困難。

7.2.3 由林分高資料推測立地品位

對大部分樹種而言，立地品位好的地區其高生長速率較高。換句話說，那些樹種其材積生產潛力與高生長呈正相關。例如圖7-1：

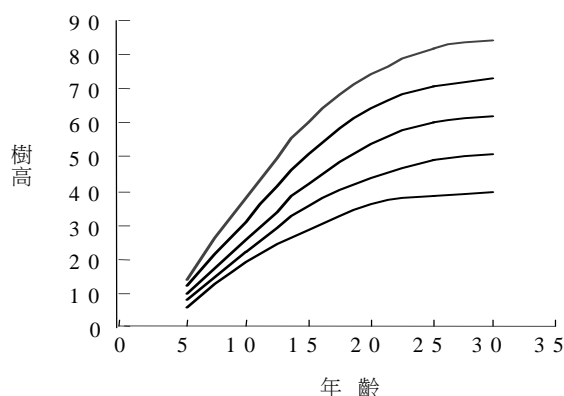


圖7-1

其為Slash pine人工林之一組以高生長為主之地位曲線(Newberry and Pienaar, 1978)，由圖7-1可知曲線A之林分地位其材積生產潛力比曲線B來得高。

事實上材積及高生長潛力與樹幹大小呈正相關，而同齡林其高生長受密度及中間砍伐之影響很小(除非是上層疏伐)。如樹種之高生長受林分密度大小影響，則除非能尋找出適當的方法來求得林分密度與高生長的關係，不然利用高生長來推測立地品位其效果將大大減低。還好大部分之重要樹種其高生長皆不受林分密度之影響，因此利用林分高資料去推測立地品位為一普遍利用之技巧。

以林分高為基礎之立地品位推測方法將涉及所謂地位指數曲線(site index curve)，任何一組地位指數曲線皆以樹高生長型式之數量化或一組相關曲線所組成。一般方法皆以一特殊林齡之樹高為基準比較之。此一特殊林齡又稱之為基準齡(referenced age)或指數齡(index age)，一般皆選用平均輪伐林齡。不過在很多組樹高生長曲線，其基準齡之選擇有點不太一樣。圖7-2為一組以基準齡為25年之樹高生長地位曲線，很多使用地位曲線時有一個錯誤的想法即認為地位曲線僅預測基準齡之樹高。而實際上地位曲線可預測其生長期間各階段之高生長。例如圖7-2以地位50feet之林分可預測15年生時其優勢木之平均高為35feet。因此符號50之曲線乃說明該地位林分之高生長以該曲線之型式變化。

近年來利用統計方法去描述那些曲線，因此高生長曲線圖形為一些數學方程式，而其曲線圖形顯示於圖7-2至圖7-5那些方程式變數之意義分述如下：

S=地位指數(呎)

A=平均林齡(決定地位之林木)

A_b=平均胸高齡(決定地位之林木)

H=平均高生長(決定地位之林木)

1.Georgia and Florida地區之Slash pine人工林之地位曲線。

(index age=25 years ; Newberry and Pienaar, 1978)

$$S=H= \{ [1-\exp(-25K)]/[1-\exp(-KA)] \}^{1/(1-m)} \quad (7.1)$$

(7.1)式中 K=0.100354, m=0.516188

其圖形顯示，如圖7-2：

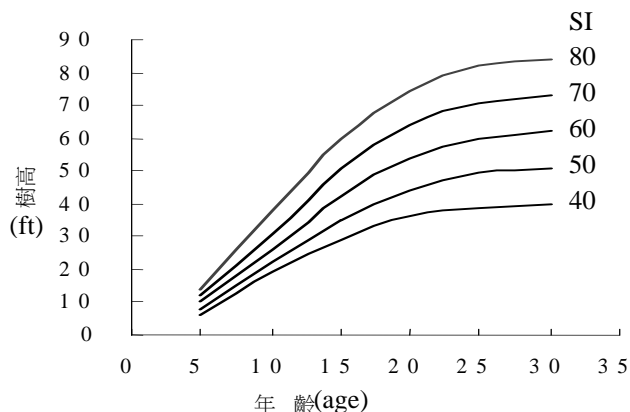


圖7-2

2. Loblolly pine Plantations, Piedmont Plateau, Southeastern White States (index age=25 years ; Coile and Schumacher, 1964)

$$\log(S) = \log(H) + 5.190 \left(\frac{1}{A} - \frac{1}{25} \right) \quad (7.2)$$

圖形顯示，如圖7-3：

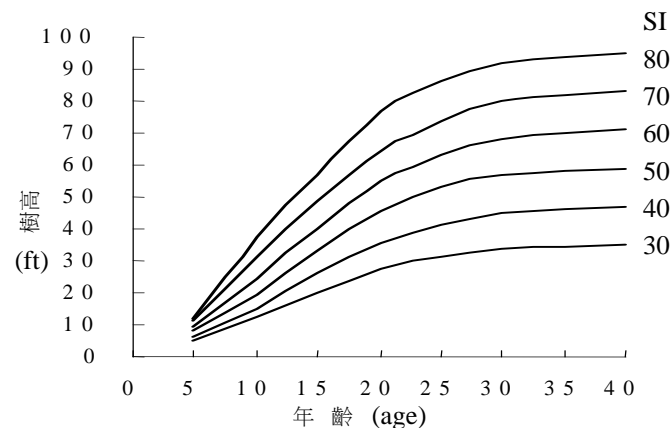


圖7-3

3. Monterey Pine Plantations, Central North Island, New Zealand (index age=25 years ; Bailey and Clutter, 1974)

$$S = 500.26(H/500.26)^{[(A/25)^{0.5258}]} \quad (7.3)$$

圖形顯示，如圖7-4：

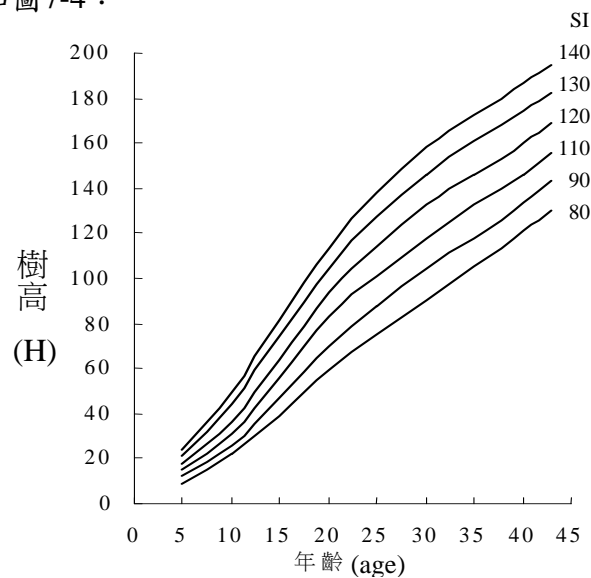


圖7-4

4. Second-growth Douglas-fir, Western Washington (index age=50 years ; King, 1966)

$$S = \frac{2,500(a_2 + b_2 + A_b + C_2 A_b^2)(H - 4.5)}{A_b^2(H - 4.5)(a_1 + b_1 + A_b + C_1 A_b^2)} + 4.5$$

式中 $a_1 = -0.954038$, $a_2 = 0.109757$, $b_1 = 0.0558178$

$$b_2=0.00792336, C_1=-0.000733819, C_2=0.000197693$$

圖形顯示，如圖7-5：

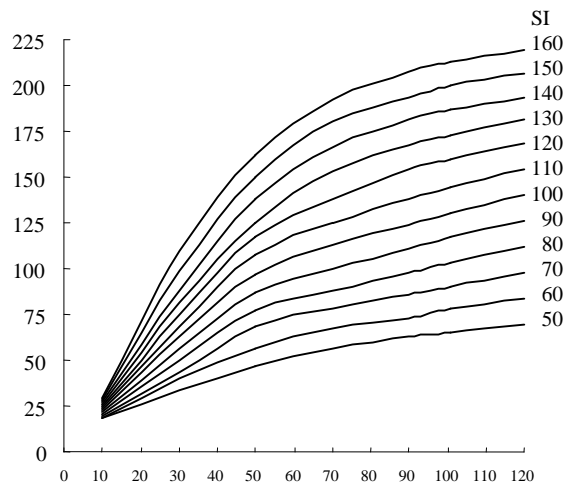


圖7-5

上面例子所選之公式是因為其代表四種不同之方程式，其使用於重要經濟林分，而尚其他的數學方程式相繼不斷的開發之中。

建立立地品位曲線有一重要問題為如何選擇樣木去測定樹高及林齡，栽植年齡或胸高年齡，方程式(7.1)與(7.2)說明地位指數曲線以栽植年齡與優勢木與次優勢木平均高，其定義為每公頃中數株最高林木之平均高(Beekhuis, 1966)。方程式(7.4)是以50株樣木中選擇直徑最大之林木數株而測量其樹高平均之而得平均樹高。另外(7.4)式值得注意的是其林齡是用胸高年齡而非全林齡，使用胸高林齡在操作上有一優點即當使用生長錐(increment boring)去調查林齡時較為方便。另外在最初幾年胸高林齡可反應出草本植物對林木競爭作用所產生之高生長影響，因此使用胸高林齡可避免此種干擾。由此可知一般人工林以有官方記錄其栽植年度時則可使用栽植林齡，否則則需採用生長錐取樣計算其胸高林齡。

另外，在建立立地品位系統時，有關所使用平均高的林木應如何選擇之問題。利用優勢木與次優勢木之平均高可求得較不浪費時間之樣木。但在選擇優勢木與次優勢木時，在某些觀念上有時不太一致，因此造成選樣上之誤差。再加上強度疏伐時往往會影響優勢木與次優勢木之平均高。如以此點考慮之，則用優勢木之平均高時將較穩定且較合理(Ker, 1952; Warrack, 1952)，即建議立地品位系統以優勢木之平均高較為合理有效。

有關樣木數之問題，則沒有一個簡單之答案可告訴我們，其考慮之因子必須包括林分其林齡及樹高之變異性與取樣經費問題(Ker, 1952; Johson and Garman, 1953; Dahms, 1966)皆討論到樣木之變異性問題。

7.2.4 由期間高生長資料推測測立地品位

利用林分短期之高生長資料代替林分高資料推測地位曲線。這種技巧一般稱之為生長截取法(Growth intercept)，雖然理論此種方法可用於任何一樹種，但在實際操作上只能應用於輪生枝條之樹種。

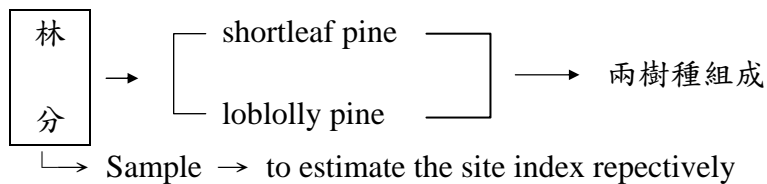
生長截取法涉及每年節間生長之長度，一般測定之起點為胸高位置。期間採用五年。例如(1971)發展如下之模式以推測東部白松(eastern white pine)之地位指數，其截取年為五年。

$$\text{Site index} = 26 + 6.6(5\text{-year intercept})$$

7.3 間接法推測立地品位

7.3.1 由上木種間(Overstory interspecies)推測立地品位

當目的種在推測立地品位之林地上不出現時只能應用間接法推測立地品位。當生育地有三種植生同時出現時，可測定三種植生以推測目的種之立地品位。此種方法首先必須瞭解測定種與目的種之間之生長關係。例如：



用Shortleaf pine side index當作independent variable，而以loblolly pine side index as the dependent variable，以直線迴歸計算兩樹種之立地指數關係式。

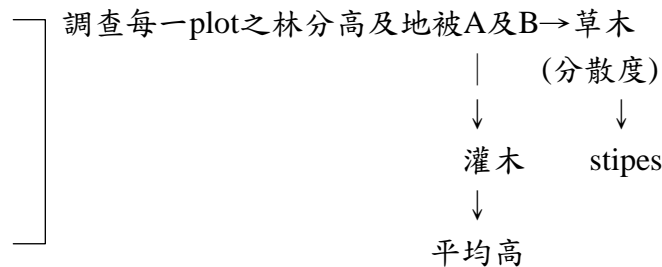
$$Y = b_0 X \quad (7.6)$$

Y=loblolly pine site index

X=shortleaf pine site index

7.3.2 由地被植物推測立地品位

調查地被植物利用群團分析(classification system inclusion analysis)，分類出各不同立地品位之代表植生。例如：



7.3.3 由地形、氣候、土壤因子推測立地品位

環境因子與林分生長之關係建立後，利用環境因子估測立地品位。複迴歸技巧可應用於此關係之建立，例如：

$$\log(S) = 2.0188 - 0.399/X_1 - 0.00843X_2 - 0.0198/X_2$$

S=site index

X₁=thickness of the A honzon in inches

X₂=imbibitional water value of the B honzon

空間模式 (Spatial model)

7.4 地位指數方程式的建立

1. 建立方程式所需資料之來源

(1) 臨時樣區→測高林分高及林齡

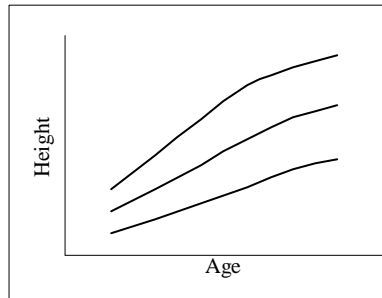
- (2)永久樣區→測高林分高及林齡
- (3)樹幹解析→測高林分高及林齡

Temporary plots [inexpensive data
assumption that the full rang of site indexes is well represented in all
age classes within the sample.

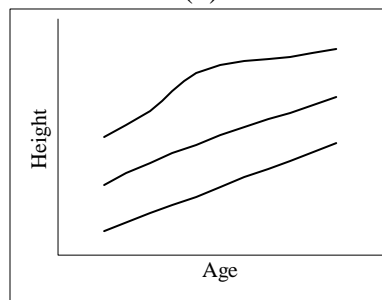
2.地位指數曲線之分類

一般地位指數曲線可分為三種型態：

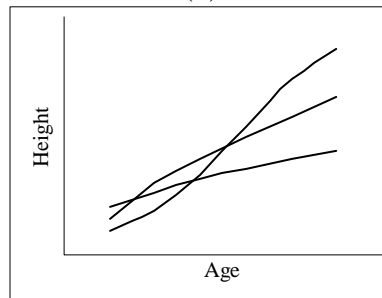
- (1)平均曲線(anemographic curve family)
- (2)多態連續曲線(polymorphism disjoint curve family)
- (3)多態不連續曲線(polymorphism no disjoint curve)



(1)



(2)



(3)

圖 7-6

方程式之建立方法

- 1.指導曲線法(The guide curve method)
- 2.差分方程式法(The difference equation method)
- 3.係數推測法(The parameter prediction method)

7.4.1 指導曲線法

- 1.使用於合成地位曲線式(anemographic site index equations)
- 2.一些最常用之模式為假設 $\ln(\text{height})$ 與林齡呈反比，其型式為：

$$H_i = K_{0i} \exp^{\beta_1 A^{-1}} \quad (7.10)$$

式中 H_i 為地位曲線，林木或林分於林齡為 A 時之樹高曲線

A =林木或林分年齡

K_i =第 i 條曲線之相關常數

β_1 =常數

3.是一個合成曲線(anamorphic)，因為任何兩條曲線，對所有齡級而言其樹高呈等比例。即：

$$\frac{H_i}{H_j} = \frac{K_{0i} e^{\beta_1 A^{-1}}}{K_{0j} e^{\beta_1 A^{-1}}} = \frac{K_{0i}}{K_{0j}}$$

(7.10)以自然對數表示即為

$$\ln(H_j) = \ln(K_{0i}) + \beta_1 A^{-1} \quad (7.11)$$

由(7.11)可知其為線性方程式，為一組以不同截距，相同斜率之平行直線。其指導曲線可由如下之型式表示之：

$$\ln(H) = \beta_0 + \beta_1 A^{-1} \quad (7.12)$$

(7.12)式之建立其資料大部分來自臨時樣區，亦有來自永久樣區或樹幹解析。(7.12)式稱之為指導曲線(guide curve)，即為樣區資料(樹高與林齡之平均線)。選取基準齡 A_0 ，則當定出各不同地位級之 A_0 時之樹高位置，則可劃出與指導曲線平行線，即成地位曲線，因模式型態為對數型態故為曲線型態。

(7.11)式可化為

$$\ln(H) = b_0 + b_1 A^{-1} \quad (7.13)$$

(7.13)式中 b_1 可由樣區求出， b_{0i} 則由樣區分別求出。當 $A=A_0$ 時，即為site index。

$$\therefore \ln(S) = b_{0i} + b_1 A^{-1}$$

$$b_{0i} = \ln(S) - b_1 A^{-1}$$

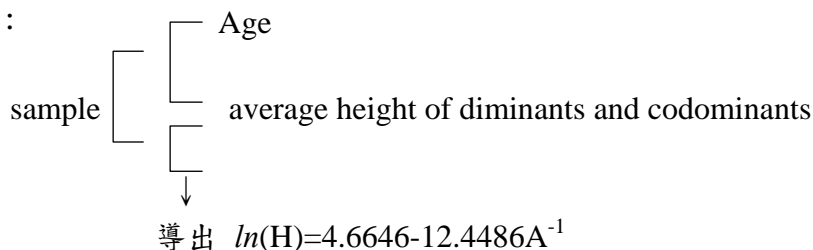
將其代入(7.13)式，則

$$\ln(H) = \ln(S) + b_1 (A^{-1} - A_0^{-1})$$

or

$$\ln(S) = \ln(H) - b_1 (A^{-1} - A_0^{-1})$$

例：



選用25年為基準齡，則地位指數曲線即為：

$$\ln(S)=\ln(H)+12.4486(A^{-1}-25^{-1})$$

Newberry (1978)

例如(Richards 1959 ; Chapman , 1961)利用Chapman-Richards function

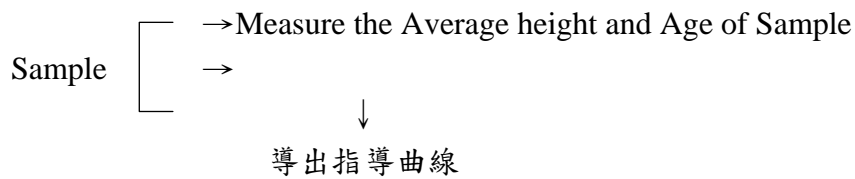
即

$$H = Q_1[1 - \exp(-Q_2 A)]^{(1 - Q_3)^{-1}} \quad (7.15)$$

$$H = A \left[1 - \beta \exp(-kt)^{\frac{1}{1-m}} \right]$$

式中 H=樹高

A=林齡



利用Nonlinear Regression Analysis

$$\hat{Q}_1 = 72.51239$$

$$\hat{Q}_2 = 0.10035$$

$$\hat{Q}_3 = 0.51619$$

則指導曲線即為： $H = 72.51239 \left[1 - \exp(-0.10035A)^{\frac{1}{1-0.51619}} \right]$

第八章 林分密度

1. 定義：

- (1) 林分密度 (stand density): 量測林分內擁擠 (crowding) 或競爭 (competition) 程度的量化度量。
- (2) 林分立木度 (stand stocking): 常以分數或百分比表示，符合某目標經營密度的現有林分、相對合適情形謂之。這目標可為最大或最小密度，若某一林分密度符合這目標則可謂全立木 (fully stocked)，若低於目標則為未立木 (under stocked)，若超過目標則謂過立木度 (over stocked)。
- (3) 相對密度 (relative density): 現有[林分以全立木 (full)、法正立木 (normal)、或最大(maximum)密度。
- (4) 可立木能 (stockability): 一塊土地可以載荷全立木、法正立木、最大立木的能力
a. 考慮此非常低的降雨量(如降雨量達樹木之極限)；b. 因為岩石的關係使土壤容積有限，一般都沒有此問題，低立木能往往是干擾造成。

2. 密度所造成的影響:

所有林分結構的形態，林分內樹間的競爭有以下影響

- (1) 林木直徑生長率減少
- (2) 對某些樹種而言，林木高生長率會減低
- (3) 樹冠變化 (recession) 率會增加
- (4) 林木枯死率增加

未做處理的單純同齡林分，在某一林齡的林分材積與林分的(1)林齡(2)生產力(3)密度有密切關係可以 $V/ha = f(\text{age, productivity, density})$ 表之。以下即以林木林分生長率變化來說明各階段:

- (1) 初栽植密度 (initial planting or seeding density)
 1. 每棵樹獨立生長
 2. 林分生長與栽植採取成正比例關係(如4000棵/ha林分生長是2000/ha的兩倍)
- (2) 樹冠郁閉(crown closure)
 1. 單木生長率下降
 2. 林分生長率繼續增加(increase substantially)
- (3) 競爭導致枯死(competition induced mortality)

淨林分生長率增加，但因為枯死損失而減少生長率
- (4) 最大密度(maximum density)

林分生長率繼續緩慢增加或停止生長(完全基於林分毛生長率和最大大小一密度線(maximum size-density line))

3. 林分密度的表示方法

(1) 每公頃林木株數 (N)

$$N = \sum_{i=1}^n (EF_i)$$

式中的 N: 每公頃林木株數

n: 樣區內林木株數

EF_i: 樣木 *i* 的擴展係數(expansion factor for the *i*th sample tree)

= 1.0/PA 固定面積之樣區

= BAF/(0.0001 D_i^2) 變徑樣區(variable radius plot)

= BAF/(0.005454154 D_i^2) 變徑樣區(D_i inch)

PA: 固定面積樣區之面積以 ha 表之

BAF: 不同變徑樣區的斷面積指數(Basal area factor)

D_i : *i* 株樣木的胸高直徑 (DBA)

$$(EF_i)(ba_i) = BAF$$

$$EF_i = BAF / ba_i = BAF / 0.005454154 D_i^2$$

$$ba_i: \text{樣木的斷面積} (ft^2) = 0.005454154 D_i^2$$

BAF: 這樣木每一英畝 (acre) 所代表的斷面積(ft^2)

EF_i: 每英畝的林木株數具有 ba_i 的斷面積

(2) 每公頃斷面積 (BA)

$$BA = \sum_{i=1}^n [(0.0001 D_i)^2 (EF_i)]$$

QMD: 二次林分平均直徑 (Quadratic mean stand diameter)

$$\text{樹的平均斷面積直徑} = \{ [(n-1)/n] S_D^2 + MD^2 \}$$

MD: 平均林分直徑

S_D : D_i 's 的樣本變異

(3) 每公頃立方材積 (TV)

$$TV = \sum_{i=1}^n [(V_i)(EF_i)]$$

TV: 每公頃總材積 (m^3/ha)

V_i : 第 *i* 株樣木材積

以上三種表示方法，只有在林分屬性有量測時才可用，然一般林分並未量測，所以往往以下或多種屬性來加以計算表之林分的密度如下：

(4) 樹冠競爭指數 (Crown Competition Factor, CCF) Krajicek et al (1961)發現充分生長的林木其樹冠幅(寬)與樹的DBH關係相當密切，其關係可由下式表之：

A. $MAW = b_0 + b_1 D$ (如 Krajicek et al 1961)

B. $MCW = b_0 + b_1 D + b_2 D^2$ (如 Paine and Hann 1982)

C. $MCW = b_0 + b_1 D^{b_2}$

式中的MCW: 相同DBH, 充分生長林木的最大樹冠幅(寬)

Krajicek et al (1961)應用此關係推導林分的生長

A. 預測每一株林木於充分生長下的最大樹冠幅(寬)

B. 假若充分生長下的樹冠是圓形, 則可計算最大樹冠面積

C. 可統計林分內所有林木最大樹冠面積

D. 將每公頃內最大樹冠面積總和 $\times 100$ 以百分比表示

$$\begin{aligned} CCF &= \sum_{i=1}^n [(100) \pi (MCW_i)^2 (EF_i)] / (2^2 \times 43560 \text{ (ft)(in)}) \\ &= 0.001803 \sum_{i=1}^n [(MCW_i)^2 (EF_i)] \end{aligned}$$

CCF: 表示若林木充分生長, 則其樹冠面積佔地面之百分比

CCF值大於100則表示此林分間各樹已彼此競爭。

Krajicek et al(1961): CCF並非樹冠郁閉的必要度量, CCF 是推估在充分生長林分中, 林分內每棵樹平均可支用的最大面積。

若MCW式子取 #1則CCF為

$$CCF = k_1(N) + k_2(N)(MD) + k_3(BA)$$

式中的 $k_1 = 0.001803 b_0^2$

$$k_2 = 0.001803 b_0 b_1$$

$$k_3 = 0.330579 b_1^2$$

由此可知CCF為林分內林木株數 (N), 林木斷面積(BA)平均林分直徑(MD)權重(weighted)的線性組合(linear combination)

$$\therefore MCW_i = b_0 + b_1 D_i$$

$$\therefore CCF = k_1(N) + k_2(N)(MD) + k_3(BA)$$

5. Reinekes (1933)林分密度指數(stand density index, SDI)

Reineke(1933) 發現有許多樹種其全立木(full stocked)、同齡林之指數平均直徑(QMD)與指數(log)林分株數間的關係成直線

$$\log(N_m) = b_0 + b_1 \log(QMD)$$

式中 N_m : 林分在某一擬QMD為每次之最大林木株數

\log : 以10為底的指數

QMD: 同齡林之指數平均直徑

即任何林分其株數(N)與QMD落在此線上, 則表示可能生長的最大密度(growing at the maximum density possible), 過去 b_0 、 b_1 是由製圖分析決定(有別於目前統計的迴歸分析)。Reineke(1933)發現, 不管任何樹種的 b_1 值為 -1.605, 但 b_0 則隨不同

樹種而有不同。後來Reineke(1933)利用這個發現，建立一個量測密度的尺度謂之林分密度指數(Stand Density Index, SDI)，在建此密度量度時，他認定某一林分若落於與最大密度可能平行線上，則其競爭程度與其他落於此線上的點(林分)皆一樣。若以數學來表示此平行線則為

$$\log(N) = k - 1.605 [\log(QMD)]$$

式中的 k : 截矩值 $\leq b_0$

Reineke(1933)定義SDI為QMD = 10 inches的以上式值。

$$\log(SDI) = k - 1.605 [\log(10.0)]$$

$$\text{則 } k = \log(SDI) + 1.605 [\log(10.0)]$$

若 k 已知則密度為

$$\log(N) = \log(SDI) + 1.605 [\log(10.0)] - 1.605 [\log(QMD)]$$

重新調整這些項目則

$$\log(SDI) = \log(N) + 1.605 [\log(QMD)] - 1.605 [\log(10.0)]$$

$$= \log(N) - 1.605 [\log(10.0)] - 1.605 [\log(QMD)]$$

$$= \log(N) - 1.605 [\log(10.0 / QMD)]$$

$$\text{or } SDI = N (10.0 / QMD)^{-1.605}$$

某樹種的最大SDI

$$\log(SDI_m) = b_0 - 1.605 [\log(10.0)]$$

式中的SDI_m = 某樹種的最大SDI

各樹種的最大SDI值為下例

species	b ₀	SDI _m
Douglas-fir	4.3795	595
White fir	4.5241	830
Redwood	4.6050	1000

最後，林分相對密度 (stand's relative density, SDR)可表示如下:

$$\begin{aligned} SDR &= \text{林分指數 } (N) / \text{該樹種 } QMD\text{-之最大林分指數 } (N_m) \\ &= N / N_m \end{aligned}$$

式中的 RDR: 基於 Reineke (1933)林分密度指數之相對密度

$$N_m = (10.0^{b_0}) [(10.0)/(QMD)^{-1.605}]$$

若某樹種林分的 SDI 與 SDI_m 已知，則 RDR 很容易求出

$$RDR = SDI / SDI_{\max}$$

$$= \{ N [(10.0)/(QMD)^{-1.605}] / SDI_m \}$$

RDR值位於 0 ~ 1間

N	BA	QMD	SDI
200	144.1	11.49	250
200	238.7	14.79	375
200	341.7	17.70	500

$$SDI = N (10.0/QMD)^{-1.605}$$

6. Curtis (1982)相對密度 (RDC):

Curtis的相對密度係由林分 BA / 該樹種最大BA

$$RD = BA / BA_m$$

式中的 BA_m: 該樹種法正林分的最大斷面積

Curtis (1982)發現 BA_m 可由下式推算

$$BA_m = b_1(QMD)^{b_2}$$

$$\text{則 } RD = BA / [b_1(QMD)^{b_2}]$$

因為 b_1 為一常數， \therefore 其設為 $b_1 = 1$ (這樣設不會影響林分相對尺度)

Curtis發現海岸 Douglas-fir 的 b_2 值在 0.45 ~ 0.5 之間，

\therefore Curtis將其四捨五入 $b_2 = 0.5$

$$\begin{aligned}\text{則 } RD &= BA / [(QMD)^{1/2}] \\ &= 0.005454154 (N)(QMD)^{3/2}\end{aligned}$$

Curtis (1982)報告指出，Douglas-fir, RD_c (若 BA 以 m^2/ha ， QMD 以cm表示，則 $BA = 0$ 時 $RD_c = 0 \sim AcArdle \text{ and other (1961)法正林 } RD_c = 9.5$ 。(英制=67)；當小樣本觀測值時，對某些生物最大值為14(英制則=98)，Curtis對Douglas-fir進行生長與收穫模擬，在DFSIM則設定為最大推測值 $RD_c = 70$ 。

一般而言，林分之生長速率受如下兩因子之控制：

- 1.立地之生產潛力。
- 2.現有林分蓄積之組成。

第一點已於第七章中討論，第二點將於本章中說明討論之。立地之生產潛力決定後，其影響蓄積生長之重要因子為：

- 1.樹種
- 2.樹種之株數及直徑級(肥大級)之分布。
- 3.林木之空間分布。

上述之因子皆可由森林經營者加以控制。其控制方法將由育林措施至蓄積策略。

8.1 林分密度與生長之關係

單位面積之林木株數常因競爭作用而有遞減之趨勢，其遞減之速度受林木本身之生理現象，原栽植株數及地位因子等影響。

8.1.1 高生長

根據疏伐試驗一般皆認為高生長受林分密度之影響很小。林分之平均高可能會因疏伐之關係而有所改變，但高生長尤其優勢木或次優勢木往往不受其影響。

8.1.2 直徑生長

在生長空間與疏伐試驗一致認為降低林分密度有促進胸徑生長之趨勢。在林木生長空間較大或有疏伐措施之林分，其平均直徑往往大於未疏伐或生長空間不足之林分。

林分於任何林齡皆有其最低限度密度即林木於此密度之下生長即為獨立木生長(open-grow tree)，因此為保持林木之最好生長狀態，唯有於適當時間調整其生長空間，有關直徑生長與生長空間之關係，如圖8.1。

SDI :

$$\text{即 } SDI = \alpha 25.34^\beta$$

任何林分只要知道 N 與 \overline{D}_q , 即可求出 SDI

$$SDI = N(25.34\overline{D}_q)^\beta$$

$$\therefore N = \alpha \overline{D}_q^\beta$$

$$\therefore \alpha = \frac{N}{\overline{D}_q^\beta} \text{ 代入 } SDI = \alpha 25.34^\beta \text{ 中}$$

$$\text{即 } SDI = N(25.34 \frac{1}{\overline{D}_q})^\beta$$

推測過程為：

將 $N = \alpha \overline{D}_q^\beta$ 可化為

$$\log(N) = \log(\alpha) + \beta \log(\overline{D}_q)$$

$$\begin{aligned} \text{例如 } \hat{\alpha} &= 10.119 \\ \hat{\beta} &= -1.5 \end{aligned}$$

則預測每公頃株數其方程式為

$$N = 10.119 \overline{D}_q^{-1.5}$$

而全立木之密度指數為

$$SDI = 10.119(10)^{-1.5} = 320$$

如有一林分其 $N=600$ 而 $\overline{D}_q = 5.0 \text{ inches}$

$$SDI = 600(10 / 5.0)^{-1.5} = 212$$

當 $\overline{D}_q = 5.0 \text{ inches}$ 時

全立木每公頃株數應為

$$N = 10.119(5.0)^{-1.5} = 905.07$$

當 $\overline{D}_q = 5.0 \text{ inches}$ 時

則全立木之每公頃數為

$$N = 10.119(15.0)^{-1.5} = 174.18$$

所以當 $\overline{D}_q = 15.0 \text{ inches}$ 時要與 $\overline{D}_q = 5.0$ 而 $N=600$ 有相等之 SDI

則每公頃株數應為

$$N = (600/905.07) * 174.118 = 115.35$$

驗證即 $SDI = 115.35(10/15.0)^{-1.5} = 212$

上述假設

$$\frac{dN / dt}{N} = \beta \left(\frac{d\overline{D}_q / dt}{\overline{D}_q} \right)$$

8.1.4 林木面積比例

Chisman and Schumacher (1940) 提供一種測定林分密度之方法，其方法為假設任一株林木所佔之林地面積具有如下關係：

$$A = \beta_0 + \beta_1 + \beta_2 D^2 \quad (8.12)$$

D : dbh

一公頃林地 n 株樹所佔之面積為：

$$\sum_{i=1}^n A_i = n\beta_0 + \beta_1 \sum_{j=1}^n D_j + \beta_2 \sum_{j=1}^n D_j^2$$

如有 N 個一公頃之樣區，則每一個樣區之林木株數為 n_i ，胸徑總和為

$$\sum_{j=1}^{n_i} D_{ij} \text{ 與 } \sum_{j=1}^{n_i} D_{ij}^2 \quad (i=1, 2, \dots, N)$$

D_{ij} ：第 i 個樣區第 j 個株樹之胸徑， n_i 為第 i 個樣區之株數。

$\beta_0, \beta_1, \beta_2$ 之推測可利用如下式子求其最小值

$$\sum_{i=1}^n \left(1 - n_i \hat{\beta}_0 - \hat{\beta}_1 \sum_{j=1}^{n_i} D_{ij} - \hat{\beta}_2 \sum_{j=1}^{n_i} D_{ij}^2 \right)^2 \quad (8.14)$$

$$\text{令 } f = \sum_{i=1}^n \left(1 - n_i \hat{\beta}_0 - \hat{\beta}_1 \sum_{j=1}^{n_i} D_{ij} - \hat{\beta}_2 \sum_{j=1}^{n_i} D_{ij}^2 \right)^2$$

則

$$\left[\begin{array}{l} \frac{df}{d\beta_0} = 0 \\ \frac{df}{d\beta_1} = 0 \\ \frac{df}{d\hat{\beta}_1} = 0 \end{array} \right] \rightarrow \text{可得 } \beta_0, \beta_1, \beta_2$$

D	每公頃株數	MCA%	MCA*Tree/ha(%)
4	10	0.3047	3.047
5	30	0.4057	12.171
6	50	0.5211	26.055
7	60	0.6509	39.054
8	50	0.7951	39.755
9	30	0.9538	28.614
10	10	0.1269	11.269

$$CCF = \sum MCA * Tree / ha = 160.0\%$$

8.1.5 空間指數或相對空間(Spacing index or Relative space)

$$RS = \frac{\text{平均栽植距離}}{\text{優勢木平均高}} \text{ 如為正方形栽植則}$$

$$RS = \frac{\sqrt{10000/N}}{H}$$

$$[N = N_0 e^{a+b+cs}]$$

8.1.6 樹冠競爭指數

(1) $CW = \alpha + \beta D$ (8.15)

CW : Crown width
D : diameter

} for open-grown trees

(2) 如以 CA 表之則 CA=Crown area

$$CA = (\pi/4)(CW)^2$$

$$CA = (\pi/4)(\alpha + \beta D)^2$$

(3) MCA 表示一株林木樹冠垂直投影面積佔一公頃面積之百分率，即：

$$MCA = ((\pi/4)(\alpha + \beta D)^2 / 10000) = 0.007854 CW^2 \%$$

α, β 由孤立木以 D 與 CW 得對解之
林分之 MCA 可由一公頃林木計算之

(4) $C.C.F. = \sum_{i=1}^n MCA_i$ (for 1 ha)

<例> 有一樹種其孤立木之 CW 與 D 之關係

為 $CW = 5.0 + 2.0(D)$

則 $MCA = 0.001803(5.0 + 2.0D)^2$
 $= 0.007212D^2 + 0.03606D + 0.045075$

8.2 密度

由以下四個圖吾人可以看出密度愈高則平均胸徑愈小，淨生長率會隨年齡增加而愈小，但淨收穫還是密度高者較高，疏伐林總收穫量約等於未經疏伐者。

而密度的表示方法可分

a. 每公頃的林木株數

b. 每公頃的斷面積

c. 林木面積比例(Tree-Area Ratio, TAR)

V/ha : 現實林分材積 / 標準林分材積 : 相對密度

d. 空間指標或相對空間(Spacing Index or Relative Spacing, SP, RS)

e. 樹冠競爭係數法(Crown Competition factor, CCF)

樹冠投影面積密度郁閉度(crown closure)

f. 林分密度指數(Stand Density Index, SDI)

g. 株距指數(Spacing index, SI, % relative spacing)

8.2.1 林木面積比例法(Tree-Area Ratio)

Chisman and Schumacher (1940)認為密度可由樹木所佔的土地面積 A 表示之，其方程式如下：

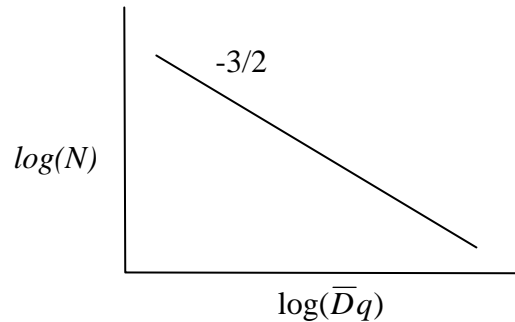
$$A = \beta_0 + \beta_1 + \beta_2 D^2$$

A ：土地面積

D ：胸高直徑

$\beta_0, \beta_1, \beta_2$ 為參數

$$A = f(D) = f(D^2, D, BA)$$



而一公頃內林木密度，可由 n 株林木所佔據的面積表示之。

$$\sum_{j=1}^n A_j = \beta_0 n + \beta_1 \sum_{j=1}^n D_j + \beta_2 \sum_{j=1}^n D_j^2$$

參數 $\beta_0, \beta_1, \beta_2$ 可由最小平方法(least square)求出，而樣區平均胸高直徑 D_x 每公頃林木株數，再代入上式即可得一公頃內林木所佔的面積。

$$P \times U = K \rightarrow \text{carry capacity}$$

$$\frac{Nt}{ha} \text{ 密度} \times \frac{V_i}{\text{單株}}$$

8.2.2 空間指標或相對空間(Spacing Index or Relative Spacing)

乃 Hart (1928), Becking (1954), Hummel (1954)和 Beekhuis (1966)一脈發展而成，可用下式表之：

$$*RS(\text{Relative Spacing}) = \frac{\text{兩株的平均距離}}{\text{優勢林冠的平均高度}}$$

$$\text{或以平方距離空間算 } RS = \frac{\sqrt{10,000/N}}{H}$$

N ：株數／公頃

H ：優勢林木高

8.2.3 樹冠競爭係數法(crown competition factor, CCF)

一群林木最大樹冠面積總合／其可利用之林地面積

$$CCF = \frac{1}{A} \left[a' \sum_{i=1}^k N_i + b' \sum_{i=1}^k D_i N_i + c' \sum_{i=1}^k D_i^2 N_i \right]$$

A ：樣區面積

K ：樣區直徑級數目

樹冠和胸徑之間有如下之關係；且以樹冠寬度代表密度

$$MCA : \text{max crown area} : \text{相同 DBH 級立木之平均樹冠投影面積} = \frac{\frac{\pi}{4} Cw^2}{10,000}$$

$$CW = \alpha + \beta D$$

CW ：樹冠寬度

D ：平均胸徑

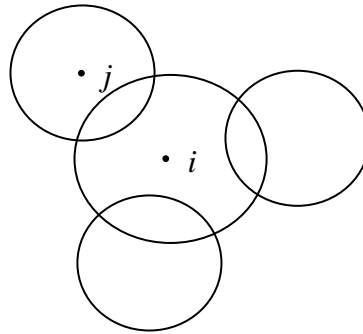
α, β : 參數

Staebler (1951) 圖形影響範圍 (circular zone of influence)

$$CI_i = \sum_{j=1}^n \left(\frac{d_{ij} CR_i}{2} \right)$$

$$CI_i = \frac{1}{A_i} \sum_{j=1}^n (a_j)$$

$$CI_j = \sum_{j=1}^n \left(\frac{\left(\frac{D_j}{D_i} \right)}{Dist_{ij}} \right)$$



Bella (1971) 由樹冠面積比例與直徑比例算出 CI

$$CI_i = \sum_{j=1}^n \left(\frac{O_{ij}}{A_i} \times \frac{D_j}{D_i} \right)^k$$

Daniels and Burkhardt (1975)

$$CI_i = \sum_{j=1}^n \left(\frac{\left(\frac{DBH_i}{DBH_j} \right)}{DIST_{ij}} \right)$$

8.2.4 林分密度指數(Stand Density Index, SDI)

據 J.L. Clutter, J.C. Fortson, L.V. Pienaar, R.L. Bailey (1980) 等人，認為同時考慮林分株數和每公頃斷面積求密度，較僅考慮單一因子來得有效、精確，所以就採用林分密度指數來表密度。

Reineke(1933) 定義 $SDI = N(10/D_q)^\beta$

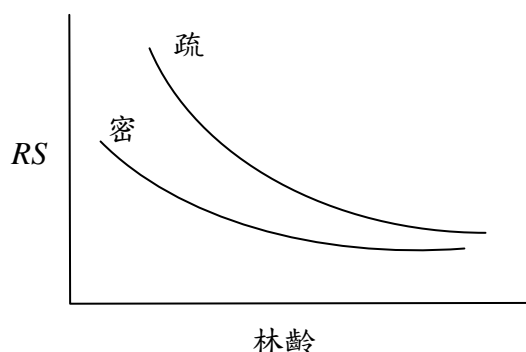
二次平均胸高直徑(quadratic mean dbh) $\bar{D}_q = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n D_i^2}$

$$\log N = b_0 + b_1 \log D_B \rightarrow \log N = 5.5004 - 2.0329 \log D_B$$

$$\log SDI = \log N + b \log D_B - b_0$$

8.2.5 另較常用者仍每公頃的林木株數和每公頃的斷面積

因為林分都不是很規則；所以沒有一種林分密度表示方法，可以表示影響單株林木生長的競爭現象(Bruce, Wenesl 1989)。



8.3 施業方法：

本計劃將依照

- 1.樣區調查之林況—鬱閉度、地被植生、藤等攀緣植物生長
- 2.林木直徑階分布之圖形
- 3.樹幹解析所得各地區各樹種之生長量、生長率

來決定當今各事業區，當急之務，因為人類的撫育作業—如疏伐、施肥、競爭植物控制等—對林木的生長有相當大的影響，為使提高台灣林木蓄積量，改善林木品質撫育是勢在必行，而本計劃乃以統計、數字、圖形來說明諸事之必要性。

8.4 密度與競爭

植物競爭(Plant competition)可以定義為“鄰近植株共同使用相同光頻度、物養分的離子、水分或空間”謂之(Gime 1973)當生長所需要的單一因子瞬間值給量(immediate supply)低於單株植物綜合所需要(combined demand)時競爭即開始。

然而單純林(monocultures)的競爭，一般皆把重心擺在(1)族群的結構(population structure)或(2)在被認為有競爭發生狀況下，單株植物特性(性態值)的改變也就是假定以上二端為競爭的結果。

研究這個問題最常用的方法是建造一系列不同密度的植群，然後觀察其在一期間的變化。

Harper(1975)認為受“密度壓力”(density stress)的族群有三個徵兆(Ford 1975)：

- (1)由種子或種苗重量所構成的頻度分布，一般為常態分布(normal distribution)然受密度壓力之林分其單株重量頻度分布(positively skewed)(Obeid et al 1967)，慢慢發展成正偏歪分布，即大部分的植株小於平均值，小部分的植株大於平均值。Harper(1967)稱此力“hierarchy of exploitation”這樣的分布其第三動量值(third moment)為正(Sokal & Rohlf 1969)。而在植物競爭文獻裡所用的lognormal即是屬於此型。Koyama & Kira (1956)指出，植物初栽植密度愈大，則偏斜現象出現愈早，也就是競爭影響愈早發生所致。其實同林齡分樹幹大小分布亦常常可發現這種偏歪的現象(馮、羅 1987、楊 1988)，則低重量的植物競爭力較弱，而致死亡。
- (2)因密度關係而導至的枯死(mortality)，在植群發展過程中，初栽植密度愈大，則愈早發生競爭，由於這種競爭兒使某些林分競爭失利無法獲得足夠所需供給因子，而導至枯死(Yoda *et al.*, 1963)。
- (3)植物大小與形狀—平均植物“mean plant”形態的改變(alteration in the morphology)可能修正改變以免走向死亡，這種現象Harper(1967)稱做“塑性反應”(plastic response)另外植物可能改變的部分為平均樹高增加，平均單位面積之葉重改變，每單位生長組織的重量所生產的重減少(Donald 1963)族群繼續生長，則將達到生育地所能維持的最大生物量—即生育地的載荷量(carrying capacity)，則任何再生長的現象必將在某些已存在的生物量消失或死亡時才可能發生。而(1)所提分布歪度的增加正是植物塑性(plasticity)直接的結果。

引用文献

Literature Cited

- Curtis, R.O. 1982. A simple index of stand density for Douglas-fir. *Forest Science* 28:92-94.
- Drew, T.J. and J. W. Flewelling. 1979. Stand density sanagement: an alternative approach and its application to Douglas-fir plantations. *Forest Science* 25: 518-32.
- Krajiek, J.E., K.A..Brinkman and S.F. Gingrich. 1961. Crown competition - a measure of density. *Forest Science* 7: 35-42.
- Long, J.N. 1985. A practical approach to density management. *Forestry Chronicle* 61: 23-27.
- McArdle, R.E., W.H. Meyer and D. Bruce. 1961. The yield of Douglas-fir in the Pacific Northwest. *USDA Agricultural Technical Bulletin* 201. 74p.
- Paine, D.P.AND d.w. hANN. 1982. Maximum crown-width equations for southwestern Oregon tree species. Oregon State University, Forest Research Lab., Corvallis, Oregon. Research Paper 46. 20p.
- Puettmann, K.J., D.E. Hibbs and D.W. Hann. 1992. The dynamics of mixed stands of Alnus rubra and Pseudotsuga manziesii: extension of size-dendity analysis to species mixture. *Journal of Ecology* 80: 449-58.
- Puettmann K.J., D.W. Hann. and D.E. Hibbs. 1993. Evaluation of size-density relationships for pure red alder and Douglas-fir stands. *Forest Science*39: 7-27.
- Reineke, L.H. 1933. Perfecting a stand-density index for even-aged forests. *Journal of Agricultural Research* 46: 627-38.
- Smith, N.J. and D.W. Hann. 1984. A new analytical model based on the -3/2 power rule of self- thinning. *Canadian Journal of Forest Research* 14: 605-09.
- Smith, N.J. and D.W. Hann. 1986. A growth model based on the self-thinning rule. *Canadian Journal of Forest Research* 16: 330-34.

第九章 林齡

9.1 林木、林分的林齡(時間歷程上的變化)資料

提供建立生長與收穫模式理想的資料，應該有數個基於相同或類似環境條件且具有由建造到收穫伐採的完整年度的林分記載資料，稱之為真實生長序列(real growth series)(Pienaar1965)。然而因為長時間的收集工作相當困難，當可資利用的永久樣區資料不足時，則使用涵蓋地位、林齡較廣範圍的臨時樣區，以空間換取時間的資料，這樣的林分資料稱為抽象生長序列(abstract growth series)(Pienaar 1965)。另外也可由樹幹解析得到過去林木生長的記載，此種技術可由年輪得悉林木樹高、胸高直徑的生長和其形數的增加，更而得到斷面積、材積生長等。亦可由生長錐得木心的年輪寬，更而瞭解胸高直徑生長情形。

9.2 單株林木的樹齡

樹齡（單株）之查定方法

a.根據記錄或口碑法

b.目測法—視地位，林分狀態（但地位優良或疏林之樹木？→Age高估；劣地裏之被壓的樹木→Age低估）竹→竹桿色澤判斷之；樹木大小，樹皮外貌，樹冠形狀等經驗略推之。

c.枝節法—Pinus, Abies, Picea 等可由輪生枝知其Age.

d.生長錐法—立木以生長錐（increment borer）（含錐管、錐柄、拉針）雖得之木條可知(1)年輪數目—林齡

(2)小木條年輪間寬度—直徑生長

e.伐倒木斷面計算年輪

註：現實齡(actural age)：由發芽—迄今之實際齡

經濟齡(economical age)：樹木從發育正常(即施業方法、環境條件適當且未受妨礙情況下)→迄今

f.C₁₄放射追蹤測定

g.由平均生長量推求之

9.3 林分年齡之查定

1.同齡林（even-aged stand）—由台帳或選取中等大小之樣木依單株推算之或選不同大小之林木平均或加權之。

2.異齡林（uneven-age stand）—近年發現（研究林分結構各因子與林木生長之關係顯示林木生長與林齡相關性不高。但森林經營計劃收穫表製造需要，所以查定法可由下施之

(a)各株立木年齡之查定

i、應用現實齡（與同齡林算法）

ii、應用經濟齡，將被壓時代換算為經濟齡之法

(b)平均林齡之計算—如Hoyer氏之中央林齡，即同sps, site, V/ha之單純同齡林之年齡或依各齡以株數面積或材積等因子為權數，加權之。

9.4 林木與林分性態值與林齡

林木與林分性態值與林齡的關係在生長研究上有兩種表示方法：

(1)為生長速率(rate of accumulated growth)或稱絕對生長率(absolute growth rate, AGR)，因林木生長期長所以常以年為單位，謂之連年生長(annual growth)。(2)為總生長量(total growth；growth)；生長速率與林齡所形成的曲線稱為直徑生長速率曲線(growth-rate curve)。總生長量與林齡所形成的曲線稱為生長曲線(growth curve)。假如胸高直徑生長速率表示單位時間內胸高直徑(D)的改變量，用 dD/dt 表之，為時間(t)的函數， $dD/dt=f(t)$ ，則胸高直徑總生長量為 $D_t = \int_{t_0}^t (t)dt$ ；生長速率、總生長量與林齡之關係圖，可由圖9-1表之。

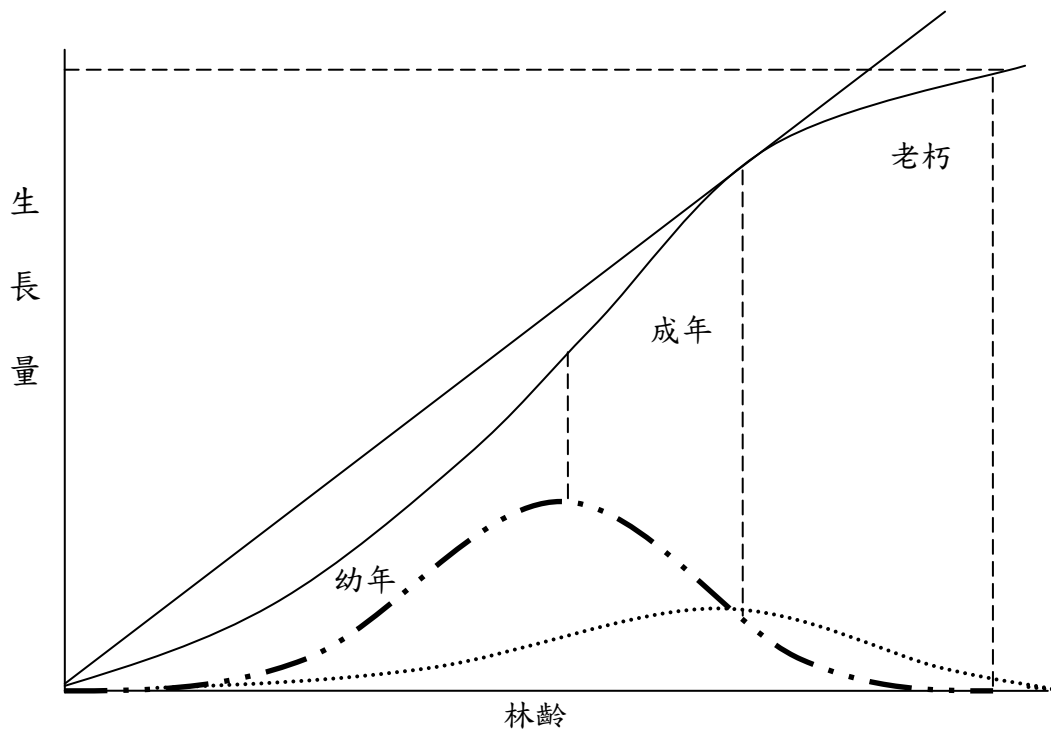


圖9-1 胸高直徑總生長量(——)、平均生長曲線（連年生長量曲線）(···)、生長速率(— · —)與分界線(----)間的關係圖

一般的生長形態大體一樣，但會隨相同地點不同樹種，或相同樹種不同位置而異。

第三篇 林分生長、收穫之族群動態模式

第十章 模式

1. 模式之定義及分類

使用模式的目的，在對自然界的各種現象加以描述說明，以增進對各種自然現象的瞭解，並進而加以預測。Starfield和Bleloch在1987年，將使用模式之目的整理出：(1)定義問題；(2)整理思考；(3)瞭解擁有之資訊；(4)溝通並測試對資訊之瞭解；(5)預測。這五點模式的特性為：(1)將自然界的現象帶進室內，使自然界的現象重現，以便作各種處理；(2)預測自然界的現象，以便於各種計畫。

廣義的模式可分作三大類：

- (1)模型(Iconic)：以縮小比例尺重現原形，如各種實體模型。
- (2)類比(Analog)：將現實狀況，用另一種方式類推表示。如等高線圖。
- (3)符號(Symbolic)：用文字，數目或其他符號來表示真實狀。而其中以利用各種數學關係和方程式，來表示自然界現象的數學模式最為理想。因為數學模式在解釋及推論方面的能力較強，可以應用在各種研究領域中，一般所謂的模式，指的就是數學模式。

2. 生長模式

在林學上，Spath (1797)、Hossfeld (1822)及Smallan (1837)等，很早就將數學模式應用在測計學及林木生長研究上，供作推定或預測之用，以表示各因子間量的關係。生長模式雖不能將現時情況詳盡的表達出來，但能扼要表出近似現時情況的有用資訊，如生長極限值，連年生長量達最大時的總生長量，平均生長量與連年生長量線交會點為平均生長量曲線之最高點，亦即 $mai=cai$ 時，為生物輪伐期。將生長模式分為三類，此一分類乃依據模式之主要關係與變數來加以分類。

- (1)全林分模式(Whole Stand Model)：利用林分性態值樹種、林型(林齡、密度、地位、保育型式處理、斷面積)，來描繪整個林分的斷面積、蓄積、結構組成、生長。
- (2)直徑級模式(Diameter Class Model)：描繪每一直徑級之平均木的樹高、胸高直徑、斷面積、材積，再將各級收穫量（總生長量）或各株收穫累加，即可得全林分材積。
- (3)單木模式(Individual Tree Model)：對每一樣本或每一林分的每株樹加以描繪。

以下分別介紹此三種模式，其分類表見表10-1：

(1)全林模式：

A. 不考慮密度的模式(Density-Free Model)：

材積之預測所考慮的因子為林齡及地位指數，因為所根據編定之林分不同，分為法正林收穫表及經驗收穫表。"法正"表示自然最大密度，"經驗"表示自然平均密度，所以不必考慮密度因子。

B. 變動密度模式(Variable-Density Model)：

變動密度模式考慮了密度對材積的影響，此一類模式又可分為兩種：□直接模式。□非直接模式。兩種之區分為：□直接模式其現時或預測材積，是由生長函數直

接推算，而非直接模式則藉數學式產生之直徑級材積相加而得總材積。直接模式直接預測材積生長，而非直接模式須將各徑級材積相加而得總材積；□直接模式直接預測材積生長，而不像直接模式須先預測未來密度，再使用密度計算未來材積，未來材積減去現時材積，即為生長量。

(2)直徑級模式：

計算每一級之平均木的性態值、材積、生長量，將平均木乘以每一級之株數。此類模式可細分為兩種，其區分為模式採用之資料是由主要林分實際半徑增加的資料，或是由調查樣本所推算之一般生長函數，計算而來。

(3)單木模式：

單木模式是所有模式中最為複雜的，它必須單獨模擬每一株林木。大部分模式要計算每株林木的樹冠競爭指數(Crown Competition Index, CCI)，利用樹冠競爭指數來決定一棵樹是生是死，並使用樹冠競爭指數決定直徑、樹高、樹冠大小的生長量。分為兩種：

A.距離相依(Distance-Dependent)畫出並計算每株目的木與其競爭範圍內所有林木的距離，考慮樹與樹之間因距離而生之競爭關係。

B.距離獨立(Distance Independent)樹冠競爭指數由目的木性態值與林分性態值計算而得，不考慮距離之影響。

用數學模式來配合生長曲線與林分結構是當前族群動態、生長收穫研究，最常用的方法。數學模式即"利用數學模式來表示兩個或兩個以上變數間的邏輯關係就稱為模式，而這個模式是以數學式表示擬說，並以觀測值來測試這些事實是否支持擬說，同時決定其模式的母數"(Erelciel and Fox, 1959)。

生長、收穫的預測，一直受森林學家相當的重視情形，近年來尤盛，究其原因乃林產物需求增加，自然生態保育日熾，可供生產林木的林地漸趨減少所致，所以更顯得森林資源集約經營的必要性，而集約經營務必依靠對未來事物準確的預測，而生長、收穫則是林木集約經營最基本的資訊。以可信賴的收穫預測資料，經營者才可配合現代進步的經營科技如決策理論、最適理論和模擬去完成決策手續，使健康的森林提供人類更好的功能。

Munro (1974)建議將生長模式分成林分級模式，與距離有關的林木級模式，以及與距離無關之林木級模式三種。其後Burkhart (1981)將直徑級模式由其中提出另列，且將林木級二模式歸併為單株模式，而將全林模式，直徑分佈模式，單株模式並列為生長收穫三大類，至於各大類內之細目，在Davis, Johnson (1987)森林經營學中有更詳細列出。然不管是屬於那類，皆是藉助數學模式的建立，有利用(1)直線迴歸者如Mackinney *et al.*, (1937)、Schumacher (1939)、Clutter (1963)、Burkhart and Sprinz (1984)。(2)非線性迴歸者，如Moser and Hall (1969)、Pienaar and Turnbull (1973)、石川善朗等(1980)、箕輪光博(1982, 1983, 1983)；另有利用(3)機率密度函數來描述直徑分佈，再配合材積式、樹高曲線式，完成生長收穫模式系統，如Clutter and Bennett (1965)、Bailey and Dell (1973)、馮, 楊 (1988)、楊, 馮 (1989a, 1989b)、馮, 楊 (1990)。

表10-1 林分生長模式分類表（仿Davis Johnson, 1987）

模式使用程式：最初關係及變數	
I · 全林模式	
A. 不考慮密度之模式	
1. 法正收穫表	$V_a = f(A, S)$
2. 經驗收穫表	$V_a = f(A, S)$
B. 考慮密度之模式	
1. 預測現時材積 V_1	
a. 直接模式	$V_1 = f(A, S, D)$
b. 非直接模式	$\begin{cases} f(d_i) = f(A, S, D) \\ V_i = f(d_i) \\ V_i = \sum_i v_i(nd_i)_1 \end{cases}$
(直徑分布)	
2. 預測未來生長量 g_{12} 及體積 V_2	
a. 直接生長預測	
i. 直接生長預測	$\begin{cases} g_{12} = f(S, A, D_1) \\ V_2 = V_1 + g_{12} \end{cases}$
ii. 林分密度預測	$\begin{cases} D_2 = f(S, A_1, A_2, D_1) \\ V_2 = f(S, A_2, D_2) \\ g_{12} = V_2 - V_1 \end{cases}$
b. 非直接模式(直徑分布)	$\begin{cases} D_2 = f(S, A_1, A_2, D_1) \\ f(d_i)_2 = f(S, A_2, D_2) \\ V_2 = \sum_i v_i(nd_i)_2 \\ g_{12} = V_2 - V_1 \end{cases}$
II. 直徑級模式	
A. 經驗林分表計畫	
	$\begin{cases} (nd_i)_2 = f[(nd_i)_1, INCR] \\ V_2 = \sum_i v_i(nd_i)_2 \\ g_{12} = V_2 - V_1 \end{cases}$
B. 直徑級生長模式	
	$\begin{cases} (nd_i)_2 = f[(nd_i)_1, S, P_{12}, D] \\ V_i = f(d_i) \\ V_2 = \sum_i v_i(nd_i)_2 \\ g_{12} = V_2 - V_1 \end{cases}$
III. 單木模式	
A. 距離相依	
	$\begin{cases} CCI_k = f[DIST_k, D_1, S, (d_k, h_k, c_k)_1] \\ (d_k, h_k, c_k)_2 = f[CCI_k, D_1, S, P_{12}, (d_k, h_k, c_k)_1] \\ V_k = f(d_k, h_k) \\ V_2 = \sum_k (v_k)_2 \\ g_{12} = V_2 - V_1 \end{cases}$

B.距離獨立	$\{CCI_k = f[D, S, (d_k, h_k, c_k)_1]\}$
S =地位	其他與Ⅲ-A之模式相同之公式
A =林齡	nd_i =直徑級i之株數
P_{12} =生長期間	$(nd_i)_1$ =直徑級i在生長期初、期末之株數
D =林分密度	$INCR_i$ =在直徑級i時，林木之經驗生長量
i =直徑級	k =林木k
$f(d_i)$ =直徑分布函數	d_k =林木k之直徑
V_a =林齡A之林分材積	h_k =林木k之樹高
V_1 =現時林分材積	c_k =林木k之樹冠大小
V_2 =生長期終之林分材積	CCI_k =林木k之樹冠競爭指數
g_{12} =經一生長期之林分生長量	$DIST_k$ =林木k與其鄰近競爭林木調查距離
V_i =直徑級i級之平均每株材積	$(d_k, h_k, c_k)_1$ =在生長期初、期終、林木
d_i =直徑級i之大小	$(d_k, h_k, c_k)_2$ k之直徑、樹冠、樹高
	v_k =林木k之材積

10.1 全林分模式

1、實驗模式

最早研究林木收穫模式主要根據法正林經營觀念，以單位面積上的材積和林齡、地位等兩個因子，利用數式法及圖解法來編製收穫表，由於只為編製收穫表這個目的，所以實驗迴歸式(empirical regression equation)常被證明是一個相當適當的方法。

生長曲線的一般性質若用實驗模式表示時，雖然能和某一段生長趨勢配合得很好，且可內插推測，但是卻無法很適當地表示一組完整的生長過程。多項式是無法表示漸近線(asymptotes)的現象，而這種漸近線卻是生長曲線常具有的性質。Schumacher (1939) 將林分密度、林齡、地位三變數與每英畝的收穫量利用多項迴歸建立模式；提出 $dV/V = Kd(1/A)$ 生長模式(式中 dV/V ：材積生長率， A ：林齡， K ：隨地區及林分密度而變化之母數)，模式考慮成熟林分具有一穩定的最大林分斷面積或蓄積，亦即該收穫曲線不但具漸近線且有反曲點。因為可以適當地表示完整的生長過程，即每一段時期之連年生長量並非一致，而是先快後慢，此種模式可說已具有邏輯基礎。Nelson及Bennett(1965)提出收穫模式時已由原先的“法正密度”觀念，演進至“林分密度為一動態因子”而引用於模式中，與林齡、地位並列為影響林木生長的三個因子。

Clutter (1963) 檢討以往的生長、收穫模式，發現以往有關的研究有兩個缺點：(1)生長與收穫模式缺乏邏輯關連。(2)林分密度大都以相對值表示之。於是建議以絕對值的斷面積(B)代替密度百分比。並把以往被分別探討的生長、收穫模式加以整合深入研究，認為生長與收穫模式是相容的(compatible)，收穫為一段期間生長的累積，也就是說收穫模式可由生長模式積分 $\int \frac{dw}{dt} = W$ 即 $\int Growth = yield$ 而得。此時生長、收穫模式可說具備生物和數學的邏輯意義。近代生長收穫研究的趨勢，如Moser及Hall (1969)主張模式能夠用於特殊情況而且應用性廣及兼具彈性。

以上這些模式對生長資料來說只是曲線配合(curve fitting)而已，因為這些函數的基本型

態為直線，拋物線等幾何型態或算式，無法解釋生長現象。若要模式具有解釋生長現象則須靠功能性數學模式。而實驗函數(empirical function)和功能性數學模式(functional mathematical model)最大的不同在後者直接衍生自變數間關係的邏輯命題。由於這樣的模式是由生物性的邏輯關係推導而來，且由資料可推算出其母數統計值，因此可以適當的解釋生長現象。

2、功能性數學模式

功能性數學模式(機制性數學模式)是直接導源於變數間關係的邏輯命題，是由生物性的邏輯關係導源出來，且可以很有邏輯的解說生長現象。這些生物性的邏輯命題，如：(1)報酬遞減律(law of diminishing returns)係收穫有一限量，也就是說收穫的增加量會慢慢趨向0。(2)生長因素影響律(law of effects of growth factors)係指增加一單位的生長因素與最大收穫量和當前量差值成比例。

大部分的功能式數學模式，係描述某時間、某一性態值與生長速率或相對生長率(absolute growth rate, AGR)的關係。如生長速率為一定常數，則其總生長模式為直線式；相對生長率(relative growth rate, RGR)為一定常數，則其總生長模式為指數式(exponential growth model)；若相對生長率為相對生長量的函數，則其總生長模式為Logistic生長模式；若生長速率為生長速率的函數，則其總生長模式為Monomolecular生長模式。生長速率若是為同化作用(anabolism)與異化作用(catabolism)差的函數，則總生長模式為Bertalanffy生長模式(Savageau, 1979)。現在僅就Bertalanffy, Logistic, Richards, Schnute等四個重要生長模式的內涵與演進，加以說明如下：

(1) Bertalanffy生長模式

任何一個簡單的有機體，若從生化，生理，細胞學或形態學觀察，生長是一個相當複雜的現象，但Bertalanffy (1957)認為可以使用一個簡單數式對新陳代謝與生長的關連做量化分析。在此之前，1920年Putter曾經提出動物的生長為組成(synthesis)和破壞(destruction)之交互作用，亦即同化作用和異化作用的交互作用。當組成作用大於破壞作用時才有生長，當兩種作用相等時，有機體即達到穩定狀態。Bertalanffy根據這種觀點提出表示生長速率的公式如下：

$$dW/dt = \eta W^m - kW^n \quad \dots\dots\dots(10-1)$$

即生物體或器官重量的改變為組成與破壞分解作用的差異。(10-1)式中 η 、 k 分別為同化作用和異化作用母數。 m 、 n 則表示與重量的冪次方成比例，而有機體，依循此生長關係法則，代謝過程的作用率，可以以有機體重量(body mass)的冪次函數表示。此一現象，Adolph曾經證明，生理作用的改變率皆可以使用相對生長關係函數(allometric function)或冪次函數(power function)表出。所以不管其內部作用如何的複雜，其外部表現皆是依循這樣簡單的一般化的規則進行。P ter氏所提出的同化作用率(rate of anabolism, ηM^m)，異化作用率(rate of catabolism, kW^n)，用數學觀點來看，若將 n 設為1，其積分式才容易導出積分結果如下所

示：

$$W = \{ \eta / K - [\eta / K - W_0^{(1-m)}] e^{-(1-m)kt} \}^{1/(1-m)} \quad \dots\dots\dots(10-2)$$

式中的 $k = (1-m)k$

W_0 = 生物體或器官起初的重量

e = 自然對數

上式可以說是開啟了生理學的新紀元，使生長步上比較生理學(comparative physiology of growth)的途徑。

其後Bertalanffy依照新陳代謝型(metabolic type)，來預測生長，更將新陳代謝型分成三類：(1)遵循表面積法則(surface rule)的新陳代謝：此種生物代謝作用率(metabolic rate)與其表面積或重量的 $2/3$ 次方成正比。例如：魚類和無脊椎動物(蚌，蝦等)，若以(10-1)式說明則其 $m = 2/3$ ，(2)遵循重量或器官的新陳代謝：代謝作用率與生物體的重量(不是表面積)成正比率，如：所有昆蟲的幼蟲及異翅目昆蟲，若以(10-1)式說明，則其 $m = 1$ 。(3)代謝作用率介於重量值，表面積之間，如：蝸牛，若以(10-1)式來說明，則為 $(2/3) < m < 1$ 。此外，Bertalanffy (1957)也認為生長曲線可分成二個循環，而其轉換期則發生在性成熟時(sexual maturation) 或稱青春期(開花型(puberty))，這兩個循環皆分別成為生物的一般生長型。

生長模式必須能夠表現出各種生長行為的機制，這些生長行為，如生長有所限制(或稱生長漸近值)及有機體的起始點(或稱曲線與軸的相交點)。這類模式所能適用的生長路徑的種類，當然是愈多愈好。

(2) Logistic模式

Logistic函數係基於"各種種類的生長，其內在增殖率(r_m)皆一定"的假設。但Shinozaki and Kira(1956)指出內在增殖率，實際是隨林齡而改變 $r_m = f(t)$ ，而不是常數；他們建議修改Logistic函數為一般化Logistic函數。

Kleiber (1961)亦指出人口之內在增殖率亦非定值。Foerster et al., (1960)亦發現內在增殖率 r_m 值並非固定值，而是呈穩定增加。Cooper (1961)指出內在增殖率 r_m 是隨林齡增加而減少，再加上Logistic理論所提：相對生長率減少的原因是"單位面積內生物量的增加"而提出(10-5)式，亦即分成與時間有關的 $r_1(1/t)$ 和與時間無關(r_0)二部份。如(10-4)式所示增加一新個體至族群，將使其相對生長率下降 c 量；這種定量的增加在動物族群很明顯，但在植物族群生物個體數對生長率影響較不重要，反而植物的大小如直徑、斷面積、重量、材積等大小對生長率的影響來得重要。所以Cooper (1961)提出(10-6)式。

$$(1/N) \times (dN/dt) = r_m \quad \dots\dots\dots(10-3)$$

$$(1/N) dN/dt = r_m - cN \quad \dots\dots\dots(10-4)$$

$$r_m = r_0 + r_1(1/t) \quad \dots\dots\dots(10-5)$$

將(2-27)代入(2-26)式並以斷面積(S)代替動物的個體數(N)。

$$r_m = r_0 + r_1(1/t) - cS \quad \dots\dots\dots(10-6)$$

式中： S 為每一英畝的總直徑

Logistic函數有兩項缺點(Berry et al., 1988)：

- a. 不論生命的那個時期，相對生長率皆相同
- b. 生長量在時間軸的分佈是對稱的，即Logistic曲線是以反曲點為中心的對稱曲線。

(3) Richards生長模式

我們若由表示林木各種性態值與林齡間的關係的曲線，如圖1-1，可以發現是呈拉長的S形；Grosenbaugh (1965)檢視這種拉長的S曲線，發現可由Gauss、Gompertz、Bertalanffy或Logistic函數表出，但是沒有一種函數可以富有彈性地將觀測值多變性的各種生長情況完全描述。

Logistic及Gompertz模式的共同缺點是其曲線的反曲點的位置是固定的，Logistic為 $A/2$ ，Gompertz為 A/e ，(A表示極限值，e表示自然對數)；而Mitscherlich模式無反曲點。但Richards氏研究Mitscherlich 模式，Logistic模式和Gompertz模式等三個著名的生長模式時，發現這三個模式其實只代表相同類型的一種曲線而已，型狀的不同只不過是其中一個母數的數值不同所導致。實際的生長曲線，往往無法由以上三式滿意地表出，所以他就考慮使用由生物現象所發展出來專門研究動物生長的Bertalanffy生長模式，若能將其理論上的限制揚棄時，一定可以廣泛用在植物生長方面，並且可以充分表出不同型態的拉長型生長曲線。而Bertalanffy研究動物的新陳代謝與器官生長的關係時提出 $P=CQ^a$ ，式中P、Q分別代表某器官大小，a為相對生長關係常數(allometric constant)，經其廣泛研究後把a定為 $2/3$ 。後Richards建議生長關係常數並非為一定值，而係隨生長資料變動的母數，而提出一個一般化模式：

$$dW/dt = \eta M^m - kW \quad \dots\dots\dots(2-23)$$

式中的 m：植物內在增殖率

W：植物的體積或重量

η ：同化作用率

k：異化作用率

Richards式中代表反曲點的母數m，則為一連續的值，其所涵蓋值的範圍為 $m > 0$ 與 $0 \leq m < 1$ ，而此母數正可為生長函數的形狀指標。當 $m = 0$ 時此模式則成為Mitschlich (Monomolecular)式；當 $m = 2$ 時則成為Logistic (autocatalytic)式；當 $m \rightarrow 1$ 時則成為Gompertz式。

(2-23)有其理論上限制：m不大於1 ($m < 1$)時，Logistic生長模式和Gompertz生長模式則無法存在。另外，若 $m > 1$ ，且 η 和k為負，則很難解釋 η ，k所代表的同化作用率及異化作用率。換言之，如僅使用生長資料配合此式做為實驗式應用而不考慮代謝方面的意義時，則將發現Bertalanffy模式於 $m > 1$ 時，頗富實用性。由實用觀點來看決定生長曲線的型狀，兼具數學上及生物上的意義。將連年生長速率式(2-23)式積分之後，求得其式為：

$$W = \{\eta/K - [\eta/K - W_0^{(1-m)}]e^{-(1-m)kt}\}^{1/(1-m)} \quad \dots\dots\dots(2-29)$$

$$W = A \{1 - B e^{-kt}\}^{1/(1-m)} \quad \dots\dots\dots(2-30)$$

$$\text{式中：} A^{(1-m)} = \eta/K \quad \dots\dots\dots(2-31)$$

$$B = \eta/K - W_0^{(1-m)} \quad \dots\dots\dots(2-32)$$

$$K = (1-m)k \quad \dots\dots\dots(2-33)$$

$$\text{當 } m < 1 \text{ 時，} W^{1-m} = A^{1-m}(1 - b e^{-kt}) \quad \dots\dots(2-34)$$

$$m > 1 \text{ 時，} W^{1-m} = A^{1-m}(1 + b e^{-kt}) \quad \dots\dots(2-35)$$

$$\text{式中：} b = +BA^{m-1}$$

$m=0$ ，則(2-30)式變為 Mitschlich (Monomolecular)式如下：

$$W = A(1 - b e^{-kt}) \quad \dots\dots\dots(2-36)$$

$m=2$ ，則(2-30)式變為Logistic 式

$$W = A(1 + b e^{-kt})^{-1} \quad \dots\dots\dots(2-37)$$

$m \rightarrow 1$ ，則(2-30)式變為Gompertz 生長模式

$$W = A e^{-b e^{-kt}} \quad \dots\dots\dots(2-38)$$

$2 > m > 1$ ，則曲線形狀介於Gompertz生長曲線和Logistic曲線之間；若 $m > 2$ ，則曲線形狀為反曲點位於 $W = A/2$ 的拉長型S曲線；若 $1 > m > 0$ ，則曲線介於Monomolecular生長曲線和Gompertz生長曲線之間。

若將A設定為1，則(2-30)式隨 m 值而變化，如圖10-1所示。其生長速率(連年生長量)對總生長量(累積生長量)的關係，如圖10-2所示。

因Richards (1959) 在檢討各個模式後，將Bertalanffy (1938)式一般化，現在已經成為最能適合數學邏輯及具生物意義的模式。使多變性生長曲線，得以有效的描述。Chpman-Richards生長模式於1973年由Piennar和Turbull兩氏引進做林木生長的研究後，由於其包函著名的三個生長函式—Monomolecular模式，Logistic模式和Gompertz模式而聲名大噪。

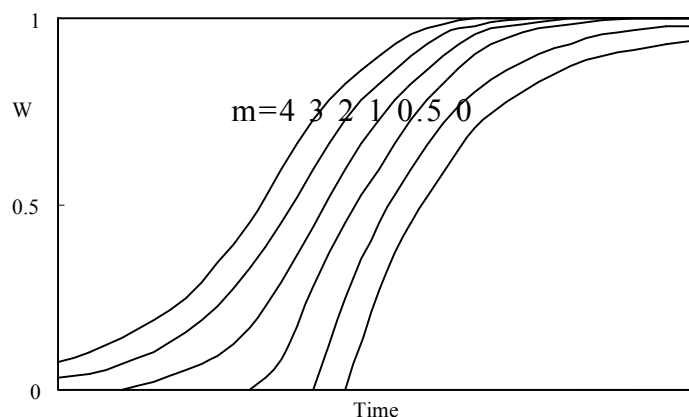


圖10-1 Richards一般化生長曲線隨m值的變化

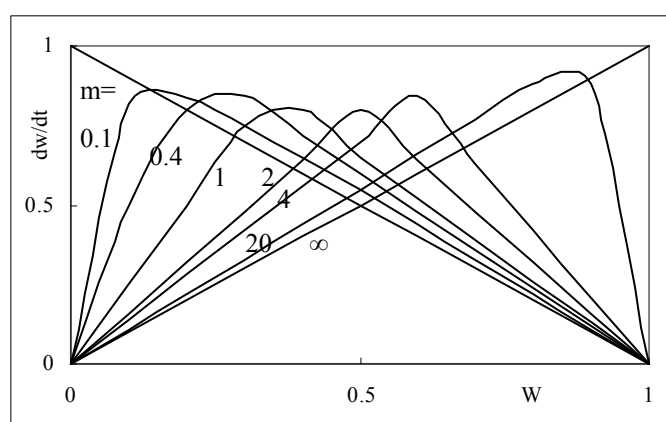


圖10-2 Richards式生長速率對總生長量曲線隨m值的變化

在林木生長的應用則由Cooper(1961)所建議；而Moser及Hall（1969）以北方闊葉針樹的斷面積連年生長和斷面積資料來配合Bertalanffy，因而得到很好的配合結果。Beck（1971）亦利用Richards一般式來配置白松的樹高生長效果也很好，Pienaar 及Turnbull（1973）更以模式來描述170年生雲杉的樹幹解析資料，結果發現無論斷面積、樹高或材積生長都相當令人滿意，其後Rawat及Franz（1973）亦利用Bertalanffy式來配置樹高、胸高直徑、斷面積和林分株數變化，在日本方面大隅真一在1976～83連續討論Bertalanffy式於日本扁柏、柳杉、紅松、黑松，各林木屬性生長的適用性，本國則有楊榮啟(1985)對於這一生長模式加以應用討論。馮豐隆、楊榮啟(1989)亦針對此模式建行分析7種樹種。

(4) Schnute式

Schnute (1981)研究魚類時，假定大小性態值 Y 的相對生長率 $Z(Z=(1/Y) \times (dY/dt))$ 對 Z 的相對生長率呈線性關係如下：

$$(1/Z) \times (dZ/dt) = -(a+bZ) \quad \dots\dots\dots(2-39)$$

式中的 a ， b 為母數：

因為 $(dY/dt).(1/Y)=Z$ (2-40)

整理(2-39)式並做適當的代換，如下式：

$$d^2Y/dt^2=(dY/dt)[-a+(1-b)Z] \quad \text{.....(2-41)}$$

解(2-41)式的微分方程，如下式：

$$Y = \{Y_1^b + (Y_2^b - Y_1^b)[(1 - e^{-a(t-t_1)})/(1 - e^{-a(t_2-t_1)})]\}^{1/b} \quad \text{.....(2-42)}$$

式中： t_1, t_2 ：兩個不同林齡。

Y_1, Y_2 ：在 t_1, t_2 時的大小性態值。

且 $Y_2 > Y_1 > 0, t_2 > t_1 > 0$ 。

這個生長模式的曲線形狀，隨 a 、 b 值不同而變化。Bertalanffy式、Gompertz式、Richards式、直線式等皆是其特例。Bredenkamp及Gregorie (1988)將Richards生長模式應用於不同林分密度的玫瑰桉直徑生長時，發現當林木有再生現象時Richards無法適用。但是若使用Schnute式時，則能充分表現出重新再往上生長的現象。

3. 師奈模式(Schnute growth model)

Schnute (1981)利用簡要的生物原則—加速生長(growth acceleration)導出一個包羅萬象(versatile)的生長模式，所謂加速生長即是以相對生長率(RGR, Z , relative growth rate)的相對生長率 $(1/z, dz/dt)$ 成直線的關係： $(1/z)(dz/dt) = -(a+bz)$ ；配合兩個年齡(T_1, T_2)和其大小(y_1, y_2)，而導出此式稱做Schnute一般化模式，這個模式代表著八種可能的特徵形狀，主要決定於四條線(1) a 軸(2) b 軸(3) $b=1$ 線(4) $b = -(T_2 - T_1)/[\log(y_2 / y_1)]\}a$ ；其範圍區分如圖3。

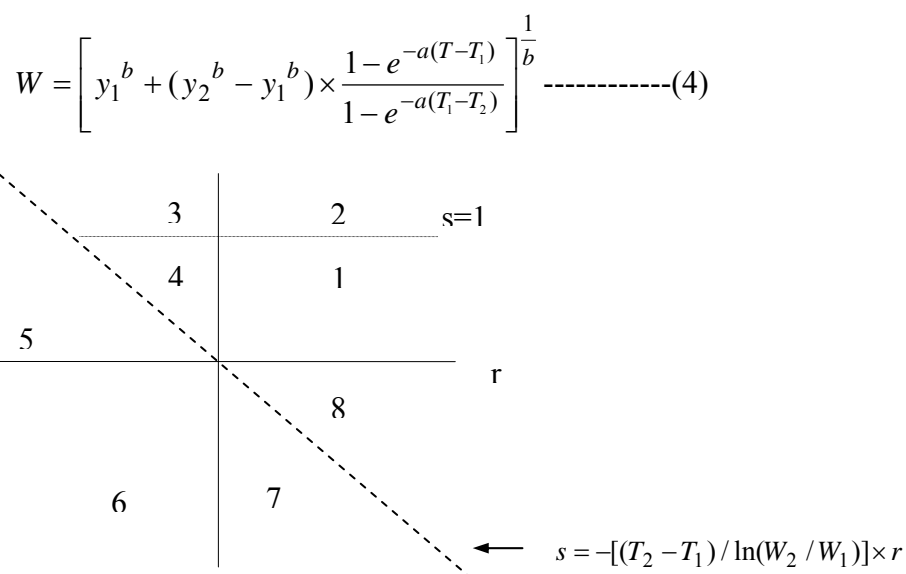


圖3在 a 、 b 座標上由4條線區分成8區，實線為 a 軸、 b 軸，平行 a 軸的虛線為 $b=1$ ，斜率為

負的對角線為

$$b = -\frac{T_2 - T_1}{\log(y_2 / y_1)} \times a$$

若把這8種生長曲線，和其a、b範圍分別予列出如圖4。

圖4針對(a, b)母數對的8種特徵生長曲線，如圖3所示之八個區域，縱座標為大小，橫座標為"年齡"。

這個模式的形狀受制於a、b值，若在 $T_2 > T_1$ ， $y_2 > y_1 > 0$ 的設定下，則此模式在下表情況下分別與著名的生長模式相通，也就是Schnute，生長模式包括了具有漸近、反曲的S型曲線，也包括了二次生長式(quadratic growth equation)、冪次生長式(power growth equation)、指數生長(exponential growth equation)和直線生長(linear growth)。

a	b	模式名稱	模式數學
a>0	b>0	Generalized Von Bertalanffy	$Y(t) = Y_{\infty}(1 - e^{-g(t-t_0)})^p$
a>0	b=1	Specialized Von Bertalanffy Ptter No.1	$Y(t) = Y_{\infty}(1 - e^{-g(t-t_0)})$
a>0	b=1/3	Specialized Von Bertalanffy Ptter No.2	$Y(t) = Y_{\infty}(1 - e^{-g(t-t_0)})^{1/3-g(t-t_0)}$
a>0	b=0	Gompertz	$Y(t) = Y_{\infty}e^{-e^{-g(t-t_0)}}$
a>0	b<0	Richards	$Y(t) = Y_{\infty}(1 + 1/p \cdot e^{-g(t-t_0)})^{-p}$
a>0	b=-1	Logistic (Richards growth with p=1)	$Y(t) = Y_{\infty}(1 + e^{-g(t-t_0)})^{-1}$
a=0	b=1	Linear	$Y(t) = g(t - t_0)$
a=0	b=1/2	Quadratic	$Y(t) = (\alpha + \beta t)^2 \quad \beta > 0$
a=0	b=0	Tth power	$Y(t) = \alpha \beta^t \quad \alpha > 0, \beta > 0$
a=0	b=1	Exponential	$Y(t) = \alpha + \beta e^{gt} \quad \beta > 0, r > 0$ $y_{\infty} > 0, \quad g > 0, \quad p > 0$

由上表可知Schnute模式確實是包羅萬象，如前所說，Von Bertalanffy和Richards皆只是其中的特殊情況而已。另外Schunte模式的母數如 y_1 ， y_2 可直接由觀察資料得到，母數相當穩定(stable)皆是其優點，在生長模式應用上，甚值推薦。

有關此模式，最近才被應用於林業上。Bredenkamp和Gregorie (1988)將Chapman-Richards生長模式應用於不同林分密度的大葉桉直徑生長上，發現在明顯競爭枯死後之林分，重新再生長並不僅達到漸近線而已，而是超出漸近線再往上生長，所以Richards模式不適合，但若用Schnute模式來配，其結果則很適合，且得知栽植密度大之林分，其林分生長曲線依圖4(1)式-有反曲點，漸近線和軸之交點。中等栽植密度之林分，其林分生長曲線依圖

4(2)式-沒有反曲點；密植林分其林分生長曲線則；沒有漸近線，沒反曲點。文中亦對Richards模式與Schnute模式的母數加以比較，求算出其關係。

(5)經濟生產函數

Jackson (1980), Nautiyal and Couto (1982) 曾將生長收穫函數看做是經濟生產函數，Chang (1984)從生物曲線觀點，檢討以上兩項研究所用函數的缺失，指出連年生長並非先升後降，收穫曲線不通過原點收穫並非生長的累積生長等等現象，因而提出符合生物性和數學邏輯的生產模式；先將生產量定為時間和密度的函數 $\ln Q(t, d) = \ln A + \alpha/t + \beta/td$ ，再導入地位因子 $\ln Q(t, d, SI) = \ln A + \alpha/t + \beta/td + r/tSI + S/SI$ (t : 林齡, d : 栽植密度, A : 某地位下的最大材積或其他載荷量, SI : 地位指數)並且將該二式皆予微分求出生長函數 $CAI = \alpha \theta(t, d)/\alpha t$ ，是從經濟學生產函數為出發點建立的生長模式。

3、一般化模式

毫無疑問的，模式的母數與個體或族群的增加量或生長量，是有非常密切的關係。所以量化增長過程的模式是可以由數學一般化方法導出。於是尋找一個一般化模式使其能描述多變性的曲線型態一直是生物學家追求的鵠的。以往如Richards (1959); Grosenbaugh (1965); Turner and Pruitt (1978); Savageau (1980); Suhnte (1981)皆是一樣在追求一涵蓋許多其他生長模式。使其模式更具有彈性、廣泛性。

4、生長模式的母數與密度的關係

- (1) Pienaar and Turnbull (1973)等皆曾利用Bertalanffy的一般化生長模式，研究未實施間伐同齡林之斷面積的生長，結果顯示在某一林分密度限度以上的林分，林木生長將趨於一定值(此值由地位所能提供的生產潛力來決定)從 m 值幾乎相等來說明其生長曲線形狀相類似，固定 A , m , t_0 值而分析某一特定地位之各種不同密度的林分生長。再由此建立 k 值與最初栽植密度的關係，以便由最初栽植密度和自然枯死率(natural mortality)決定每公頃未來的收穫量。此外，也用一般化的生長速率曲線圖來說明栽植密度對生長曲線型態值的變化，且栽植密度愈大，愈早達到反曲點，其最高生長速率也愈早達到。
- (2) Yang 及Lin (1981)以樹冠競爭指數(CCF)為林分密度放入Bertalanffy一般化生長模式中以導出密度依變的生長模式(density dependent growth model)。
- (3) 白石則彥(1985)對林木生長所做的研究可以分成五個部分：
 - a. 設立以胸高直徑連年生長量(r)為基礎的生長模式

$$\ln r = \ln m - kt \quad (r: \text{DBH 連年生長}, m, k: \text{母數}, t: \text{時間})$$
 由生長模 式導出總生長量模式：

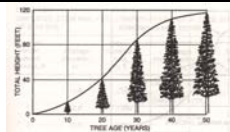
$$\int 1/x \, dx = \int m \cdot \exp(-kt) dt \quad x: t=0 \text{時之胸高直徑}$$

$$\ln x(-\ln x) = (m/k) \cdot \exp(-kt) \quad x: \rightarrow \infty \text{時之胸高直徑}$$

$$x(t) = x \cdot \exp[(-m/k)\exp(-kt)]$$

此式正和 Gompertz 型式同

- b. 將上式生長模式中除時間(t)外，再加入密度(ρ)因子，並由此導出整個研究所用模式的重心。 $rt = 1/x \, dx/dt = m \exp(-kt) + \rho(k - \ln \rho - a \ln x)$ 且都將其所導出的模式與Gomperz式銜接上去，並以日本柳杉、扁柏的實測資料驗證模式的適合性，獲得相當好的結果。
- c. 以Weibull三個母數的機率密度函數來描述林分構造狀態，再以其歪度的變化得出林分構造隨時間變化的情形。
- d. 利用具密度之生長模式決定間伐率、間伐強度和次數，並由直徑級決定各級間伐率和幹材積。
- e. 由生長模式、林分生長預測來編製收穫表；由直徑分佈係數的變動或直徑生長量即可決定其收穫情形，且由各單株材積的累積成為林分材積。

	器官	林木	林分	森林生態系	地景
對象	根 莖 葉 花 果實 種子	基因 樹種 針葉樹 闊葉樹 本木 灌木	<div><div>{單純林 混淆林</div><div>{人工林 次生林 天然林</div></div>	林型 群叢 植生 不同梯度之植生林型	嵌塊體 廊道 基質 地理區
狀況 (status)	形態/構造、林型 大小 物候 (時間-現象…)		點物種歧異度/ α 歧異度 樹種組成 林分結構 林分蓄積	α 歧異度/ β 歧異度 垂直分級 林型分布 林型/土地利用/植生圖	β 歧異度/ γ 歧異度(區域) 1.長短、面積大小 2.維度 3.格局(pattern)
功能 (function)	根—呼吸 莖—光合作用—生長 葉—光合 花—季節分布 果實—傳播方式(數量種類)	Age <div>SQ—生育地<div><div>溫/濕/含水量</div><div>地質/地形</div><div>土壤</div><div>生物間</div></div></div> DEN(競爭) Treatment		能流 物流—生物鏈、食物鏈 資訊流	pattern↔process ↔mechanism 最小 過程機制→格局
變遷 (change)	生長變化 點狀況—時間歷程變化、功能變遷、消長	$V_{n+t} = V_n + G + I - M - C$		棲群動態 生育地演替 植群演替 林型變遷	點 線 面 } 的地景參數 的變化
空間展現	 林木位置圖		樣區位置圖	生態系分布圖 土地利用型圖 植生圖	地景分布圖
模式	$\frac{dw}{dt} = nW^m - kW$ $W = A \left[1 - B \exp(-kt)^{\frac{1}{1-m}} \right]$	$V_{t+n} = f(sps, SQ, Den, AgeTreatment)$ $V_{t+n} = N \int g(x, \theta) \cdot f(x)$	$\frac{dw}{dt} = \gamma LA \left(1 - \frac{DH}{D_{\max} H_{\max}} \right) \cdot f(\text{環境因子})$	$\frac{dDimersion}{dt} = f$	
模擬	Shanon & Wiener (1963)— $HSW = -\sum \left(\frac{n_i}{N} \right) \ln \left(\frac{n_i}{N} \right) = -\sum (p_i) (\ln p_i)$ Simpson (1949)—優勢度量測(dominance measure) $D_s = \sum_{i=1}^S \left(\frac{n_i}{N} \right)^2 = \sum_{i=1}^S P_i^2$				

10.2 FOREST GROWTH MODEL

Forest growth model is a mathematical function or system of function that is used to relate actual growth rate to stand variables. In general, it is derived from the principles of biometry and the rate forest conditions. The parameters of a forest growth model are estimated by using the least squares method. The experimental equation of a forest growth model is used to analyze the growth behavior of a stand and to predict the future stand growth. Growth models are applied in many fields. Forest growth modelling has always been one of the main stones in the foundation of forestry. In this paper, we discuss the status of growth modelling in biometry and review the models development in forest succession and forest genetics. The purpose of this paper is to enable the foresters to be familiar with the knowledge of forest growth modelling and the application of it. Finally, we hope that the art of forest growth model building in Taiwan will be improved.

10.3 MODELS

Models are abstract representations of the real world that are useful for purposes of thinking, forecasting, and decision-making. A model is a device that brings the real world to the laboratory or to the office (Buongiorno & Gilles 1987).

Model, represents an idealized or simplified version of the real phenomenon, much as we use the circle as a model of the more complex geometry of stem cross sections (Pienaar, Turnbull 1973).

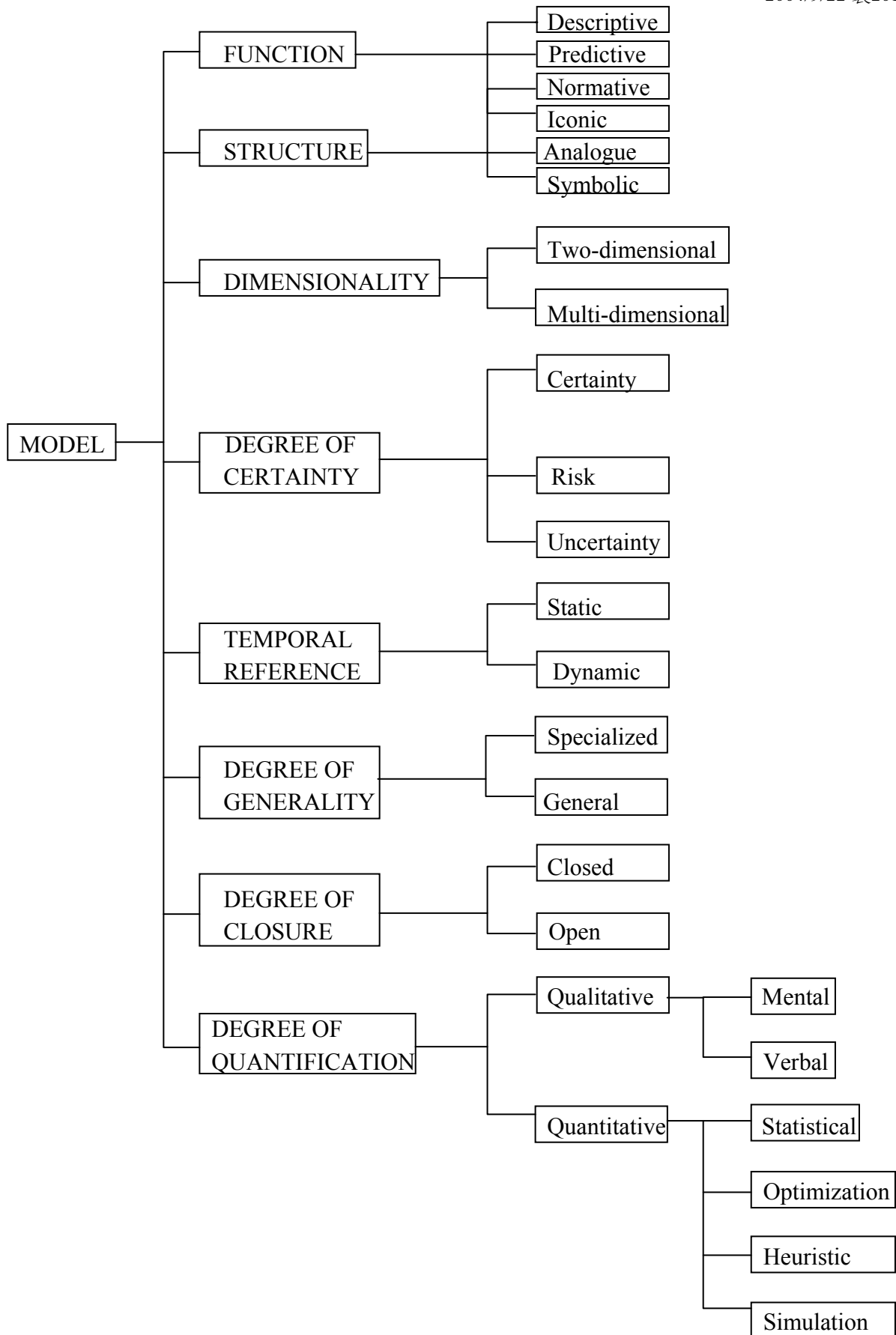


圖 10-3 MODEL CLASSIFICATIONS

1. Iconic : physical replica of an object
2. Analog : map, aerial, photograph diagram
3. Symbolic : represent reality by words, no., other notation-mathematical models. This is the most important model because they are readily manipulated to deduce new concepts. Mathematical models : Reality is captured by symbolic variables and by formal algebraic relationships between them (Buon giorno & Gilles 1987).

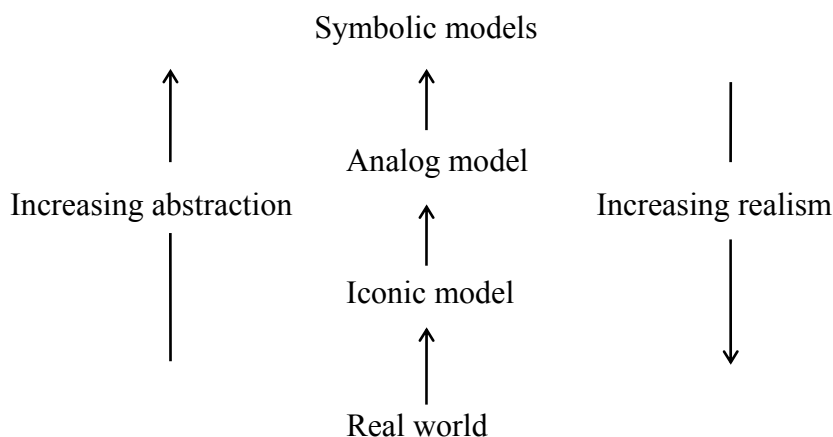


圖10-4 模式建立(model building)之層次

The design of renewable resource management policies involves three essential ingredients : (Walters 1986)

- a : mathematical modeling to pinpoint uncertainties and generate alternative hypotheses.
 - b : statistical analysis to determine how uncertainties are likely to propagate over time in relation to policy choices.
 - c : formal optimization combined with game playing to seek better probleming choices.
- (1) Deterministic model : the model is entirely predictable and contains no element of uncertainty (Starfield & Bleloch 1987).
 - (2) Stochastic model : the model contains an element of uncertainty---if we repeat a calculation we are likely to get a somewhat different answer everytime (Starfield & Bleloch 1987).

The basic goal was to produce a dynamic model of forest growth, a model in which changes in the state of the forest is a function of the present state and random components. This approach has two advantages over the curve-fitting approach to forest growth :

- a. The simulator can be regarded as a repository for an integrated knowledge of the ecosystem ;
 - b. Additional hypotheses can be formulated and tested using Monte Carlo samples of simulator runs and comparing the results with observed data (Bockin, Janak & Wallis).
- (1) Analytical model : the model with the intention of using mathematical theorems and

operations (Starfield & Bleloch 1987).

(2) Simulation model :

- a. The model may be designed as an algorithm or set of computational rules (as in a flow chart) without any attempt at formal analysis (Starfield & Bleloch 1987).
- b. The models are the only tool presently available for translating a collection of how the whole ecosystem functions. They depict ecosystem function by changes over time or space (or both) in measurable quantities, thereby allowing some test of the set of process hypotheses at the ecosystem level.

Simulation models consist of a collection of hypotheses, in equation form, for how the major elements of the model (state variables) change over time. These hypotheses are usually categorized into several processes controlling the rates of change of the state variables.

(a) Empirical models :

- a-a where a relationship between the process and controlling variables is established without considering the underlying mechanisms. (Swartzman & Kaluzny 1987)
- a-b is a model chosen to empirically approximate an unknown mechanistic model. Typically, the empirical model is a polynomial of some suitable order. (Draper & Smith 1981)
- a-c empirical model also uses these variables, but indirectly because it assumes that the average of these conditions will prevail in the future. (Bruce & Wensel 1987)

(b) Mechanistic model :

- b-a mathematical descriptions of the mechanisms that control the various model processes (Swartzman & Kaluzny 1987).
- b-b usually arises as a result of making assumptions about the type of growth, writing down differential or difference equations that represent these assumptions, and then solving these equations to obtain a growth model (Draper & Smith 1981).

(c) Process models :

Process models simulate the biological processes that convert carbon dioxide, nutrients, and moisture into biomass through photosynthesis. Process models may use direct measurement of growing season precipitation, hours of sunlight, and other details. (Bruce & Wensel 1987)

10.5 FUNCTION

We build models because they help us (Starfield & Bleloch 1987)

- (1) define our problems
- (2) organize our thoughts
- (3) understand our data
- (4) communicate and test that understanding
- (5) make predictions

Models have the advantage of being formal descriptions of inferences about succession mechanism, which can be analyzed to produce predictions about long-term ecosystem dynamics.

Some of the more recent models are capable of simulating succession patterns and have been used in developing new insights into the nature of long-term forest dynamics and ecological succession. (Shugart & West 1980)

Important future applications of succession models, particularly gap models, would involve evaluating large-scale and long-term changes in the ambient levels of pollutants and assessing the effects of climate change. If human activities alter environmental conditions on global scale, models will become increasingly important as a tool for prediction. (Shugart & West 1980)

10.6 ELEMENTS OF MODEL DEVELOPEMENT

The elements of model development (Buongiorno & Gilles 1987)

1. Problem definition :
2. Model building :
3. Model implementation :

Almost any model develops from a logical set of assumptions as an underlying basis and more theoretical studies of succession & growth may use logical procedures as a primary means of anticipating the applicability of model result. (Shugart & West 1980) Standard definitions of modelling. (Bruce & Wensel 1987)

A model is a mathematical function, or system of functions, used to relate actual growth rates to measured tree, stand, and site variables.

Estimation is the statistical process of deriving coefficients for models to define the growth rates are a function of measured tree, site, and stand variables.

Verification is testing a model with the data on which it was based to eliminate lapses in programming logic, flaws in algorithms, and bias in computation.

Calibration is adjusting a model to local conditions that may differ from those on which the model based.

Monitoring is the continuing check of output of the system to detect short comings of the model.

Evaluation is considering how, where and by whom the model should be used, how the model and its components operate, and the quality of the system design and its biological realism.

Simulation is using a growth model to estimate development of a stand through time under alternative conditions or cutting practices.

Over the years many mathematical models have been proposed to describe biological growth processes. Some of these have been developed by forester ; others originated by workers in other fields, have been applied to forest trees. There are still no agreement on the one best expression for the description of growth phenomena.

Any acceptable growth equation must of course fit the data which it purports to describe. Mere closeness of fit to field observations is no guarantee of its validity, however. Unless the parameters of a proposed growth equation can be shown to have some biological meaning, its application is little more than an exercise in mathematical curve fitting. The coefficients of a purely empirical equation have no definite physiological basis, and there is no way of knowing how

they might change with variations in stand conditions.

-----These equations give a satisfactory fit to data derived from several even-aged stands of ----pine in Taiwan, and appear to offer promise as a means of analyzing some aspects of growth in forest stands.

The Chapman-Richards model is a deterministic model in which an effect, or response, is assumed to be absolutely determined by the formulated cause. Biologically more realistic stochastic or probabilistic models consider the probable occurrence of events and incorporate the probabilistic element explicitly within the structure of the model.

In general forecasting forest development for periods up to 50 years, the growth functions must combine with many other functions as a whole system. A growth model may combine with diameter growth functions, height curve functions, bark functions, volume function, thinning response function, natural thinning functions, total based on per tree species. (Jonsson,1978)

10.7 TYPES OF FOREST SIMULATIONS (Shugart and West 1980)

1. Tree models

take the individual tree as the basic unit of a forest simulator. The degree of complexity ranges from simple tabulation of the probabilities of an individual tree of one kind being replaced by an individual of another kind, to extremely detailed models that include tree-dimensional geometry of different species at different sizes.

2. Gap models

dynamically simulated particular attributes of each individual tree on a prescribed spatial unit of relatively small size-- usually either a gap in the forest canopy or a sample quadrant. (A special case of tree models) as a category developed exclusively for use in studying ecological succession. Gap models simulate succession by calculating the competitive inter relations among trees in a restricted spatial unit--either a gap created by the death and removal of a canopy tree or a sample quadrant.

Other gap models simulate year-to-year changes in the diameter of each tree. They do not account for the exact location of each tree but use tree diameters to determine tree but use tree diameters to determine tree height and then to simulate leaf area profiles to devise competition relationships due to shading.

3. Forest models (Stand models)

consider the forest as the focal point of the simulation model. Forestry yield tables constitute a highly data-dependent subset of forest models.

In general, the model type used is based on the problem under consideration, the data available, and the desire to develop a flexible model.

10.8 PARAMETER PREDICTION MODELS (PPM)

Attention is focused upon the development of parameter prediction models (PPM) with empirical illustration for even-aged and uneven-aged application.

PPMs is one which forecasts a future number of trees and the associated values of the parameters of a probability density function (pdf) describing characterizing a diameter distribution the diameter distribution of those trees. (Hyink D.M., J.W.Moser, Jr.1983)

10.9 PARARMETER RECOVERY MODELS (PRM)

A parameter recovery model (PRM) is also proposed and numerically illustrated PRMs are those in which the stand-average attributes are directed and then used to obtain estimates of the underling diameter distribution. (HyinkD.M., J.W.Moser, Jr.1983)

Parameter recovery techniques (see for example the articles by Bailey(1980), Cao et al.(1982), Frazier (1981), Hyink (1980), Matney and Sullivan (1982) available today enable us to recover the diameter distribution from the whole stand model, and the individual tree from the diameter dis. model, the importance of having certain desirable properties in the whole stand model becomes quite apparent. (Chang 1984)

Hope

No doubt our pursuit of flexible growth functions will continue. It is hoped that the simplicity and versatility of the functions presented in this study will lead to some meaningful results.(Chang 1984)

Conference

1. Forest Growth Modelling and Prediction Conference--Aug. 23-27,1987

----Minneapolis, Minnesota

The purpose was to provide a forum for the exchange of ideas, modeling techniques, and analysis results.

The papers covered all types of tree and forest growth modeling methodology including theory, parameter estimation, and evaluation of models ; incorporation of silvicultural treatment, weather and other environmental perturbations ; regeneration ; design of growth studies ; and application of growth models in research and management.

2. Forest Growth : Process Modeling of Responses to Environmental

Stress--Apr. 19-22,1988 ----Gulf Shores, Alabama, USA

3. Growth and Yield in Tropical Mixed Moist Forests--Jun. 20-24, 1988

----Kuala Lumpur, Malaysia

4. New Approach to Heavy Thinning Regimes

--Apr. 11-16, 1989---Ryde James, FRI, New Zealand or Tim Rollinson, Forestry Commission, GB

5. Data Base for Forest Growth Models

--Apr. 1989 ----Oxford, England

Review forest growth data bases in the public domain ; classification of data bases of relevance to modelers ; data base structures ; data capture and input procedures ; data exchange using computer networks ; and legal and copyright constraints.

6. Data Capture, Collection, and Processing

--Spring 1989 ----Gembloux, Belgium

To evaluate the utility, efficiency, and performances of data capture systems ; identify the kinds of variables recorded in inventories and their relationships with forest planning, forest policy, and growth studies ; analyze the possibilities of codification and organization ;

consider the state of art or improved data collection methods for growth and yield studies ;
and examine the possibilities of exchanges and standardization of data.

7. Growth Models, Expert Systems, and Forest Management Decision-making

--Sep. 1989

----Wein, Austria

10.10 REFERENCE

- 馮豐隆，1989，求蓄積量最有效的方法直徑分布法，台灣林業，15(1):31-35,43。
- 馮豐隆，1991，百分數法在直徑分布模式上應用之研究，興大實驗林研究報告，13(2):65-80。
- 馮豐隆，1993，生長模式在森林經營決策中所扮演的角色，台灣林業，19(5):25-31。
- 馮豐隆，1995，生物與生態監測，臺灣林業，21(9):12-18。
- 馮豐隆，1995，整合林業林學資料庫的建立，臺灣林業，21(10):12-19。
- 馮豐隆，1996，介紹“美國國有林健康監測計劃”，台灣林業，22(9):39-42。
- 馮豐隆、林子玉，1988，生長關係函數與生長模式，中興大學實驗林研究報告，9:23-32。
- 馮豐隆、林子玉，1992，台灣林分結構生長模擬模式系統的建立，興大實驗林研究報告，14(2):55-58。
- 馮豐隆、楊榮啟，1988，使用貝爾陀蘭斐模式研究台灣七種樹種生長之適用性的探討，中華林學季刊，21(1):47-64。
- 馮豐隆、楊榮啟，1988，森林生長模式之建立，中華林學季刊，21(4):3-15。
- 馮豐隆、楊榮啟，1990，史納德、柴普曼—理查梓生長函數式於林木各性態值生長上之應用，台灣大學農學院季刊，30(1):51-63。
- 楊榮啟，1985，貝爾陀蘭斐生長模式在研究台灣樹木生長分析上適用性，中華林學季刊，18(4):25-36。
- 楊榮啟、馮豐隆，1989，史納德生長模式在台灣人工林分結構分析上之應用，中華林學季刊，22(3):3-17。
- 楊榮啟、馮豐隆，1989a，母數預測模式及母數回復模式在研究台灣林木生長及林分結構分析上之應用，中華林學季刊，23(1):53-71。
- 楊榮啟、馮豐隆，1989b，史納德生長模式在台灣人工林分結構分析上之應用，中華林學季刊，23(3):53-71。
- 白石則彥，，同齡單純林木生長予測に關する研究，東京大學農學部附屬演習林，演習林報告，1:199-256。
- 箕輪光博，1982，林木の生長に關する理論的考察(I)：log-Mitschalich式理論，日林誌，64(12):461-467。
- 箕輪光博，1983，林木の生長に關する理論的考察(II)：自己間引モデルの検討，日林誌，65(4):135-142。
- 箕輪光博，1983，林木の生長に關する理論的考察(III)：三次元之log-Mitschalich式系，日林誌，65(11):417-426。

- Bailey, R. L. 1980. Individual tree growth derived from diameter distribution models. *For. Sci.* 26:621-632.
- Bailey, R. L., and T. R. Dell. 1973. Quantifying diameter distribution with the Weibull function. *For. Sci.* 19:97-104.
- Berry, G. J., R. J. Cawood, and R. G. Flood. 1988. Curve fitting of germination data using the Richards function. *Plant, Cell, and Environment* 11:183-188.
- Bertalanffy, L. 1938. A quantitative theory of organic growth. *Human Biol.* 23:302-312.
- Bertalanffy, L. 1957. Quantitative laws in metabolism and growth. *The Quarterly Review of Biology*, 32:217-231.
- Bredenkamp, B. V., and T. G. Gregoire. 1988. A forestry application of Schnute's generalized growth function. *For. Sci.* 34:790-797.
- Burkhart, H. E., and P. T. Sprinz. 1984. A model for assessing hardwood competition effects on yields of Loblolly pine plantations. Div. of For, and Wildlife Res., Va. Polytechnic Inst. and State Univ., FWS-3-84, 59pp.
- Burkhart, H. E., R. C. Parker, and K. D. Ware. 1981. A comparison of growth and yield prediction models for Loblolly pine. Div. of For. and Wildlife Res., Va. Polytechnic Inst. and State Univ., FWS-2-81, 59pp.
- Cao, Q. V., He. E. Burkhart and R. C. Lemin, Jr. 1982. Diameter distribution and yields of thinned loblolly pine plantation. VIP FWS-1-82, 62pp.
- Chang, S. J. 1984. A simple production model for variable density growth and yield modeling. *Can. J. For. Res.* 14:783-788.
- Clutter, J. L. 1963. Compatible growth and yield models for Loblolly pine. *For. Sci.* 9:354-371.
- Clutter, J. L. and F. A. Bennett. 1965. Diameter distributions in old-field slash pine plantation. *Ga. For. Res. Council Report*. No. 13.
- Cooper, C. F. 1961. Equations for the description of past growth in even-aged stands of Ponderosa pine. *For. Sci.* 7:72-80.
- Davis, L. S., and K. N. Johnson. 1987. Forest management. McGraw-Hill Book Comp. P.95-170.
- Draper, N. R., and H. Smith. 1981. Applied regression analysis 2nd. Ed. John Wiley and Sons, Inc. p97-99, 458-517.
- Fong-Long Feng 1989. The Growth and Stand Structure of Natural and Man-Made Forests in the Tropical Forest Region of Taiwan. *Bull. Expt. Forest of NCHU.* 11:21-40.
- Frazier, J. R. 1981. Compatible whole-stand and diameter distribution models for loblolly pine stand Unpublished PhD diss., VPI and Stat. Univ, Dep. For. 125pp.
- Grosenbaugh, L. R. 1965. Generalization and reparameterization of some sigmoid and other nonlinear functions *Biometrika* 21:708-714.
- Hyink, D. M. 1980. Diameter distribution approaches to growth and yield modeling. Proceedings of a workshop on forecasting stand dynamic, Lakehead Univ., Thunder Bay, Ontario, June 24-25, 1980.
- Hyink, D. M., and J. W. Moser. 1983. A generalized framework for projecting forest yield and stand structure using diameter distribution. *For. Sci.* 29:85-95.
- Jackson, D. H. 1980. The microeconomics of timber industry. Westview press. p148-172.

- Mackinney, A. L., F. X. Schumacher and L. E. Chaiken. 1937. Construction of yield tables for non-normal Loblolly pine stands. J. Agric. Res. 54:531-545.
- Matney, T. G. and A. D. Sullivan. 1982. Compatible stand and stock tables for thinned Loblolly pine stands. For. Sci. 28:161-171.
- Moser, J. W., Jr. and O. F. Hall. 1969. Deriving growth and yield function for uneven-aged forest stands. For. Sci. 15:183-188.
- Munro, D. D. 1974. Forest growth models-prognosis. In Fries 1974 IUFRO Proceedings: 7-21.
- Nautyal, J. C., and Couto. 1982. The use of production function analysis in management. For. Chron. 58:42-54.
- Nelson, T. C. and F. A. Bennett. 1965. A critical look at the normality concept. J. For. 63:107-109.
- Pienaar, L. V. and K. J. Turnbull. 1973. The Chapman-Richards generalization of Von Bertalanffy's growth model for basal area growth and yield in even-aged stands. For. Sci. 19:2-21.
- Richards, F. J. 1959. A flexible growth function for empirical use. J. Exp. Botany 10:290-300.
- Savageau, M. A. 1979. Growth equations: A general equation and a survey of special cases. Math. BioScience, 48:267-278.
- Schnute, J. 1981. A versatile growth model with statistically stable parameters. Can. J. Fish. Aquat Sci. 38:1128-1140.
- Shinozaki, K., K. Yoda, K. Hozumi, and T. Kira. 1956. A quantitative analysis of plant form-the piper model theory I. Basic Analysis. Jpn. J. Ecol. 14:97-105.
- Starfield A.M. & A.L. Bleloch 1987. Building Models for Conservation and Wildlife Management. Macmillan Pub. Co. p1-11.
- Turner, M. E., and K. M. Pruitt. 1978. A common basis for survival, growth and autocatalysis. Math. BioSciences 39:113-123.
- Boykin D.B., J.F. Janak & J.R. Wallis 1972 Some Ecological Consequence of a Computer Model of Forest Growth J.Ecol.60 p849-872
- Bruce D. & L.C. Wensel 1987 Modelling Forest Growth : Approaches, Definitions, and Problems. Proceedings of the IUFRO Conference on Forest Growth Modelling and Prediction Aug. 23-27, 1987, Minneapolis, Minnesota. p1-p8.
- Buongiorno J. & J.K. Gilles 1987 Forest Management and Economics Macmillan Pub.Co. p1-p5.
- Draper N.R. & H. Smith 1981 Applied Regression Analysis John Wiley & Sons Inc. p505.
- Shugart Jr.H.H. and D.C. West 1980 Forest Succession Models BioScience 30(5) : 308-314.
- Swartzman G.L. & S.P. Kaluzny 1987 Ecological Simulation Primer. Macmillan Pub. Co. p1-p11.
- Walter C. 1986 Adaptive Management of Renewable Resources. Macmillan Pub. Co. preface.

第十一章 模式種數

同齡林分直徑分布及不同直徑級生長量的推算

(Estimation on Diameter Distribution and the growth of Different Diameter Class)

一、前言

二、前人研究

(一) PPM、PRM

(二) 生長模式

1. 貝爾陀蘭斐模式 (Von Bertalanffy)

2. 理查梓模式 (Richards)

3. 師奈模式 (Schnute)

(三) 統計測驗

三、方法與材料

(一) 材料

(二) 方法

四、結果

(一) 預測函數式：材積式、樹高曲線式、直徑分布

(二) 母數預測模式

1. 魏布爾函數之三母數預測

2. 魏布爾函數之百分數預測

(三) 母數回復模式

1. 全林分平均生長模式

2. 理查梓模式(Richards)對直徑生長之推算

3. 師奈模式(Schnute)對直徑生長之推算

(四) 理查梓、師奈模式之母數釋義

1. 理查梓母數

2. 師奈函數之母數

五、討論

(一) 建議之林分生長分析系統

(二) 各生長模式母數之意義

(三) 母數推算的初值

一、前言

直徑分布法(Diameter Distribution Approach)可以提供林分直徑級詳細的資訊，並提供預測各林齡、地位、密度等造林地的林木蓄積情形，使經營者對每單位面積各種材種——如紙漿材，製材木等材種的收穫量與收穫成本，瞭如指掌，以便做妥善的多目標產物組合經營。以上所述可說是直徑分布法的優點，但是這些優點都是集中在收穫部分，若要做一個優良的生長收穫模式系統，則生長模式的部分恐怕尚需具備生物生長特性，即所謂的機制性(結構

性，mechanistic)。Cluter (1963)曾對生長，收穫模式加以深入探討認為生長與收穫模式是相容的(compatible)，認為收穫為一段期間生長的累積，即收穫模式可由生長模式積分得之，而生長模式可由收穫模式微分而得，可是於直徑分布法之函數式 $V/ha = N_t \int_{D_{lj}}^{D_{uj}} g_i(x) f(x, \theta) dx$ ，之微分有相當的困難，Moser (1973)提出以一組微分實驗式來推算林分生長的組成分——存留生長、晉級生長、枯死量等問題。後來於1983年，Hyink和Moser (1983)再利用描述直徑分布的機率密度函數Weibull函數的母數(θ)，來求算 θ 隨時間的變化，並提出母數推算模式(PPM)和母數回復模式(PRM)以為求算 θ 之用。但如Bailey (1987)所說直徑分布法本身的母數不具生物意義：楊、馮 (1989)提及假如能由適當描述直徑分布的 $f(x, \theta)$ 的資料發展出具有生物意義的模式，則PRM必定是提供透視解釋生物機制的工具。母數回復模式顯然是在林分平均收穫模式(Stand-level yield model)與直徑分布法中建立一數學相容性(mathematical compatibility)的關係，則具有生物意義的林分平均收穫模式是我們值得探討的地方，打從貝爾陀蘭斐(Von bertallanffy)(1941)提出運算生長量為同化作用率與異化作用率 $\frac{dw}{dt} - nW^m - kW$ 後，Richards (1959)檢視貝氏由理論考慮發展出來的生長函數，將 m 值建議為變動的值，而推導出著名的生長模式，使其含蓋Logistic、Gompertz、Miterchich三個相當有的模式，Pienaar和Turnbull (1973)即將此Richards一般化模式詳加探討林分密度對各母數的變化的影響，但有些生長現象卻無法由之推導。Schnute (1981)提出了一套模式，該模式衍自簡單的生物原則——加速生長率(growth acceleration)且包羅萬象，不僅包括如Von Bertallanffy、Richards的漸近生長(asymptotic growth)，而且直線、二次或指數生長皆可由其配合得很好，所以本文的目的係利用母數回復模式，將具生物意義的Richards和Schnute全林分平均生長模式與可獲豐富林分蓄積資訊的直徑分布法，配合起來成一更理想的生長收穫模式系統，有關全林分平均收穫式和母數預測模式亦同時建立。

二、前人研究

(一)母數預測模式(PPM)與母數回復模式(PRM)

直徑分布法廣泛用於預測同齡林分的收穫及林分構造。近來更用於異齡林上(Hyink 1979、Hyink & Moser 1979、Moser 1987)，其每單位面積的林分收穫係由各直徑級推測，若以數式表示如下：

$$V/ha = N_t \int_{D_{lj}}^{D_{uj}} g_i(x) f(x, \theta) dx$$

- N_t ： 每單位面積林木株數
 $g_i(x)$ ： 表與胸徑有關的材積式和樹高曲線式
 $f(x, \theta)$ ： 描述胸徑分布的機率密度函數，如Weibull
 u_j 、 l_j ： 直徑的上、下限

未來林分各材種的收穫量，則由 N_t 和機率密度函數的母數(θ_t)來決定，所以預測 N_t 和 θ_t 成為直徑分布法預測未來林分收穫及林分結構的重心，而母數預測模式和母數回復模式正是推算 θ_t 的主要兩大方法。

母數預測模式係利用 θ_t 與林分性態如林齡、地位、林分密度等的關係建立函數式求解，

某情況下描述直徑分布的機率密度及函數的母數。

母數回復模式則是透過林分平均收穫模式(stand-level yield model)推測未來的材積，斷面積值或其他林分性質，再行反覆疊代求解描述未來林分直徑分布的機率密度函數式的母數，藉之瞭解未來林分構造和收穫量。

以往所用的林分平均收穫模式皆僅是實驗式。本研究則利用具有生物意義的Richards模式和Schnute模式來代替之，使直徑分布法具有生命力。

(二)生長模式：

一般而言，生長模式可分成結構模式(mechanistic model)及實驗模式(empirical model)兩項，結構生長模式是在某些假定條件下求得的結果，先以微分方程式或差分方程式表出這些假定條件，再解這些方程而求得一個生長模式。實驗模式，則是使用實驗方法對一未知的結構模式所求得的近似式係純屬實證(empirical)和歸納(inductive)。結構模式在理論上必須能夠表現出生長行為的結構，並且具有生物學的理论基礎如總生長量開始時其值為零，隨時間的經過趨向一極限值，符合生物不會無限制生長的法則。這樣所建立的模型，不僅可以充分描述生長行為且對生長行為有解析能力，其預測能力自然也會卓越(楊 1987)，以下三個結構模式，大體可以勾劃出生長模式的演進是如何趨向變化或多才多藝(versatile)的模式。

1. 貝爾陀蘭斐模式(Von Bertalanffy model)

即使是一個簡單的有機體，若從生化、生理、細胞學或形態學來看，生長都是一個相當複雜的現象，但貝爾陀蘭斐(Von Bertalanffy)認為其可用一簡單模式來加以量化分析新陳代謝和生長的關連。P ter (1920)指出動物的生長為組成(synthesis)和破壞(destruction)的交互作用，亦即同化作用(anabolism)和異化作用(catabolism)的交感作用，若組成作用大於破壞作用才有生長。當兩種作用相等時，有機體即達到穩定狀態(steady state)，所以貝爾陀蘭斐認為生長可以以下一般式表之：

$$dw/dt = \eta w^m - k w^n \text{ -----(1)}$$

即重量的改變為組成(synthetic)與破壞分解(degradation)過程的差異。 η 、 k 分別為同化作用和異化作用常數。 m 、 n 則表示與重量的幕次方成比例。而有機體即依循著此生長關係法則(law of allometry)來運作(註：生長關係法則：代謝過程的作用率可以以有機體重量(body mass)的幕次函數表之)此現象Adolph (1949)有所証明，生理過程的改變率皆可以生長關係allometric或幕次power式子表之。所以不管其內部作用有多麼複雜，其外部表現皆是依循這樣簡單一般化的規則進行P ter (1920)：同化作用率(rate of anabolism)與有機體量的 w 次方成正比，異化作用率(rate of catabolism)與有機體量的次方成正比。由數學上考量 n 設定為1，其積分分解才容易導出：

$$W = \left\{ \frac{\eta}{k} - \left[\frac{\eta}{k} - W_0^{(1-m)} \right] e^{-(1-m)kt} \right\}^{\frac{1}{1-m}} \text{ -----(2)}$$

這個式子可以說是開啟了生理學的新樂章，使生長走上比較生理學(comparative physical of growth)。後來貝爾陀蘭斐(Von Bertalanffy 1957)依生照代謝型式(metabolic type)，來預測生長模式(growth type)而將代謝型式分成三類：

(1)依表面原則(surface rule)新陳代謝作用的種類：

代謝作用率(metabolic rate)與表面積或重量的 $2/3$ 次方成正比者。如魚類和無脊椎動物(蚌，蝦等)，若以(1)式說明其 $m=2/3$ 。

(2)依重量或耗氧(oxygen consumption)新陳代謝作用的種類：

代謝作用率與生物體的重量(不是表面積)成正比者，如：所有昆蟲的幼蟲、異翅目昆蟲；若以(1)式說明其 $m=1$ 。

(3)代謝作用率與重量—表面積間的值成正比。如：蝸牛。若以(1)式來說明，其 $2/3 < m < 1$ 。

另外貝氏亦認為生長曲線可分為二個循環(cycles)，而此時期的轉換發生於性成熟時(sexual maturation)或稱思春期(開花期)(puberty)。且這兩個階段皆是各自成為一般的生長型(general pattern)。

有關Von Bertalanffy於林木上的應用，源起於Cooper (1961)的建議。以14個松林分資料以Beverton & Holt的徒手繪圖曲線式法配合此模式時，發現結果不錯(give a good fit)，但由於資料不足所以沒有詳細以此模式處理之。

2.理查梓一般化模式(Richards model)

Richards (1959)檢視著名的生長曲線式—單分子反應模式(Monomolecular)，推理生長模式(Logistic)和剛培梓生長模式(Compertz)時，發現以上三函數代表的其實只是一條曲線，其形狀的不同只不過是座標軸(Coordinate axes)重新刻劃不一而已，而且實際的生長曲線，往往無法由以上三式滿意的表達。所以就考慮由生物理論發展出來的動物生長函數—貝爾陀蘭斐(Von Bertalanffy model)，若將其理論背景的限制揚棄的話，一定可以廣泛用於實證植物方面，並且可以充分表現不同型態的S型生長曲線(Sigmoid growth curve)(因為若有Von Bertalanffy理論限制： m 不大於1($m > 1$)時，推理生長模式和剛培梓生長模式無法存在另外若 $m > 1$ 且 η 和 k 為負，則無法解釋 η 、 k 所代表的同化作用率，異化作用率，所以有些限制)也就是說僅將生長資料來配置此模式做為實驗式應用而不考慮代謝方面研究(metabolic studies)，則將發現Von Bertalanffy函數於 $m > 1$ 時，甚為管用。由實用觀點來看 m 決定生長曲線的形狀，其數學意義優於生物意義。將總生長量曲線式

$$W = \left\{ \frac{\eta}{k} - \left[\frac{\eta}{k} - W_0^{(1-m)} \right] e^{-(1-m)kt} \right\}^{\frac{1}{1-m}} \quad \text{-----}(2)$$

予以變形為

$$W = A \{ 1 - B \exp - \kappa t \}^{\frac{1}{1-m}} \quad \text{-----}(3)$$

$$A^{1-m} = \eta/k$$

$$B = \eta/k - W_0^{1-m}$$

$$\kappa = (1-m)k$$

$$\text{當 } m < 1 \text{ 時 } W^{1-m} = A^{1-m} (1 - b \exp - \kappa t)$$

$$m > 1 \text{ 時 } W^{1-m} = A^{1-m} (1 + b \exp - \kappa t)$$

$$b = \pm B A^{m-1}$$

若 $m=0$ ，則(3)式變為單分子生長曲線(molecular curve)

$$W=A\{1-b\exp(-kt)\}$$

$m=2$ ，則(3)式變為推理生長曲線(autocatalytic logistic curve)

$$W=A(1+b\exp(-kt))^{-1}$$

$m \rightarrow 1$ 則(3)式變為剛培梓生長曲線(Gompertz curve)

$2 > m > 1$ 則曲線介於剛培梓生長曲線(Gompertz)和推理生長曲線(autocatalytic)間。

$m > 2$ 則為反曲點 $W=A/2$

$1 > m > 0$ ，則曲線介於單分子生長曲線(monomolecular)和剛培梓生長曲線(Gompertz)間。

若把 A 設定為1，則(3)式隨 m 值變化，其代表總生長曲線亦變化如圖1，而相對生長率和總生長量的關係如圖2。

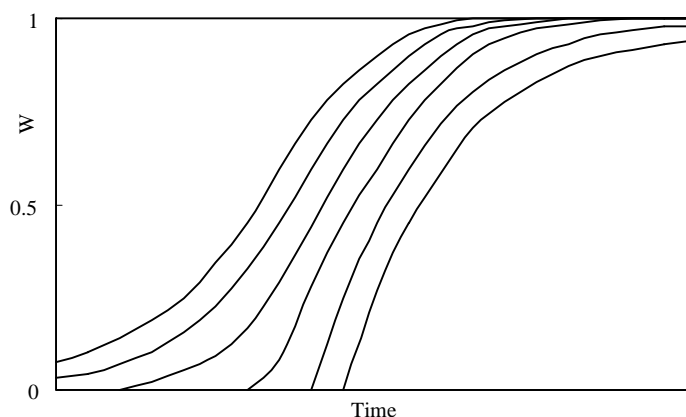


圖1 Richards一般化生長曲線隨 m 值的變化

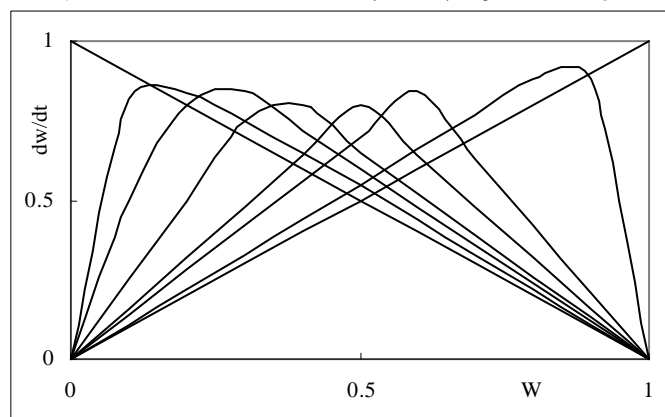


圖2 Richards式生長速率對總生長量曲線隨 m 值的變化

有關森林林木單株和林分生長的研究，自從1900年後量化分析(quantitative analysis)在其範圍和精密程度上，都有長足的進展，然而大部分研究森林的目的和方法都是實證(empirical)，且只有相當有限的森林生長量化理論被建立(Davis 1966, Moser & Hall 1969)，Pienaar和Turbull (1973)利用基於生長現象的假設下的數學模式Von Bertalanffy的Chapman-Richards)一般化生長模式，來檢視未疏伐同齡林的斷面積發展，驗證了在某一限度林分密度以上的林分，林分生長將趨於一定值(而此值由地位能提供的生產潛能決定)。而且由曲線值

幾乎相等來說明其生長曲線相類似，更以某一特定地位之各種密度為單位，其A，m， t_0 值皆一致情況下，林分生長曲線由k值完全決定，利用此模式，建立收穫表，建立值與最初栽植密度的關係圖，以便由最初栽植密度和自然枯死率(natural mortality)決定每公頃未來的收穫量。Richards一般化模式在林木生長應用的研究，以這篇的成績最為卓越，往後研究此模式者似乎沒有超越其研究範圍(馮、楊 1988)。Berry, Cawood, Flood (1988)將其用在發芽的資料上，並稱Richards式的各

$$G = A[1 \pm B \exp(-kt)]^{\frac{1}{1-m}}$$

G : t 時發芽的百分比

A : 最多發芽量

B : 大小母數(Scale-dependent parameter)

k : G 改變率

m : 形狀母數(Shape parameter)

$$0 < m < 1$$

$$1 < m < \infty$$

母數皆具不同方面的生物意義，更利用平行曲線分析(parallel curve analysis)，比較一組曲線是否可用一條曲線代表的問題，其方法為利用相同資料固定形態母數(parallelism, k, m 值)，求出量度母數(displacement, A, B值)，使用殘差次平方和(RSS)執行，4個變數式與2個變數式的變異分析。

3. 師奈模式(Schnute growth model)

Schnute (1981)利用簡要的生物原則—加速生長(growth acceleration)導出一個包羅萬象(versatile)的生長模式，所謂加速生長即是以相對生長率(RGR, Z, a relative growth rate)的相對生長率(1/z, dz/dt)成直線的關係： $(1/z)(dz/dt) = -(a+bz)$ ；配合兩個年齡(T_1, T_2)和其大小(y_1, y_2)，而導出此式稱做Schnute一般化模式，這個模式代表著八種可能的特徵形狀，主要決定於四條線(1)a軸(2)b軸(3)b=1線(4) $b = -\{(T_2 - T_1) / [\log(y_2 / y_1)]\}a$ ；其範圍區分如圖3。

$$W = \left[y_1^b + (y_2^b - y_1^b) \times \frac{1 - e^{-a(T-T_1)}}{1 - e^{-a(T_1-T_2)}} \right]^{\frac{1}{b}} \text{-----(4)}$$

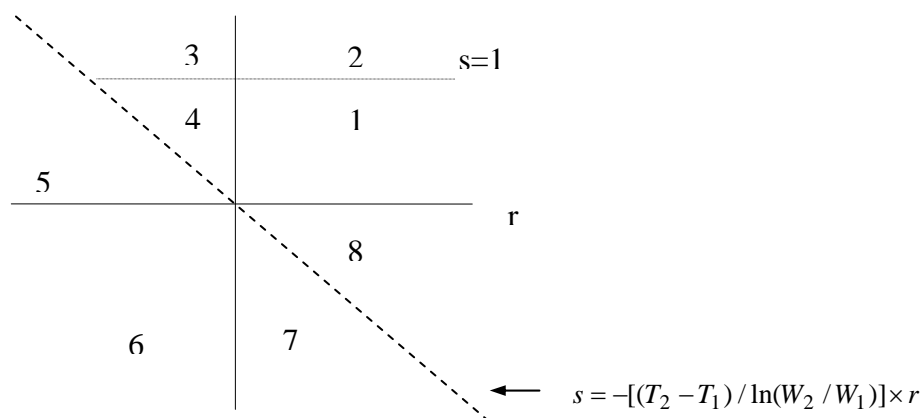


圖3在a、b座標上由4條線區分成8區，實線為a軸、b軸，平行a軸的虛線為b=1，斜率為負的對角線為

$$b = -\frac{T_2 - T_1}{\log(y_2 / y_1)} \times a$$

若把這8種生長曲線，和其a、b範圍分別予列出如圖4。

圖4針對(a, b)母數對的8種特徵生長曲線，如圖3所示之八個區域，縱座標為大小，橫座標為"年齡"。

這個模式的形狀受制於a、b值，若在 $T_2 > T_1$ ， $y_2 > y_1 > 0$ 的設定下，則此模式在下表情況下分別與著名的生長模式相通，也就是Schnute，生長模式包括了具有漸近、反曲的S型曲線，也包括了二次生長式(quadratic growth equation)、冪次生長式(power growth equation)、指數生長(exponential growth equation)和直線生長(linear growth)。

	b	模式名稱	模式數學
a>0	b>0	Generalized Von Bertalanffy	$Y(t) = Y_{\infty} (1 - e^{-g(t-t_0)})^p$
a>0	b=1	Specialized Von Bertalanffy Pter No.1	$Y(t) = Y_{\infty} (1 - e^{-g(t-t_0)})$
a>0	b=1/	Specialized Von Bertalanffy Pter No.2	$Y(t) = Y_{\infty} (1 - e^{-g(t-t_0)})^{1/3-g(t-t_0)}$
a>0	b=0	Gompertz	$Y(t) = Y_{\infty} e^{-e^{-g(t-t_0)}}$
a>0	b<0	Richards	$Y(t) = Y_{\infty} (1 + 1/p \cdot e^{-g(t-t_0)})^{-p}$
a>0	b=-1	Logistic (Richards growth with p=1)	$Y(t) = Y_{\infty} (1 + e^{-g(t-t_0)})^{-1}$
a=0	b=1	Linear	$Y(t) = g(t - t_0)$
a=0	b=1/	Quadratic	$Y(t) = (\alpha + \beta t)^2 \quad \beta > 0$
a=0	b=0	Tth power	$Y(t) = \alpha \beta^t \quad \alpha > 0, \beta > 0$
a=0	b=1	Exponetial	$Y(t) = \alpha + \beta e^{gt} \quad \beta > 0, r > 0$ $y_{\infty} > 0, \quad g > 0, \quad p > 0$

由上表可知Schnute模式確實是包羅萬象，如前所說，Von Bertalanffy和Richards皆只是其中的特殊情況而已。另外Schunte模式的母數如 y_1 ， y_2 可直接由觀察資料得到，母數相當穩定(stable)皆是其優點，在生長模式應用上，甚值推薦。

有關此模式，最近才被應用於林業上。Bredenkamp和Gregorie (1988)將Chapman-Richards生長模式應用於不同林分密度的大葉桉直徑生長上，發現在明顯競爭枯死後之林分，重新再生長並不僅達到漸近線而已，而是超出漸近線再往上生長，所以Richards模式不適合，但若用Schnute模式來配，其結果則很適合，且得知栽植密度大之林分，其林分生長曲線依圖4(1)式-有反曲點，漸近線和軸之交點。中等栽植密度之林分，其林分生長曲線依圖

4(2)式-沒有反曲點；密植林分其林分生長曲線則；沒有漸近線，沒反曲點。文中亦對Richards模式與Schnute模式的母數加以比較，求算出其關係。

(三)統計測驗

1.因利用同樣一年資料來配合不同的曲線式且其依變數時相同，所以皆以處理配合測驗。

2.一組曲線是否可由一條代表之

(1)直線式

利用共變異分析(analysis of covariance)求出各因子間的回歸分析，可供決定每組需分別使用不同迴歸函數式或只用一函數式即可代表其他各組。

共變異分析有二個前提假設：

(a)每一處理組成一族群，各處理即有一條迴歸線，且所有迴歸線互相平行。

$$y_{ij} = \alpha_i + \beta(x_{ij} + \tilde{x}_i)$$

(b)迴歸係數不等於零，即 $\beta \neq 0$

而在處理可否用一條迴歸式替代二條迴歸線，可先檢視此兩線是否平行，即斜率是否相同？若是，再看其截距間是否無差異。若皆無差異，即表可用一線代之。依Sendecor & Cochran (1981)其步驟可歸納如下：

a.以 $y_{ij} = b_{0i} + b_{1i}x_{ij} + \varepsilon_{ij}$ 表直線式， $i=1, 2$ 二條線。

b.分別求出 b_{0i} , b_{1i} 和其SSR (b_{0i} , b_{1i})、MSE (b_{0i} , b_{1i})，而模式：

$$y_{ij} = (b_{01} + b_{11}X)_{(i=1)} + (b_{02} + b_{12}X)_{(i=2)}$$

c.使 b_1 為共同值，求出 b_{0i} , b_1 和其SSR (b_0)，MSE (b_0)，模式則成：

$$y = (b_{01} + b_1X)_{(i=1)} + (b_{02} + b_1X)_{(i=2)}$$

d.使 b_0 , b_1 皆為共同值，求出 b_0 , b_1 和其SSR，MSE

e.比較其斜率(b_1)， $F = [SSR(b_0) - SSR(b_0, b_1)] / MSE(b_0, b_1)$ 。

若 $F_{0.05(df1, df2)} > F$ ，則表此兩模式無顯著差異，可視為平行二線。

$F_{0.05(df1, df2)} < F$ ，則表此兩模式具顯著差異，要分為二線處理。

f.若此二線可視為平行二線(斜率相似)，則再考慮其截距。

$$F = [SSR_{00} - SSR(b_0)] / MSE(b_0)$$

若 $F_{0.05(df1, df2)} > F$ ，則表此兩模式的截距無顯著差異，可視為同一條線。

$F_{0.05(df1, df2)} < F$ ，則表此兩模式的截距具顯著差異，要分為二線處理。

(2)曲線式

Berry *et al.* (1988)提出平行曲線分析(parallel curve analysis)來解決二條曲線，是原可用同一條Richards曲線表示之方法。此分析，如Snedecor & Cochran (1981)係基於評估一系列的曲線配合過程中，殘差平方和改變的顯著性，首先其將曲線的母數分成二

類：(1) $M = A[1 - B \exp(-kt)]^{\frac{1}{1-m}}$ 決定形狀的Parallelism (k , m 值)；(2)另一決定其大小尺度的displacement (如 A , B 值)，然後列出個處理階段：

- (i)配合資料分別求出母數(k_i, m_i, A_i, B_i)和其殘差平方和。
- (ii)以非線性母數(k, m)的共同值或平均值和不同的直線性母數(A_i, B_i)配合資料求出母數(k_i, m_i, A_i, B_i)和其殘差平方和。
- (iii)以非線性母數(k, m)和線性母數(A, B)的共同值或平均值配合資料，求出母數(k, m, A, B)和其殘差平方和。
- (iv)利用殘差平方和執行變異分析。

平行曲線分析係以處理整個過程來比較曲線斜率(slopes parallelism)或形態(patterns displacement)的差異顯著性，而並非只是某點或某部分而已。

三、方法與材料：

(一)材料：

由於生長率為連續改變，所以瞬間改變率(instantaneous rate)不易算得，即使得到其值也非常小、不易表示，所以考慮以定域期間之平均生長率(mean rate over a defined interval)，即定期平均生長率(periodic growth rate)才實用(Caueton & Venas 1981)。

在求算生長分析最重要的二個估値是：平均相對生長率(mean relative growth)⁽¹⁾、單位葉效率(unit leaf rates)⁽²⁾，此二估値與其期間生長率的實際時間無關。而需注意到此兩時點值的選擇問題，稱做配對(pairing)。吾人使用單株重複配對，來模擬兩時點株假設植物(hypothetical plants)的生長過程，但是此種配對(pairing)是人為的，並不具生物基礎，在做這配對時有三種原則：(1)完全逢機，具統計意義但無生物意義；(2)在此二時期之株數選擇，依大小順序排列抽取，此法統計上有問題，但具生物判斷；(3)混合(1)(2)使其具生物性，亦不失統計可接受性，當然以兼顧生物統計兩方原則較佳。

Sweet & Wareing (1968 a, b)採逢機區集(Randomized Block)之分級後，重複選擇之實驗設計(experimental design incorporated classified replicates)，採jth重複配對的植物(即某一植物的兩個期間點(t_1, t_2)的大小(w_1, w_2))。

若以平均生長率(R_j)為例說明：

$$\bar{R}_j = \frac{\log e W_{t_2} - \log e W_{t_1}}{t_2 - t_1}$$

期望平均生長率R

$$\hat{R} = \sum_{j=1}^n \bar{R}_j / N$$

取樣誤差V(R_j)

$$V(R_j) = \{1 / (N - 1)\} \sum_{j=1}^n (\bar{R}_j - \hat{R})^2$$

Venus & Caveton (1979)則提一新方法-avoiding pairing(或稱為non-pairing method)其平均生長率(R_j)、期望值R、取樣誤差V(R)如下：

$$\bar{R}_j = \frac{\varepsilon(\log e W_{2j}) - \varepsilon(\log e W_{1j})}{t_2 - t_1}$$

$$\text{註：}\varepsilon(\log e W_j) = \frac{\sum_{i=1}^n \log e W_{ij}}{N}$$

$$V(\bar{R}) = \frac{V(\log e W_2) + V(\log e W_1)}{(t_1 - t_2)^2}$$

$$\text{註：}V(\log e W_i) = \frac{\sum_{i=1}^n \{\log e W_{ij} - \varepsilon(\log e W_i)\}^2}{N-1}$$

並比較此法與上法，則建議：上法之 $V(R)$ 較大，即nonpairing method之 R 近於 $\zeta(R)$ ，所以顯示non-method優於pairing method。

所以，本文所用的資料係於non-method之先依初調查時(10年生)之林木直徑資料，分成四直徑級：11-15cm、16-20cm、21-25cm、26-30cm，再回該直徑級內之各調查年間林木平均直徑，求之。該資料係為台大實驗林安銀柳杉永久樣區：1927-1984 (由11年生-68年生)共28年的林分每株胸徑連續調查資料(1927-1956幾乎每年調查一次，1956年後於1961、1968、1976、1984才有調查資料)，其每年平均資料如下表。

表二 師奈模式配合台大實驗林安銀柳杉人工林之永久樣區林分
平均胸高直徑的觀測值與預測值比較表

年 齡	觀 測 值	預 測 值						誤 差 率					
		I-10	I-20	I-25	I-30	I-40	I-47	I-10	I-20	I-25	I-30	I-40	I-47
2	0.20	0.250452	0.725924	1.761444	1.924655	2.121326	2.180695	-0.25226	-2.62962	-7.80722	-8.62327	-9.60663	-9.90347
3	0.10	0.947555	2.203595	3.675574	3.919420	4.210319	4.296554	0.13858	-1.00326	-2.34143	-2.56310	-2.82756	-2.90595
4	2.10	2.256011	4.065157	5.585452	5.870473	6.211027	6.211027	-0.07429	-0.93578	-1.65973	-1.79546	-1.95763	-2.00615
5	4.10	4.169573	6.122396	7.455421	7.754840	8.115802	8.227168	-0.01696	-0.49326	-0.81839	-0.89142	-0.97946	-1.00662
6	6.90	6.579763	8.257274	9.269956	9.563933	9.924131	10.04114	0.04641	-0.19670	-0.34347	-0.38607	-0.42827	-0.45523
7	9.10	9.331887	10.39236	11.02143	11.29465	11.63805	11.75828	-0.02548	-0.14201	-0.21114	-0.24117	-0.27890	-0.29211
8	12.20	12.26665	12.47657	12.70617	12.94657	13.26073	13.38261	-0.00546	-0.02267	-0.04148	-0.06119	-0.08694	-0.09693
9	15.40	15.24421	14.47678	14.32272	14.52068	14.79582	14.91838	0.01012	0.05995	0.06995	0.05709	0.03923	0.03127
10	18.10	18.15442	16.37241	15.87100	16.01881	16.24723	16.36989	-0.00300	0.09544	0.12314	0.11498	0.10236	0.09558
11	19.40	20.91835	18.15179	17.35179	17.44329	17.61891	17.74137	-0.07826	0.06434	0.10557	0.10086	0.09180	0.08549
12	20.80	23.48519	19.80951	18.76642	18.79670	18.91477	19.03693	-0.12909	0.04762	0.09776	0.09631	0.09063	0.08476
13	22.20	25.82700	21.34463	20.11661	20.08183	20.13866	20.26056	-0.16337	0.03853	0.09384	0.09541	0.09285	0.08736
14	23.50	27.93333	22.75923	21.40432	21.30148	21.29429	21.41607	-0.18865	0.03152	0.08917	0.09355	0.09385	0.08867
15	24.80	29.80618	24.05750	22.63165	22.45851	22.38527	22.50710	-0.20186	0.02994	0.08743	0.09441	0.09736	0.09245
16	26.40	31.45592	25.24499	23.80079	23.55574	23.41502	23.53716	-0.19151	0.04375	0.09845	0.10773	0.11306	0.10844
17	27.50	32.89804	26.32805	24.91399	24.59592	24.38685	24.50955	-0.19629	0.04262	0.09403	0.10560	0.11320	0.10874
18	28.10	34.15074	27.31348	25.97348	25.58177	25.30389	25.42743	-0.21532	0.02799	0.07567	0.08961	0.09950	0.09540
19	28.60	35.23325	28.20822	26.98150	26.51589	26.16915	26.29379	-0.23193	0.01370	0.05659	0.07287	0.08499	0.08063
20	29.30	36.16468	29.01917	27.94024	27.40082	26.98546	27.11147	-0.23428	0.00958	0.04640	0.06482	0.07899	0.07469
21	29.80	36.96324	29.75304	28.85187	28.23900	27.75553	27.88317	-0.24037	0.00157	0.03181	0.05238	0.06860	0.06432
22	30.20	37.64585	30.41629	29.71848	29.03276	28.48192	28.61143	-0.24655	-0.00716	0.01594	0.03865	0.05689	0.05260
23	30.70	38.22790	31.01500	30.54211	29.78434	29.16706	29.29867	-0.24520	-0.01026	0.00514	0.02892	0.04993	0.04564
24	31.20	38.72317	31.55491	31.32473	30.49590	29.81325	29.84718	-0.24112	-0.01137	-0.00399	0.02256	0.04444	0.04015
25	31.50	39.14388	32.04136	32.06826	31.16948	30.42268	30.55911	-0.24266	-0.01718	-0.01804	0.01049	0.03420	0.02986
26	31.90	39.50072	32.47931	32.77452	31.80705	30.99741	31.13651	-0.23826	-0.01816	-0.02741	0.00291	0.02829	0.02393
27	32.20	39.80303	32.87331	33.44529	32.41046	31.53938	31.68131	-0.23611	-0.02091	-0.03867	-0.00653	0.02051	0.01610
28	32.70	40.05887	33.22756	34.08226	32.98150	32.05045	32.19535	-0.22504	-0.01613	-0.04227	-0.00860	0.01986	0.01543
29	33.10	40.27521	33.54591	34.68706	33.52186	32.53236	32.68033	-0.21677	-0.01347	-0.04794	-0.01274	0.01714	0.01267
30	33.60	40.45801	33.83185	35.26125	34.03316	32.98675	33.13791	-0.20410	-0.00690	-0.04944	-0.01289	0.01825	0.01375
31	33.90	40.61238	34.08858	35.80633	34.51691	33.41519	33.56961	-0.19800	-0.00556	-0.05623	-0.01819	0.01430	0.00974
32	34.10	40.74268	34.31899	36.32370	34.97457	33.81914	33.97689	-0.19480	-0.00642	-0.06521	-0.02564	0.00823	0.00361
33	34.20	40.85260	34.52572	36.81475	35.40753	34.20000	34.36113	-0.19452	-0.00952	-0.07645	-0.03530	-0.00000	-0.00471

34	34.40	40.94531	34.71115	37.28078	35.81710	34.55907	34.72362	-0.19027	-0.00904	-0.08374	-0.04119	-0.00462	-0.00940
35	34.60	41.02348	34.87742	37.72301	36.20452	34.89760	35.06560	-0.18564	-0.00801	-0.09026	-0.04637	-0.00860	-0.01345
36	34.80	41.08936	35.02648	38.14265	36.57098	35.21674	35.38821	-0.18072	-0.00650	-0.19605	-0.05089	-0.01197	-0.01690
37	35.00	41.14489	35.16009	38.54081	36.91758	35.51762	35.69255	-0.17556	-0.0046	-0.10116	-0.05478	-0.01478	-0.01978
38	35.20	41.19167	35.27982	38.91857	37.24540	35.80126	35.97965	-0.17021	-0.00226	-0.10564	-0.05810	-0.01708	-0.02214
39	35.40	41.23108	35.38710	39.27696	37.55545	36.06865	36.25048	-0.1672	0.00036	-0.10951	-0.06088	-0.01888	-0.02402

(二)方法：

1.直徑分布

(1)由1927年初次調查資料，區分直徑後為11-15cm、16-20cm、21-25cm、26-30cm，依其樹號，求算往後各年度的各直徑級平均胸高直徑。

(2)由委託陳念軍(1988)編纂之"Weibull直徑分布系統"代號515，求算描述各年直徑分布的Weibull函數之母數(b，c)百分數 X_p 和K-S適合度測驗。

2.全林分模式

(3)利用所求算之Weibull函數之母數，配合林分的屬性(林齡、優勢木樹高、林分株數等)求出全林分平均收穫模式。

3. Richards模式

$$M = A[1 - B \exp(-kt)]^{\frac{1}{1-m}}$$

利用BMDP 3R並以由描圖法(-Richards法)找出其四個母數A(漸近線)，B(尺度母數 Scale-dependent parameter)，k(W：改變率；m：形狀母數)的初值，可求出最少之母數

4. Schnute模式

$$D = [y_1^b + (y_2^b - y_1^b) \times \frac{1 - e^{-a(t - T_1)}}{1 - e^{-a(T_2 - T_1)}}]^{\frac{1}{b}}$$

將Richards求出之母數之m值以 $1/(1-m) = 1/b$ ，求出 $b = 1-m$ ， $k = a$ 並配合 y_1 ， y_2 ，分別為 T_1 ， T_2 的直徑為初值，亦利用BMDP 3R來配合，可得Schnute模式之母數(a，b， y_1 ， y_2)。

5.不同直徑級，或不同百分數之平均直徑生長曲線(Richards或Schnute模式)，是否可用一條曲線代之系用平行曲線分析(parallel curve analysis)。

統計原則(Statistical criteria)

某一母數不同估值的量化比較(quantitative comparison)，有許多取樣統計值可用。

(1)取樣誤差(sample bias)定義為： $\hat{B}(\hat{\alpha}) = \sum_{i=1}^n \hat{\alpha}_i / n - \alpha$

式中 α = 母數真值(要估計的母數)

$\hat{\alpha}$ = 母數估值

$\hat{\alpha}_i$ = 模擬的估值 ($i=1, 2, \dots, n$)

取樣誤差是用來評估(推測)：基於平均值的估值與真值i間之距離。若 $\hat{B}(\hat{\alpha})$ 為負則低估(under estimation)。

$B(\alpha)$ 為正則高估(over estimation)

(2)取樣變異(Sample variance)

$$V\hat{a}r(\alpha) = \left[\sum_{i=1}^n \left(\hat{\alpha}_i - \sum_{i=1}^n \hat{\alpha}_i / n \right)^2 \right] / (n-1)$$

取樣變異是用來計算估值與其平均值間的距離與precision間意義。

(3)平均平方差(mean square error, MSE)

為同時表現取樣誤差和取樣變異的即是，其定義為下：

$$M.\hat{S}.E.(\hat{\alpha}) = \sum_{i=1}^n (\hat{\alpha}_i - \alpha)^2 / (n-1) = V\hat{a}r(\alpha) - [\hat{B}(\hat{\alpha})]^2$$

均方(MSE)為量測估值的accuracy。為母數的估值與真值間的差異。

(b)另一種母數預測模式，係透過衍生母數百分數而計算，以Weibull函數來說明，其如前章所說，百分數(α_p)係由函數(CDF)導出，其如機率密度函數的母數(a, b, c)一樣可表現分布的位置、大小、形狀。重要個百分數，亦可表現出其分布狀況，如Abernethy (1981)利用 X_{24} , X_{63} , X_{93} 來決定分布的特性，並由之與林分性態值的關係，用來推估未來直徑分布的情形。本文即可百分數與林分性態值的迴歸關係，經分析結如下：

	r^2	SSRE	DF
$P_{24} = -66.7751Nt + 0.07499Age + 0.16472Hd$	0.9949	0.1183	23
$P_{63} = -0.00394Nt + 0.13098Age + 0.2337Hd$	0.9971	0.1246	23
$P_{93} = 0.32215Nt + 0.17546Age$	0.9971	0.9971	24

註： Nt：每公頃株數

Age：林齡

Hd：優勢木樹高

四、母數回復模式

利用林分生長模式，林分性態值推算未來某林分狀況之單位林積、斷面積、胸徑，再由其回復機率密度函數之母數(楊、馮 1989)。然而，此處的林分生長模式可由不考慮生物意義，邏輯意義的實驗式得之，但若要對其生長之性、生物性質有所的話，則生長模式來代替較為適當。吾人將其分別求之：

(1)實驗式

全林分收穫程式	r
$V/ha = 8.80269A + 6.95145Hd + 0.0275Nt$	0.9770
$BA/ha = 0.44644A + 0.86811Hd + 0.01906Nt$	0.9942
$D = 0.010212A - 1.00250Hd - 0.00495Nt$	0.9965

配合以下反覆運算數式，可得出a、b、c值。

(2)由百分數之全林分收穫程式，配合Eanakis (1979)提出，經Abernethy Clvthetal (1983)修改後之數式，亦可得出Weibull a, b, c法。

表三 第三類型一般化生長模式在不同條件下所形成的不同生長模式

編號	r	s	名稱	生長模式 ($W_{\infty}>0, r>0, s>0$)
1	$r>0$	$s>0$	Generalized Von Bertalanffy	$W_{(t)} = W_{\infty} (1 - e^{-r(t-t_0)})^s$
2	$r>0$	$s=1$	Specialized Von Bertalanffy Putter No.1	$W_{(t)} = W_{\infty} (1 - e^{-r(t-t_0)})$
3	$r>0$	$s=1/3$	Specialized Von Bertalanffy Putter No.2	$W_{(t)} = W_{\infty} (1 - e^{-r(t-t_0)})^{1/3}$
4	$r>0$	$s=0$	Gompertz	$W_{(t)} = W_{\infty} e^{-e^{-r(t-t_0)}}$
5	$r>0$	$s<0$	Richards	$W_{(t)} = W_{\infty} (1 + (1/s)e^{-r(t-t_0)})^{-s}$
6	$r>0$	$s=-1$	Logistic (Richards growth with $s=1$)	$W_{(t)} = W_{\infty} (1 + e^{-r(t-t_0)})^{-1}$
7	$r=0$	$s=1$	Linear	$W_{(t)} = r(t - t_0)$
8	$r=0$	$s=1/2$	Quadratic	$W_{(t)} = (\alpha + \beta t)^2, \beta > 0$
9	$r=0$	$s=0$	Tth power	$W_{(t)} = \alpha \beta^t, \alpha > 0, \beta > 0$
10	$r<0$	$s=1$	Exponential	$W_{(t)} = \alpha + \beta^{rt}, \beta > 0, r > 0$

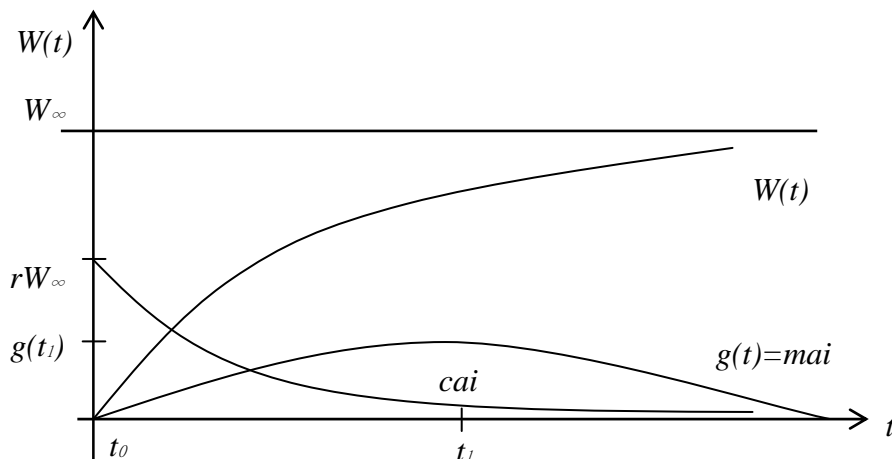
註： W_{∞} ：漸近線值； t_0 ：達胸高直徑的時間， α 、 β 、 r 、 s ：為母數

$$W(t) = W_{\infty}(1 - e^{-r(t-t_0)}) \quad r > 0, s = 1$$

$$\therefore \lim_{t \rightarrow \infty} W(t) = W_{\infty} \quad \therefore y = W_{\infty} \text{ is asymptote time}$$

$$\begin{aligned} f(t) = \frac{dw}{dt} &= W_{\infty}(-e^{-r(t-t_0)}(-r)) \\ &= rW_{\infty}e^{-r(t-t_0)} > 0 \quad \therefore W(t) \nearrow \end{aligned}$$

$$\frac{d^2w}{dt^2} = -r^2W_{\infty}e^{-r(t-t_0)} < 0 \quad \therefore W(t) \text{ is concave downward}$$



$$f(t_0) = rW_{\infty}, \text{ consider } 0 < r < 1$$

$$f'(t) = -r^2W_{\infty}e^{-r(t-t_0)} < 0 \quad \therefore f(t) \searrow$$

$$\text{and } \lim_{t \rightarrow \infty} f(t) = 0 \quad \therefore y = 0 \text{ is horizontal asymptotic}$$

$$f''(t) = -r^3W_{\infty}e^{-r(t-t_0)} > 0 \quad \therefore \text{is concave upward}$$

$$\text{mai} = g(t) = \frac{W(t)}{t} = W_{\infty} \frac{1}{t} (1 - e^{-r(t-t_0)})$$

$$g'(t) = W_{\infty} \frac{t[re^{-r(t-t_0)}] - (1 - e^{-r(t-t_0)})}{t^2} = W_{\infty} \frac{e^{-r(t-t_0)}(rt + 1) - 1}{t^2} = 0$$

$$\Rightarrow \exists ! t_1 \in (t_0, \infty) \ni g'(t_1) = 0 \text{ where } t_0 \geq 0$$

$$[\because \text{let } h(t) = e^{-r(t-t_0)}(rt + 1) - 1$$

$$\Rightarrow h(t) = rt_0 > 0, h(\infty) = -1 < 0 \quad \therefore \text{by Bolzano theorem } \exists t_1 \in (t_0, \infty) \ni h(t_1) = 0$$

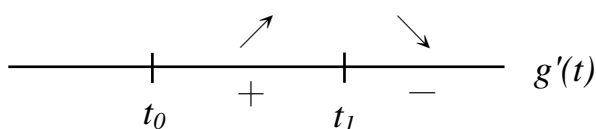
$$\exists t_1, t_2 \in (t_0, \infty) \text{ and } t_1 < t_2 \ni h(t_1) = h(t_2) = 0$$

$$\Rightarrow \text{by Rolle's theorem}$$

$$\exists t_3 \in (t_1, t_2) \ni h'(t_3) = 0$$

$$\text{but } h'(t) = e^{-r(t-t_0)}rt > 0 \quad \forall t > 0$$

$$\therefore *,]$$



when $t = t_1$ we have

$$g(t_1) = \frac{w(t_1)}{t_1} \text{ is max value}$$

also,

$$g(t_0) = 0, \text{ and } \lim_{t \rightarrow \infty} g(t) = 0$$

$$3. \quad W(t) = W_{\infty} (1 - e^{-r(t-t_0)})^{1/3}, \quad r > 0$$

$$(1) \lim_{t \rightarrow \infty} W(t) = W_{\infty} \quad \therefore y = W_{\infty} \text{ is asym}$$

$$(2) W'(t) = W_{\infty} \frac{1}{3} (1 - e^{-r(t-t_0)})^{-2/3} (r e^{-r(t-t_0)})$$

$$< i > \lim_{t \rightarrow \infty} W'(t) = 0$$

$$\text{let } f(t) = W'(t) \Rightarrow y = 0 \text{ is asym}$$

$$< ii > W'(t) > 0 \quad \forall t > t_0$$

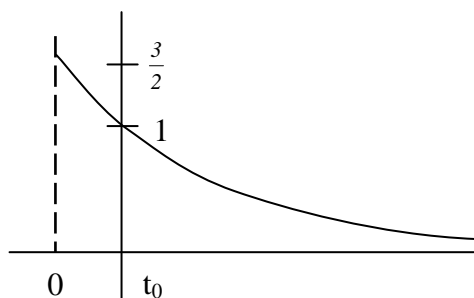
$$\therefore W(t) \nearrow \quad \text{and } f(t) > 0 \quad \forall t > t_0$$

$$< iii > \lim_{t \rightarrow t_0^+} W'(t) = \infty \quad \text{and } \lim_{t \rightarrow t_0^+} f(t) = \infty \quad \therefore t = t_0 \text{ is V. asym}$$

$$\begin{aligned} (3) f'(t) = W''(t) &= W_{\infty} \left[\frac{1}{3} \left(-\frac{2}{3} \right) (1 - e^{-r(t-t_0)})^{-5/3} (r e^{-r(t-t_0)})^2 \right. \\ &\quad \left. + \frac{1}{3} (1 - e^{-r(t-t_0)})^{-2/3} (-r^2 e^{-r(t-t_0)}) \right] \\ &= \frac{1}{3} W_{\infty} (1 - e^{-r(t-t_0)})^{-5/3} (r e^{-r(t-t_0)}) \left[-\frac{1}{3} (r e^{-r(t-t_0)}) + (1 - e^{-r(t-t_0)}) (-r) \right] \\ &= \frac{1}{3} W_{\infty} (1 - e^{-r(t-t_0)})^{-5/3} (r^2 e^{-r(t-t_0)}) \left(\frac{2}{3} e^{-r(t-t_0)} - 1 \right) \end{aligned}$$

$$\text{Let } f'(t) = 0 \Rightarrow \frac{2}{3} e^{-r(t-t_0)} - 1 = 0 \quad \text{or } e^{-r(t-t_0)} = \frac{3}{2}$$

$$y = e^{-r(t-t_0)}$$



$$e^{-r(t-t_0)} = \frac{3}{2}$$

$$-r(t-t_0) = \ln \frac{3}{2}$$

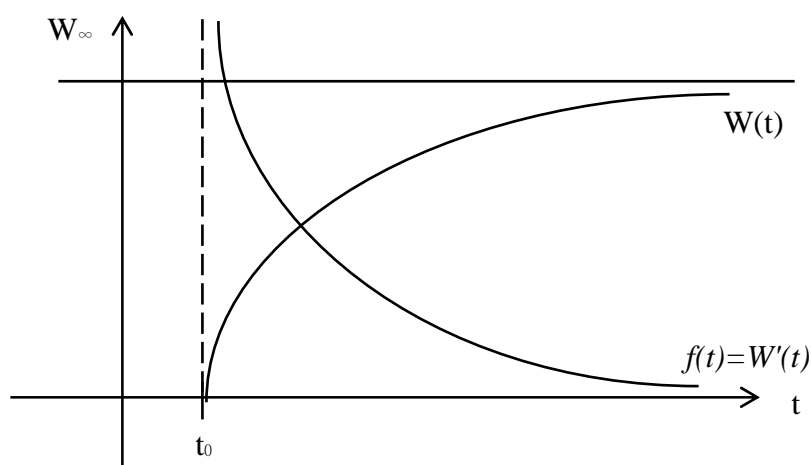
$$(t-t_0) = -\frac{1}{r} \ln \frac{3}{2}$$

$$t = t_0 - \frac{1}{r} \ln \frac{3}{2} < t_0$$

$$\therefore f'(t) < 0 \quad \forall t > t_0 \quad \therefore f(t) \searrow$$

$$\text{and } W''(t) > 0$$

$\therefore W(t)$ is concave upward



$$g(t) = \frac{W(t)}{t} = W_\infty \frac{(1 - e^{-r(t-t_0)})^{\frac{1}{3}}}{t}$$

$$g'(t) = W_\infty \frac{t^{\frac{r}{3}} e^{-r(t-t_0)} (1 - e^{-r(t-t_0)})^{\frac{2}{3}} - (1 - e^{-r(t-t_0)})^{\frac{1}{3}}}{t^2}$$

$$= W_\infty \frac{\frac{rt}{3} e^{-r(t-t_0)} - (1 - e^{-r(t-t_0)})}{t^2 (1 - e^{-r(t-t_0)})^{\frac{2}{3}}}$$

$$= W_\infty \frac{(\frac{rt}{3} + 1) e^{-r(t-t_0)} - 1}{t^2 (1 - e^{-r(t-t_0)})^{\frac{2}{3}}} = 0$$

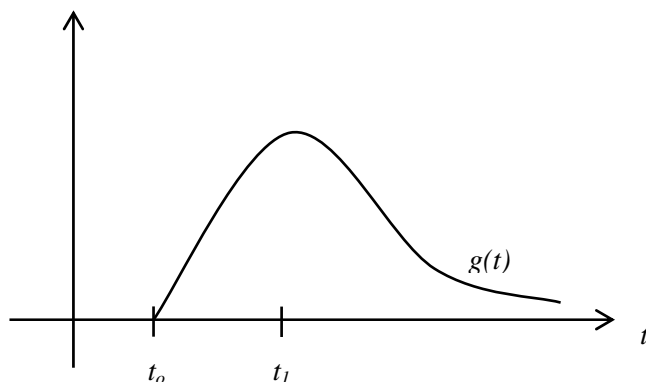
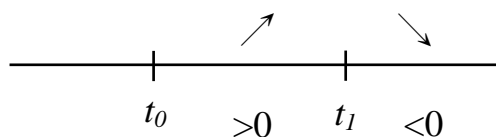
$$\Rightarrow (\frac{rt}{3} + 1) e^{-r(t-t_0)} = 1 \quad e^{-r(t-t_0)} = \frac{1}{\frac{rt}{3} + 1} = \frac{3}{rt + 3}$$

$$\text{當 } t = t_0 \Rightarrow \frac{3}{rt_0 + 3} < 1 = e^{-r(t_0 - t)}$$

$$\text{又 } t \rightarrow \infty \Rightarrow \frac{3}{rt + 3} > e^{-r(t - t_0)}$$

$$\therefore \exists t_1 > t_0 \ni e^{-r(t_1 - t_0)} = \frac{3}{rt_1 + 3}$$

$$g(t_0) = 0, \text{ and } \lim_{t \rightarrow \infty} g(t) = 0$$



$$W(t) = W_\infty e^{-e^{-r(t-t_0)}}$$

$$\begin{aligned} W'(t) &= W_\infty e^{-e^{-r(t-t_0)}} (-e^{-r(t-t_0)})(-r) \\ &= W_\infty r e^{-r(t-t_0)} e^{-e^{-r(t-t_0)}} > 0 \quad \forall t \geq t_0 \end{aligned}$$

$$\therefore W(t) \nearrow$$

$$f(t) = W'(t)$$

$$\begin{aligned} f'(t) = W''(t) &= W_\infty r [e^{-r(t-t_0)}(-r)e^{-e^{-r(t-t_0)}} + e^{-r(t-t_0)}e^{-e^{-r(t-t_0)}}(re^{-r(t-t_0)})] \\ &= W_\infty r^2 e^{-r(t-t_0)} e^{-e^{-r(t-t_0)}} [e^{-r(t-t_0)} - 1] = 0 \end{aligned}$$

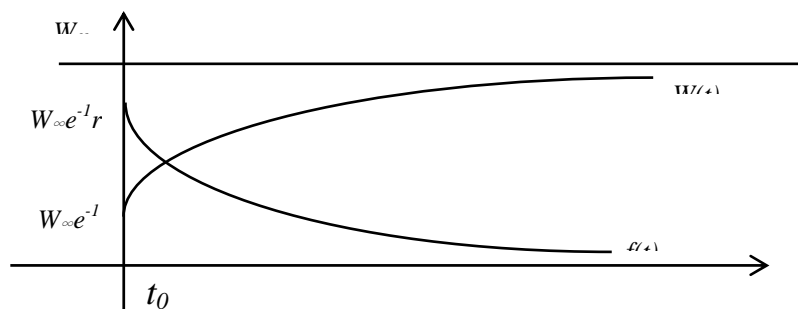
$$\Rightarrow e^{-r(t-t_0)} = 1 \Rightarrow r(t-t_0) = 0 \Rightarrow t = t_0$$

$$\therefore f'(t) \leq 0 \quad \forall t \geq 0$$

$$\therefore f(t) \searrow \text{ and } W(t) \text{ is concave downward } "\cap"$$

$$\therefore \lim_{t \rightarrow \infty} W(t) = W_\infty$$

$$\therefore y = W_\infty \text{ is an asymp}$$



$$g(t) = \frac{W(t)}{t} = W_{\infty} \frac{e^{-e^{-r(t-t_0)}}}{t}$$

$$g'(t) = W_{\infty} \frac{te^{-e^{-r(t-t_0)}}(re^{-r(t-t_0)}) - e^{-e^{-r(t-t_0)}}}{t^2}$$

$$= W_{\infty} e^{-e^{-r(t-t_0)}} \left[\frac{tre^{-r(t-t_0)} - 1}{t^2} \right]$$

$$\text{令 } tre^{-r(t-t_0)} - 1 = 0 \Rightarrow te^{-r(t-t_0)} - \frac{1}{r} = 0$$

$$\text{consider } h(t) = te^{-r(t-t_0)} - \frac{1}{r}$$

$$h'(t) = e^{-r(t-t_0)}(1-tr) = 0$$

$$\Rightarrow 1-tr = 0 \Rightarrow t = \frac{1}{r}$$

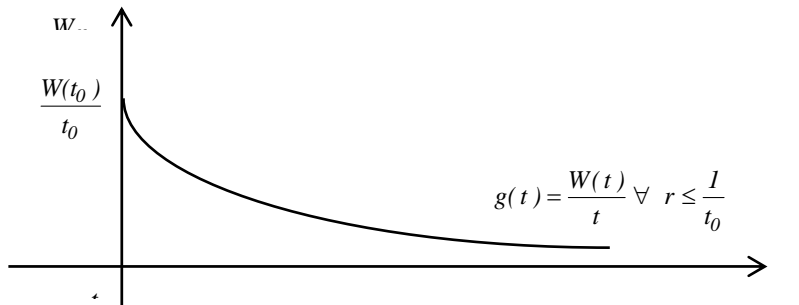
$$\max, h\left(\frac{1}{r}\right) = \frac{1}{r} e^{-(1-rt_0)} - \frac{1}{r}$$

$$\therefore (1) \text{ If } 1-rt_0 \geq 0 \Leftrightarrow r \leq \frac{1}{t_0} \Rightarrow h\left(\frac{1}{r}\right) < 0$$

$$\Rightarrow h'(t) < 0 \quad \forall \quad t \geq t_0$$

$$\text{and } g'(t) < 0 \quad \therefore g(t) \downarrow 0 \quad (\because \lim_{t \rightarrow \infty} g(t) = 0 \therefore y=0 \text{ is an asym})$$

\Rightarrow



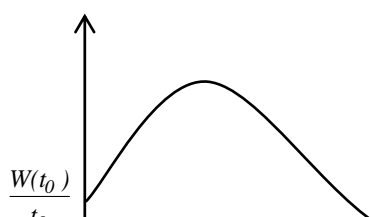
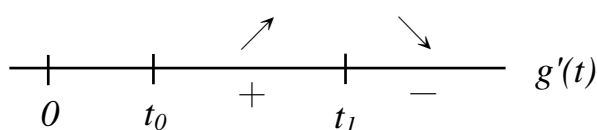
$$(2) \text{ If } 1-rt_0 < 0 \Leftrightarrow r > \frac{1}{t_0} \Rightarrow h\left(\frac{1}{r}\right) > 0$$

$$\therefore h(t_0) = t_0 - \frac{1}{r} > 0 \quad \text{and} \quad \forall \lim_{t \rightarrow \infty} h(t) = -\frac{1}{r} < 0$$

$$\therefore \exists t_1 \in (t_0, \infty) \ni h(t_1) = 0 \Rightarrow g'(t_1) = 0$$

$$\therefore g(t_1) \text{ is local max}$$

$$\therefore \lim_{t \rightarrow \infty} g(t) = 0$$



$$6. \quad W(t) = W_{\infty} (1 + e^{-r(t-t_0)})^{-1}, \quad r > 0$$

$$W'(t) = -W_{\infty} (1 + e^{-r(t-t_0)})^{-2} e^{-r(t-t_0)} (-r)$$

$$= rW_{\infty} e^{-r(t-t_0)} (1 + e^{-r(t-t_0)})^{-2} > 0 \quad \forall r > 0$$

$$\therefore W(t) \nearrow$$

$$W''(t) = rW_{\infty} \{ e^{-r(t-t_0)} (-r) (1 + e^{-r(t-t_0)})^{-2} + e^{-r(t-t_0)} (-2) (1 + e^{-r(t-t_0)})^{-3} [e^{-r(t-t_0)} (-r)] \}$$

$$= rW_{\infty} (-r) e^{-r(t-t_0)} \frac{1}{(1 + e^{-r(t-t_0)})^3} [(1 + e^{-r(t-t_0)}) - 2e^{-r(t-t_0)}]$$

$$= -r^2 W_{\infty} \frac{e^{-r(t-t_0)}}{(1 + e^{-r(t-t_0)})^3} [1 - e^{-r(t-t_0)}]$$

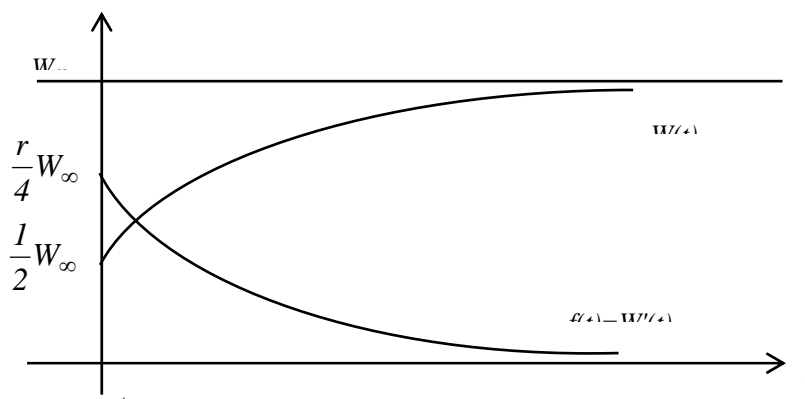
Let $W''(t) = 0$, then

$$1 - e^{-r(t-t_0)} = 0 \Rightarrow e^{-r(t-t_0)} = 1 \quad \therefore -r(t-t_0) = 0 \Rightarrow t = t_0$$

$$\therefore 1 - e^{-r(t-t_0)} \geq 0 \quad \forall t \geq t_0 \quad \therefore W''(t) < 0 \quad \forall t > t_0 \Rightarrow W(t) \cap "$$

$$\text{and let } f(t) = W'(t) \Rightarrow f'(t) < 0 \quad \therefore f(t) \searrow \quad f(t_0) = \frac{r}{4} W_{\infty}$$

$$\therefore W(t_0) = \frac{1}{2} W_{\infty} \quad \text{and} \quad W(t) \rightarrow W_{\infty} \quad \text{as } t \rightarrow \infty \quad \therefore y = W_{\infty} \text{ is asym, line.}$$



$$\text{Let } g(t) = \frac{W(t)}{t}$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow g'(t) &= \frac{tW'(t) - W(t)}{t^2} = \frac{1}{t^2} [trW_{\infty}e^{-r(t-t_0)}(1+e^{-r(t-t_0)})^{-2} - W_{\infty}(1+e^{-r(t-t_0)})^{-1}] \\ &= \frac{W_{\infty}}{t^2(1+e^{-r(t-t_0)})^2} [rte^{-r(t-t_0)} - (1+e^{-r(t-t_0)})] \\ &= \frac{W_{\infty}}{t^2(1+e^{-r(t-t_0)})^2} [(rt-1)e^{-r(t-t_0)} - 1] \end{aligned}$$

$$\text{Let } g'(t) = 0$$

$$\Rightarrow (rt-1)e^{-r(t-t_0)} = 1 \quad \text{令 } h(t) = e^{-r(t-t_0)}(rt-1) - 1 \Rightarrow h(t_0) = rt_0 - 2$$

$$(1) \text{ If } h(t_0) \geq 0 \Rightarrow rt_0 - 2 \geq 0 \therefore rt - 2 > 0 \quad \forall \quad t > t_0$$

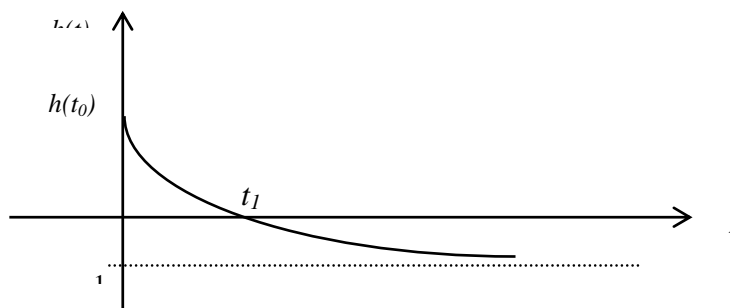
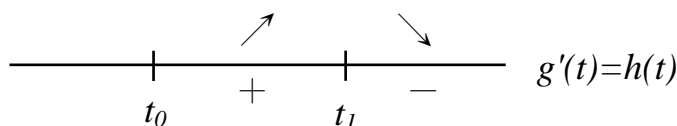
$$\therefore h'(t_0) = re^{-r(t-t_0)}[2-rt] \therefore h'(t) < 0 \quad \forall \quad t > t_0$$

$$\Rightarrow h(t) \downarrow$$

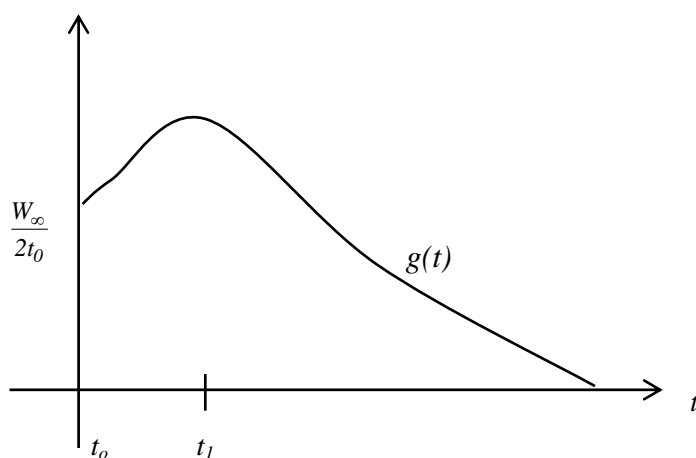
$$\therefore h'(t) \geq 0 \quad \text{and} \quad \lim_{t \rightarrow \infty} h(t) = -1 < 0$$

$$\therefore \exists ! \quad t_1 \in (t_0, \infty) \ni$$

$$h(t_1) = 0 \Rightarrow g'(t_1) = 0$$



\therefore 在 $t = t_1$ 時, $g(t_1)$ 為 local max



$$\lim_{t \rightarrow \infty} g(t) = \lim_{t \rightarrow \infty} \frac{W(t)}{t} = 0$$

$$(2) \quad h(t_0) < 0 \quad rt_0 - 2 < 0 \Rightarrow 0 < r < \frac{2}{t_0} \quad \text{or} \quad 0 < t_0 < \frac{2}{r}$$

$$\text{let } t = \frac{2}{r} + \varepsilon > t_0$$

$$\Rightarrow h'(t) = re^{-r(\frac{2}{r} + \varepsilon - t_0)} [2 - r(\frac{2}{r} + \varepsilon)]$$

$$= re^{-2 - r\varepsilon + rt_0} (-r\varepsilon) < 0 \quad \forall \varepsilon > 0$$

$$\Rightarrow h(t) \downarrow \quad \forall t > \frac{2}{r}$$

$$\text{Let } t = \frac{2}{r} - \varepsilon > t_0 \Rightarrow 0 < \varepsilon < \frac{2}{r} - t_0$$

$$\Rightarrow h'(t) = re^{-2 - r\varepsilon + rt_0} (\varepsilon r) > 0$$

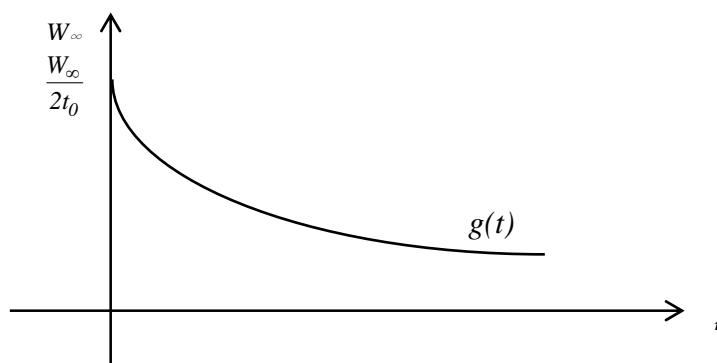
$$\therefore h(t_0) \text{ 在 } t = \frac{2}{r} \text{ 時, 為極大值}$$

$$\therefore h\left(\frac{2}{r}\right) = e^{-r(\frac{2}{r} - t_0)} \left(r\frac{2}{r} - 1\right) - 1 = e^{-2 + rt_0} - 1 < 0 \because rt_0 - 2 < 0$$

$$\therefore h(t) < 0 \quad \forall t \geq t_0$$

$$\therefore g'(t) = h(t) < 0 \quad \forall t \geq t_0 \Rightarrow g(t) \searrow$$

$$\therefore g(t_0) = \frac{W_\infty}{2t_0} \quad \text{and} \quad \lim_{t \rightarrow \infty} g(t) = 0$$



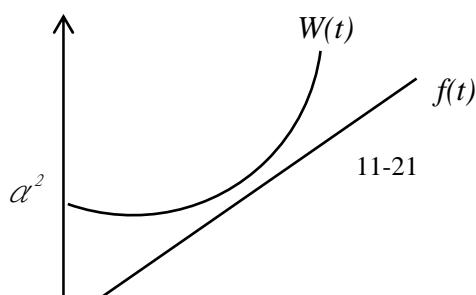
$$W(t) = (\alpha + \beta t)^2 \quad \text{拋物線} \quad \beta > 0$$

$$W'(t) = 2(\alpha + \beta t)\beta$$

$$W''(t) = 2\beta^2 > 0$$

$$W(0) = \alpha^2$$

$$f(t) = W'(t) = 2\beta(\alpha + \beta t) \text{ 直線}$$



$$g(t) = \frac{W(t)}{t} = \frac{1}{t}(\alpha + \beta t)^2$$

$$g'(t) = \frac{t2(\alpha + \beta t)\beta - (\alpha + \beta t)^2}{t^2} = \frac{(\alpha + \beta t)}{t^2} [2\beta t - (\alpha + \beta t)]$$

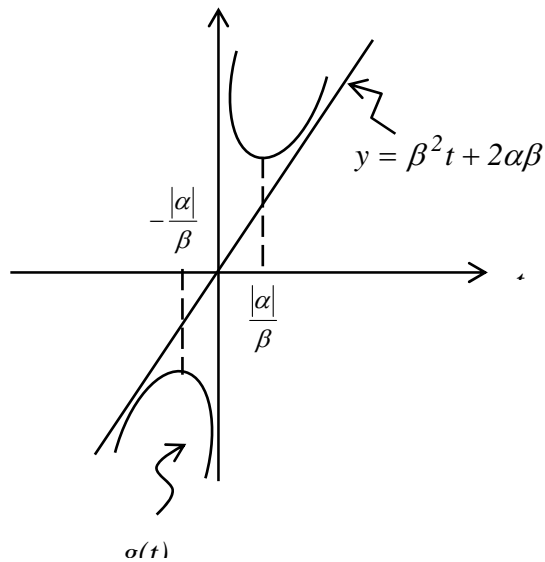
$$= \frac{(\alpha + \beta t)}{t^2} (\beta t - \alpha) = 0 \Rightarrow t = \pm \frac{\alpha}{\beta}$$

$$\therefore g(t) = \frac{1}{t}(\beta^2 t^2 + 2\alpha\beta t + \alpha^2)$$

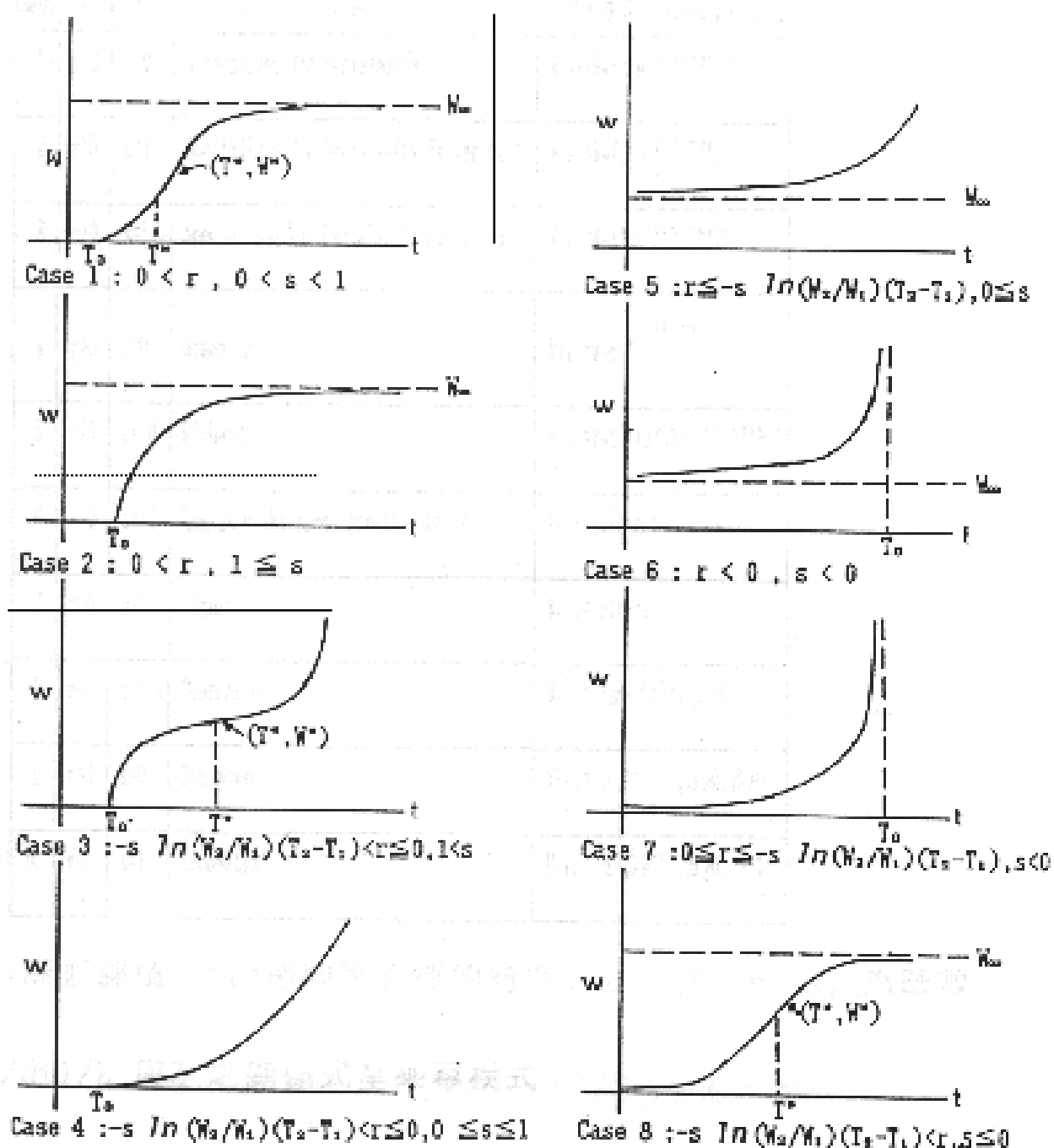
$$= \beta^2 t + 2\alpha\beta + \frac{\alpha^2}{t}$$

$\therefore y = \beta^2 t + 2\alpha\beta$ 為 asymptotic line

$t = 0$ 為垂直漸近線

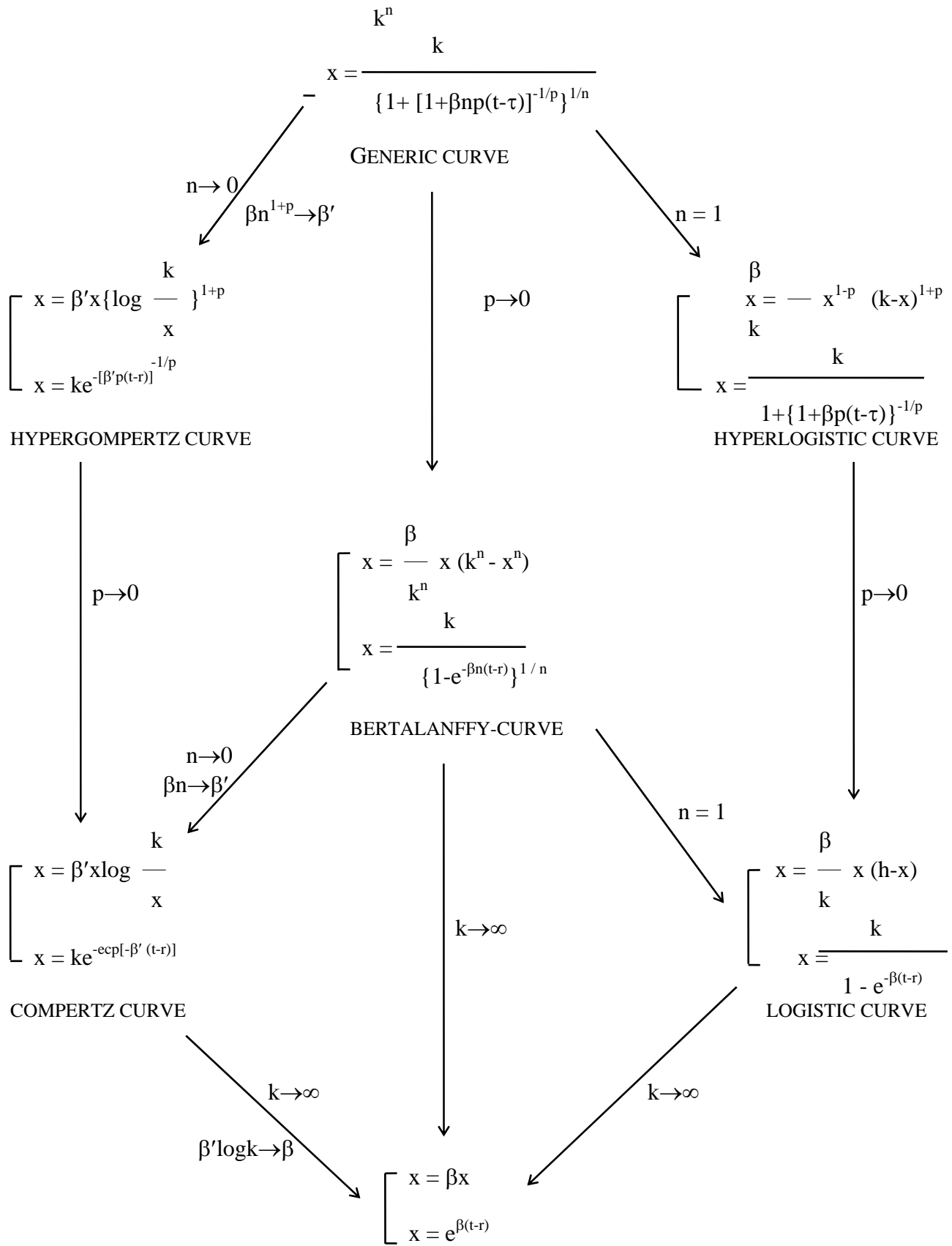


$$Y = [(Y^b + (y^b) \frac{1 - e^{-a(t-T_1)}}{1 - e^{-a(T_1-T_2)}})]^{\frac{1}{b}}$$



圖三 史納德生長曲線的分類（參照圖 3 的八種特徵區域），縱座標代表大小，橫座標代表年齡， Y^∞ 表無限大， Y^* 表示在反曲點 T^* 時的大小， T_0 為與橫軸相交時的年齡。

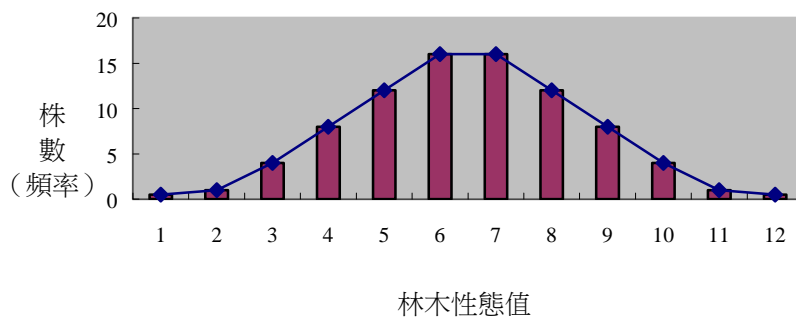
$$x = \frac{\beta}{x^{1-np}} (k^n - x^n)^{1+p}$$



第十二章 模式描述對象—同齡林/異齡林

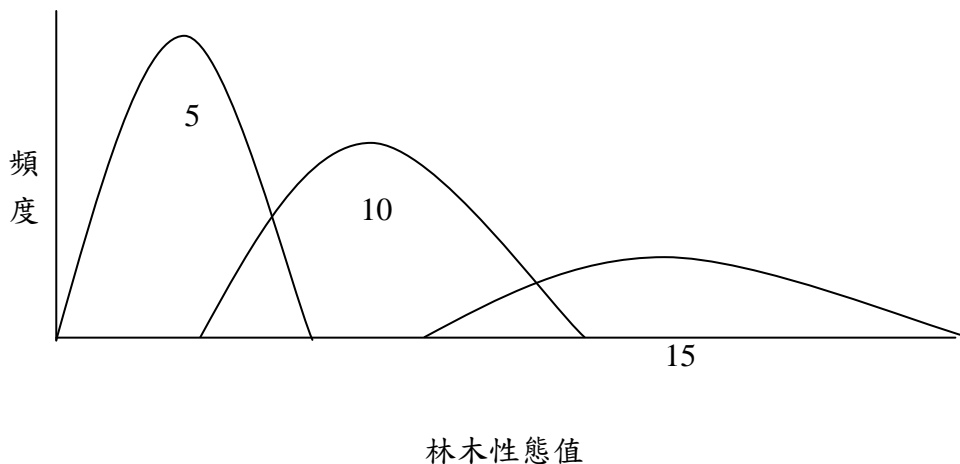
12.1 同齡林性質的闡述

在一個同齡林中，有的生長較快有的生長較慢，這完全是由於機率的關係。理論上同齡林為同時栽植或在一年中天然下種萌芽而成長之林分，因生長機率的的不同，造成某些樹生長快而有些則相反。所以Hawley氏以樹齡相差未逾其輪伐期1/5者仍視同齡林。或則林齡差異之範圍一般不超過20年。或以直徑級來說，代表其平均木者株數最多而超過或不及此直徑級者少者謂之。



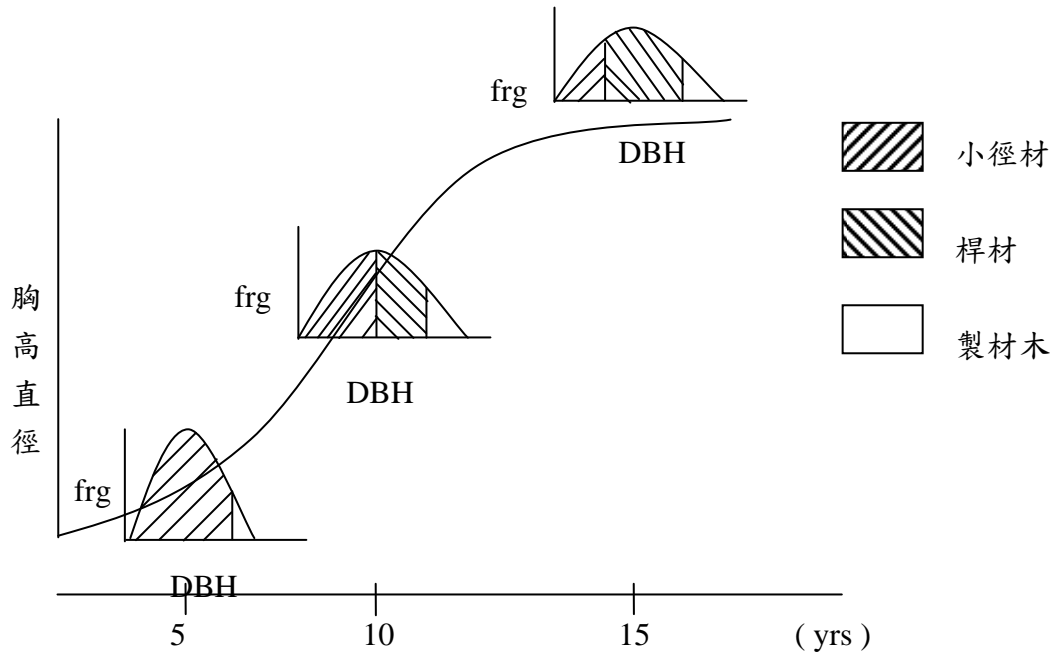
圖一 同齡林之林性態值分布(林分結構分布圖)

圖一所要說明的在於同齡林因為各樹生長速率不同，而造成有些生長快，而有些則相反，因而造成此種情況。雖然實際值和理論值有稍微的差異，但是已經非常接近常態分布了。儘管有些圖形的歪度是左偏或右偏的。而能夠造成影響的因子如樹齡，立地等其他因子，雖然造成圖形的高窄或寬大，但是圖形始終能合乎常態分布。



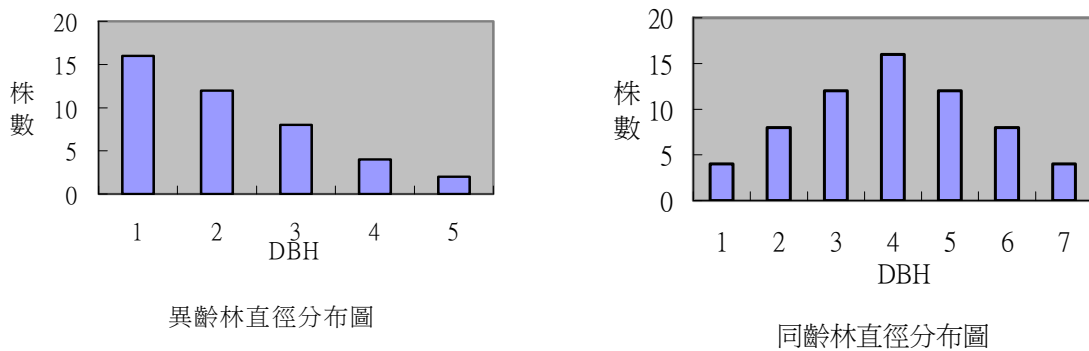
圖二 林分結構分布之變化

圖二所要說明的在於各曲線隨林分年齡的增加而由高突變成平滑。而之所以造成這樣的結果，完全由於自然淘汰下，樹齡老的樹木因隨樹齡的增加而造成枯死木數量的增多，相對的新的下一代由於鬱閉的作用而造成幼小苗木的增加，因而曲線由高突漸趨平滑。



圖三 林分林種結構分布發展圖

圖三所要說明的在於圖表的曲線能讓我們了解有多少株的樹木能夠成為商業用材，有多少株能成為桿材，有多少株能夠成為小徑材。假如沒有此曲線圖的話，則沒有辦法得知該林分的木材的胸高直徑有多少，而無法掌握該林分木材的可利用性有多少。而且無法得知該林分不同種類樹木的生長速率。



圖四 同、異齡林直徑分布圖

圖四所要說明的是在於一個同齡林的DBH和數量所繪成的圖形（直徑分布圖）會成為一個常態分布的圖形。理論上是這樣，但實際上假使本身的資料太少或不夠完整的話，所繪成的圖形不會成為一個常態分布的圖形，必須要有足夠，完整的資料才能繪得一個近似常態分布的圖形。異齡林的直徑分布圖則為倒丁字型。

12.2 結論

能夠由上述所得的結果——一個常態分布的圖形。我們可經由一個小樣區的計算，而得到一個機率的係數，由這個機率的係數推算整個大面積的林分。這些完全都依靠機率法則的應用。

求蓄積量最有效的方法—直徑分佈法

馮豐隆

蓄積量是林木經營中，最迫切需要和掌握的基本資訊之一。「這個林分有多少材積？」、「這片森林長得這麼好，材積大約…」，凡此種種概略式的問答，於森林經營中，是常常可以聽到的，而此處的材積即指蓄積量而言。然而，蓄積量的求測方法有很多，有目測、儀器量測，更有利用取樣配合儀器的量測，但是所測得的資料，如何加以計算，使其更有效的表達出蓄積量的情形；「何種規格、種類的蓄積有多少？」，是林業經營者所欲確切掌握的目標，然要獲得此資訊，則直徑分佈法是最有效的一種方法。

一、直徑分佈法

直徑分佈法(Diameter Distribution Approach)，係指利用有效描述胸高直徑分佈的機率密度函數的母數，配合樹高曲線式、材積式，以求算出各直徑階材積的分佈情形，進而累計成每單位或總材積之方法。

過去林業從業人員即認為林木直徑的分佈，在未來收穫時是相當重要的。因為在決定林木的價值、收穫的成本、產品的組合和森林經營計畫的擬定，都以收穫預定直徑分佈為其重要決定因子。

而直徑分佈法可以很有效的推測蓄積、收穫量。此因：

- (1)由預測任何林齡、地位和密度的林分、每公頃之紙漿材或製材木的蓄積、收穫量。
- (2)可估測目前或未來造林林分所能提供的總木材量。
- (3)可決定林木多目標產品的最佳組合。
- (4)可計算不同林齡、地位、密度收穫時所需要的成本。

二、機率密度函數

但直徑分佈法有一個很重要的前提假設，即「在任何時點裡，林分的直徑分佈皆能很適當的用某一機率密度函數(Probability density function, pdf)來加以描述」。所以建立直徑分佈模式，最重要的工作即在尋找那個機率密度函數。

Decocourt (1898)，曾發展林木直徑分佈的數學與統計模式，他以指數函數(exponential function)來描述直徑分佈；後來，Nelson 以伽瑪函數(gamma)；Bliss, Reinker 以指數常態分佈函數(lognormal)；Clutter, Bennett 以貝他(Beta)函數來描敘直徑分佈的情形，並繼續發展 Clutter, Bennett 所建立的直徑分佈法，而成為一較完整的生長收穫體系。

最近 Weibull 機率密度函數(Probability density function, Pdf)之所以廣於使用於直徑分佈法中，即因為在該函數中的母數 a, b, c 三值皆分別具有幾何上的意義，如 a 值即決定曲線起始的位置，所以稱為位置母數(Location parameter)；b 值則決定曲線大小尺度，所以稱為尺度母數(Scale parameter)；另外，曲線的形狀則受 c 值的影響，所以稱它做形狀母數(Shape parameter)，這三母數的值對曲線變化的影響，可由圖 1、圖 2、

圖 3 中明顯地看出其意義。

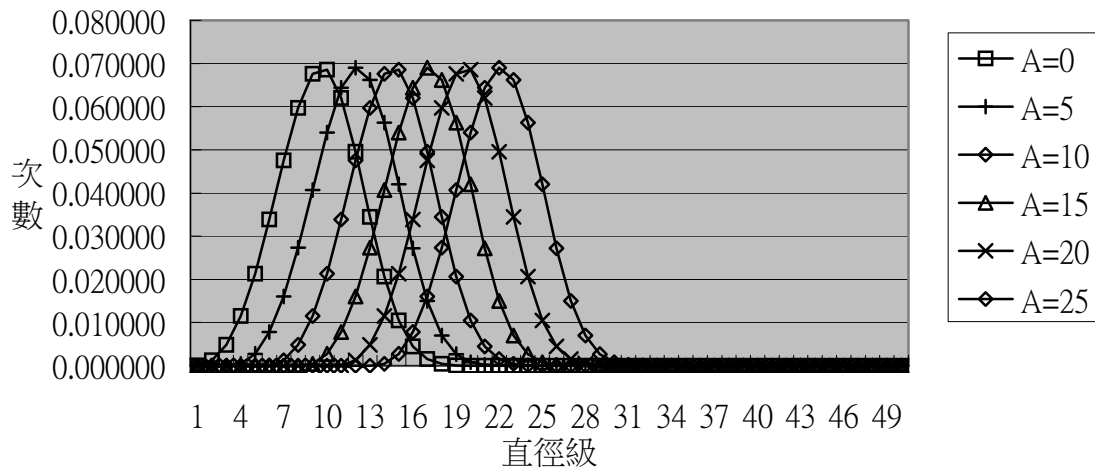


圖 1 不同 a 值對 Weibull 曲線分佈的影響

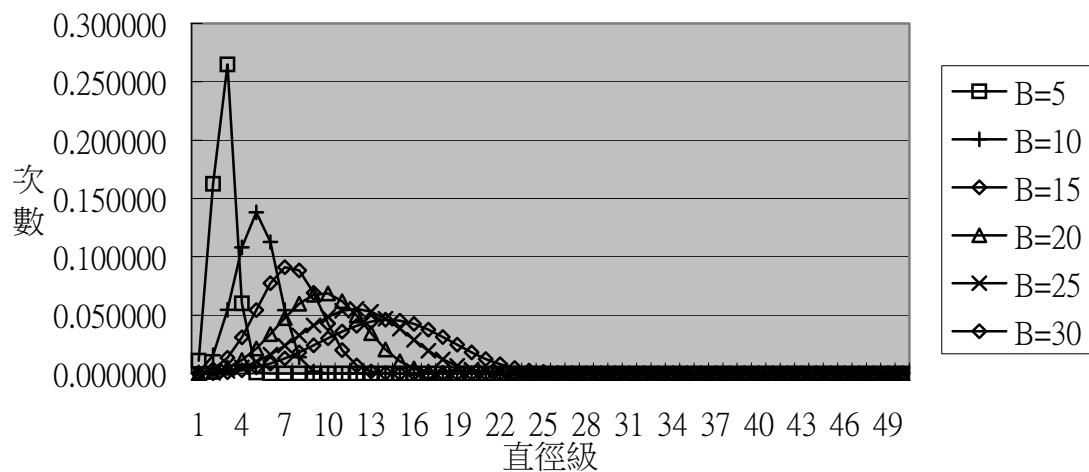


圖 2 不同 b 值對 Weibull 曲線分佈的影響

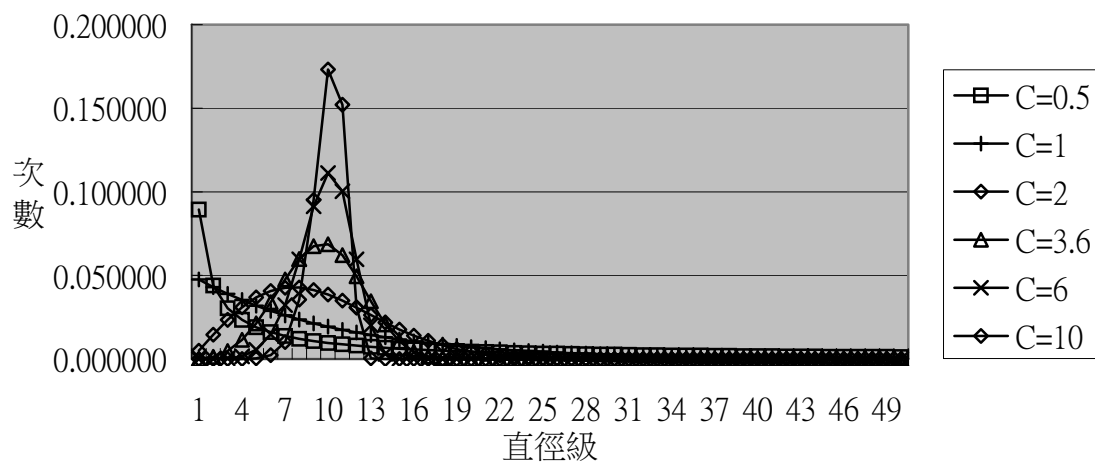


圖 3 不同 c 值對 Weibull 曲線分佈的影響

若固定 $b=20$ 、 $c=3.6$ ，只變動 a 值，使其分別為 0、5、10、15、20、25，則由圖 1

可知，a 值為起始點的位置，所以將 a 稱做位置母數。若固定 a=0、c=3.6，設 b 值為 5、10、15、20、25、30，則由圖 2 可知，b 值由小變大時，曲線基部範圍由小變大、由高變低。圖 3 為固定 a=0、b=20，並設 c 值為 0.5、1.2、3.6、6、10，則可知 c 值不同，圖形也隨之變化，c<1 為反丁型分佈，1<c<3.6 時為偏歪分佈，c=1 時為指數分佈，c=3.6 為常態分佈，c>3.6 時為負偏歪分佈（如圖 6 所示）。

另外，累積分佈函數(Cumulative distribution function, CDF)易於求得，是其廣於被使用於直徑分佈法的原因，因為 CDF 是決定某一區段直徑階之機率的根源。廣為使用的最重要原因是 Weibull pdf 在描述同齡林分或異齡林分的直徑分佈相當理想，由圖 4、圖 5 內實測值和由 Weibull pdf 得到的推測值間的關係，更可說明其描述直徑分佈的能力。

三、適合度測驗(goodness of fit test)

(一)直徑分布適合度測驗

Bliss 和 Reinker (1964)曾用 χ^2 (Chi-square)測驗，去測試直徑分佈的適合性，但 Bailey 和 Dell (1973)則建議用 K-S(Kolmogorov-Smirnov test)去測驗可獲直徑分佈之適合性。

乃因 χ^2 測驗需有常態分佈作為前提，而 K-S 測驗則不需要，此外連續變數資料 (Continuous variable) 用 K-S 測驗所獲得之結果較為合適(Sokal & Rohlf, 1981)，故 Bailey (1974)和 Chen & Rose (1975)等用去測試均獲滿意結果。本實驗則分別以 χ^2 測驗和 K-S 測驗進行測試。

(二)適合度測驗

以 Kolmogorov-Smirnov 統計值測驗分布之適合度，其法為

H_0 : The distribution is F(X)

H_1 : Reject H_0 IF $D_n > D_n(\alpha)$ from table

$$D_n = \sup_{all\ x} |F_n(x) - F(x)|$$

式中 $F(x)$ = Obsert cumulative frequencies

$F_n(x)$ = Expected cumulative frequencies on the basis of a Weibull distribution (or Normal distribution)

(三) K-S (Kolmogorov-Smirnov test)

rull H_0 : 直徑分布為常態分布 $N(\mu, \sigma)$ ，測驗直徑分布是否是常態分布

(1) Y (oz)	(2) $\Sigma 0$ F	(3) $\Sigma \in$ F	(4) $d = F - \hat{F} $
59.5	2	2.8	0.8
67.5	8	22.7	14.7
75.5	47	118.3	71.3
83.5	432	468.5	36.5
91.5	1320	1368.6	48.6

99.5	3049	3021.2	27.8
107.5	5289	5184.9	104.1←largest difference
115.5	7296	7204.7	91.3
123.5	8529	8532.6	3.6
131.5	9170	9180.0	10.0
139.5	9371	9400.5	29.5
147.5	9445	9454.5	9.5
155.5	9459	9464.0	5.0
163.5	9464	9464.9	0.9
171.5	9465	9464.9	0.1

For absolute frequencies, the Kolmogorov-Smirnov test statistic is

$$D_n = \frac{\text{largest difference}}{n} = \frac{104.1}{9465} = 0.0110$$

$n \leq 30$ 時，

則 $\alpha = 0.05$ 之 KS 門檻值為 $0.886\sqrt{n}$ ，所以 $D_{0.05(adj)} = \frac{0.886}{\sqrt{n}} = 0.00911$

$\alpha = 0.01$ 之 KS 門檻值為 $1.031\sqrt{n}$ ，所以 $D_{0.01(adj)} = \frac{1.031}{\sqrt{n}} = 0.1060$

若 $D_n > D_{0.01}$ ，則 Reject the H_0 ，認為此分布不是常態分布；

$D_n < D_{0.05}$ ，則 Accept the H_0 ，認為此直徑分布為常態分布。

若 $n \leq 100$ ，則 $D_\alpha = \sqrt{\frac{-\ln\left(\frac{1}{2}\alpha\right)}{n}}$ ，

所以 $\alpha = 0.05$ ，則 Critical value： $D_{0.05(adj)} = \frac{1.358}{\sqrt{n}}$

$\alpha = 0.01$ ，則 Critical value： $D_{0.01(adj)} = \frac{1.628}{\sqrt{n}}$

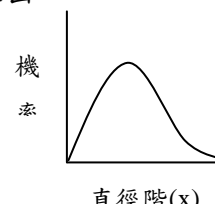
四、韋伯函數(Weibull function)

有關 Weibull 函數的數學式和圖式，可由下列分別表出：

(1) 機率密度函數(pdf)：

$$f(x) = \left(\frac{c}{b}\right) \left(\frac{x-a}{b}\right)^{c-1} \exp\left[-\left(\frac{x-a}{b}\right)^c\right]$$

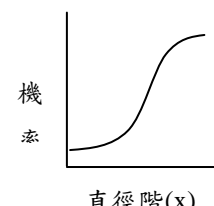
式中的 $\infty > x \geq a$ $b > 0$ $c > 0$



(2) 累積分佈函數(CDF)

$$f(x) = 1 - \exp\left[-\left(\frac{x-a}{b}\right)^c\right]$$

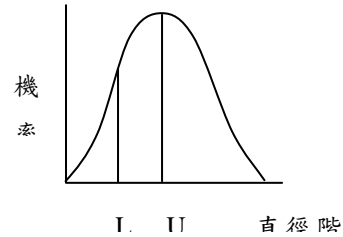
式中的 $\infty > x \geq a > 0$ $b > 0$ $c > 0$



(3)某一區段的分佈函數

$$P(L < x < U) = \exp[-(\frac{L-a}{b})^c] - \exp[-(\frac{U-a}{b})^c]$$

$$\int_{DL}^{DU} f_{(x)(x,p)} dx \quad D_L < D \leq D_U$$



五、直徑分佈法模式之步驟

直徑分佈法，大體可以下列之模式來代表：

$$Y_{ij} = Nt \times \int g(x) \times f(x, \theta)$$

式中， Y_{ij} ：單位面積內某一直徑階的材積

Nt ：單位面積內的林木株數

$g(x)$ ：以胸高直徑的函數，如樹高曲線式和材積式

$f(x, \theta)$ ：可適當描述直徑分佈的機率密度函數

現將直徑分佈法處理時的步驟，說明如下：

- (一)先推算能適當描述直徑分佈的機率密度函數 $f(x, \theta)$ ，如 Weibull pdf 的母數(如 a, b, c)。
- (二)利用每單位面積的林木株數 Nt ，配合以上求得母數的區段分佈函數式，以便獲得某一直徑階每單位面積的株數 $Nt \times \int_L^U f(x, \theta)$ 。
- (三)利用樹高曲線式 $H = f(D)$ ，求得各直徑階平均直徑的樹高，再以直徑和樹高利用材積式 $V = f(D, H)$ ，求得此一直徑階單株林木的材積。
- (四)將此單株林木材積乘上此一直徑階的林木株數，即可得此直徑階，每一單位面積的材積。
- (五)將各直徑階的材積累加起來，即得每一單位面積的總材積。
- (六)再利用各階每一單位面積的材積去乘上其樹本資料所代表的總面積，即得到欲求面積內各直徑階和全部的材積。

六、直徑分佈法電腦系統操作

若將此模式執行步驟，利用個人電腦(personal-computer, PC)裡常用的套裝軟體，經設計、規劃、配合使用可以將野外樣區調查的資料輸入電腦，即很快的便可獲得資訊詳盡的各直徑階材積分佈表。現僅將此直徑分佈法的個人電腦程式操作組合，明述如下：

- (一)將野外樣區調查之胸高直徑資料，以 Lotus 123 建檔成 wks 或 wk1 檔，再以 printer file 得 prn 檔的 ASCII 型式，以便在 PE2 內可以修改。
- (二)1.利用陳仲木(1978)以最大概似法(maximum likelihood)所設，後經陳念軍(1988)修改適合於 PC 使用之求解 Weibull pdf 的 b 、 c 兩母數的程式。
2.或直接將 wks 檔或 prn 檔，送入 STATGRAF 程式集成 ASF 檔，利用 STATGRAF 內的 distribution fitting 的 Weibull function 來求解 Weibull 的母數 b 、 c ，並繪出觀測值—推測值比較圖和最佳配合度測驗(goodness-to-fit)、Kolmogorov Smirnov test 和 N2 test 的資訊。
- (三)將求得的 b 、 c 值和每單位面積的林分株數，該樹種或該類林型的樹高曲線式

($H = e^{p+q\log D}$) 與材積式 ($V = mD^n H^k$)，利用林務局袁鳳與筆者配合建立於 Lotus 123 內的各直徑階材積分佈表相關位置內：於 Lotus 123 按 F₉，即可得所需材積分佈表(如表一)。

七、同齡林、人工林與異齡林、天然林之林分結構圖

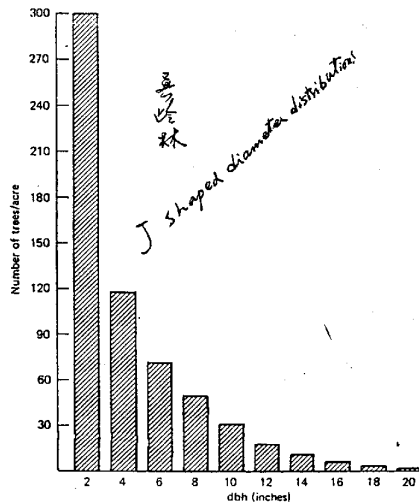


圖 4 異齡林、天然林林分結構圖

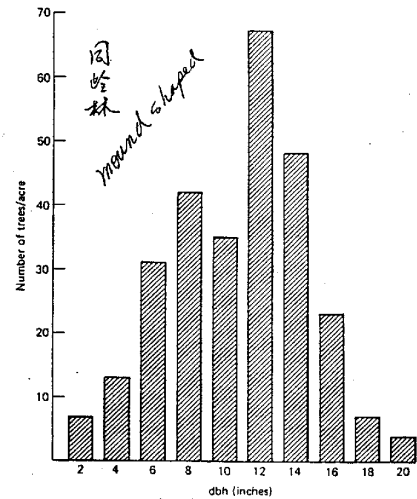


圖 5 同齡林、人工林林分結構圖

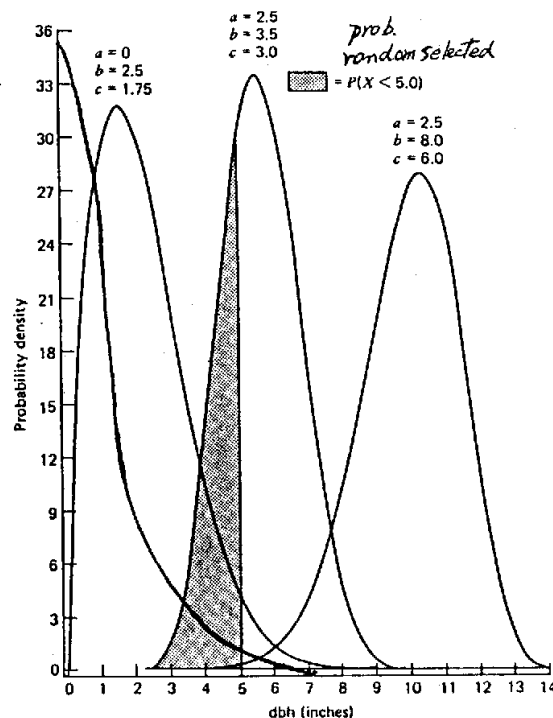


圖 6 Weibull 機率分布函數

八、引用文獻

馮豐隆，1989，求蓄積量最有效的方法直徑分布法，台灣林業，15(1):31-35,43。

馮豐隆，1991，百分數法在直徑分布模式上應用之研究，興大實驗林研究報告，

13(2):65-80。

表一、各直徑階材積分佈表(The Volume Distribution Table of Diameter Classes)

THE VOLUME DISTRIBUTION TABLE OF DIAMETER CLASSES											
Weibull 函數之母數											
地名(Place):	位置(LOCATION)	A:	0.000000	面	積(Area):	1799.1600					
樹種(Sps) :	大小(SCALE)	B:	14.357050	株	數(N) :	1975477					
林齡(Age) :	形狀(SHAPE)	C:	2.910019	每公頃株數(N/ha):	1098						
(VOLANA)											
(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)	(9)	(10)	(11)	(12)	(13)
DBH	DBH	Pi	N*Pi	NPi+NPi-1	Di	H	Vi	V/ha	CV	TV	CTV
Li(cm)	Ui(cm)				(cm)	(m)	(m3)		(m3)/ha	(m3)/ha	
0	2	0.003223	3.539	3.538529	1	1.60	0.000143	0.000507	0.0005	0.9122	0.9122
2	4	0.020747	22.780	26.318959	3	2.15	0.001376	0.031355	0.0319	56.4122	57.3244
4	6	0.051944	57.035	83.353594	5	2.47	0.003941	0.224770	0.2566	404.3976	461.7220
6	8	0.090784	99.681	183.034222	7	2.71	0.007880	0.785482	1.0421	1413.2076	1874.9296
8	10	0.127972	140.514	323.547835	9	2.90	0.013222	1.857838	2.9000	3342.5478	5217.4774
10	12	0.152890	167.874	491.421529	11	3.06	0.019988	3.355388	6.2553	6036.8793	11254.3567
12	14	0.157623	173.070	664.491901	13	3.20	0.028195	4.879645	11.1350	8779.2626	20033.6193
14	16	0.140877	154.683	819.174833	15	3.32	0.037857	5.855860	16.9908	10535.6299	30569.2491
16	18	0.108938	119.613	938.788239	17	3.44	0.048988	5.859605	22.8505	10542.3665	41111.6156
18	20	0.072479	79.582	1018.369875	19	3.54	0.061598	4.902035	27.7525	8819.5453	49931.1609
20	22	0.041172	45.207	1063.577012	21	3.64	0.075696	3.422005	31.1745	6156.7336	56087.8945
22	24	0.019791	21.730	1085.307323	23	3.73	0.091292	1.983812	33.1583	3569.1948	59657.0894
24	26	0.007971	8.753	1094.059837	25	3.82	0.108394	0.948724	34.1070	1706.9068	61363.9961
26	28	0.002663	2.924	1096.983395	27	3.90	0.127010	0.371321	34.4783	668.0656	62032.0617
28	30	0.000730	0.801	1097.784599	29	3.97	0.147146	0.117894	34.5962	212.1096	62244.1714
30	32	0.000162	0.178	1097.962777	31	4.04	0.168808	0.030078	34.6263	54.1148	62298.2862
32	34	0.000029	0.032	1097.994574	33	4.11	0.192003	0.006105	34.6324	10.9841	62309.2703
34	36	0.000004	0.005	1097.999076	35	4.18	0.216737	0.000976	34.6334	1.7556	62311.0259
36	38	0.000000	0.001	1097.999576	37	4.24	0.243014	0.000122	34.6335	0.2186	62311.2445
38	40	0.000000	0.000	1097.999619	39	4.30	0.270841	0.000012	34.6335	0.0210	62311.2655
40	42	0.000000	0.000	1097.999622	41	4.36	0.300221	0.000001	34.6335	0.0015	62311.2670
p :	0.470187	m :	0.0000996								
q :	0.621636	n :	1.8505211								
		k :	0.7734283								
NOTE: (1)樹高曲線式: H Curve : $\text{EXP}(p+q \cdot \text{LOG}(D))$											
(2)材積式: Vol.eq.: $V=m \cdot (D^n) \cdot (H^k)$											

表一、各直徑階材積分佈表(The Volume Distribution Table of Diameter Classes)

Weibull 函數之母數

地名(Place)	位置(Location)：A： 0.000000	面積(Area)：1.2000
樹種(Sps)：118	大小(Scale)： B： 20.078400	株數(N)：1590
林齡(Age)：10	形狀(Shape)： C： 3.654760	每公頃(N/ha)：1325

直 徑			頻度	累積頻度	平均 直徑	平均 高度	單株材積	每 公 頃		全 面 積	
最低 限(cm)	最高 限(cm)	理論機率 (cm)	N*Pi	NPi+NPi-1	Di (cm)	H (cm)	Vi (cm)	直徑階材 積V/ha (M ³ /HA)	累積材 積CV (M ³ /HA)	直徑階材 積TV (M ³)	累積材 積CTV (M ³)
(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)	(9)	(10)	(11)	(12)	(13)
0	2	0.000218	0.289	0.289200	1	1.48	0.000088	0.000025	0.0000	0.0000	0.0000
2	4	0.002527	3.349	3.637823	3	2.06	0.000950	0.003181	0.0032	0.0038	0.0038
4	6	0.009282	12.298	15.936203	5	2.40	0.002875	0.035361	0.0386	0.0424	0.0463
6	8	0.022007	29.159	45.095516	7	2.66	0.005964	0.173904	0.2125	0.2087	0.2550
8	10	0.041251	54.658	99.753538	9	2.87	0.010285	0.562146	0.7746	0.6746	0.9295
10	12	0.066070	87.543	187.296208	11	3.05	0.015892	1.391190	2.1658	1.6694	2.5990
12	14	0.093513	123.91	311.200790	13	3.20	0.022829	2.828581	4.9944	3.3943	5.9933
14	16	0.118592	157.14	468.335465	15	3.35	0.031134	4.892278	9.8867	5.8707	11.8640
16	18	0.135212	179.16	647.491155	17	3.47	0.040842	7.317045	17.2037	8.7805	20.6445
18	20	0.138188	183.1	830.590238	19	3.59	0.051981	9.517707	26.7214	11.4212	32.0657
20	22	0.125701	166.55	997.7144596	21	3.70	0.064579	10.755997	37.4774	12.9072	44.9729
22	24	0.100752	133.5	1130.640471	23	3.80	0.078662	10.500997	47.9784	12.6012	57.5741
24	26	0.070283	93.125	1223.765935	25	3.90	0.094250	8.777109	56.7555	10.5325	68.1066
26	28	0.042073	55.747	1279.512592	27	3.99	0.111367	6.208347	62.9639	7.4500	75.5566
28	30	0.021277	28.192	1307.714448	29	4.08	0.130032	3.665841	66.6297	4.3990	79.9557
30	32	0.008937	11.842	1319.546309	31	4.16	0.150263	1.779398	68.4091	2.1353	82.0909
32	34	0.003062	4.057	1323.603624	33	4.24	0.172079	0.698180	69.1073	0.8378	82.9287
34	36	0.000840	1.112	1324.715993	35	4.32	0.195496	0.217464	69.3248	0.2610	83.1897
36	38	0.000180	0.239	1324.955150	37	4.39	0.220530	0.052742	69.3775	0.0633	83.2530
38	40	0.000030	0.039	1324.994630	39	4.46	0.247197	0.009759	69.3873	0.0117	83.2647
40	42	0.000004	0.005	1324.999524	41	4.53	0.275510	0.001349	69.3886	0.0016	83.2663
42	44	0.000000	0.000	1324.999970	43	4.59	0.305485	0.000136	69.3887	0.0002	83.2665

44	46	0.000000	0.000	1324.999999	45	4.66	0.337133	0.000010	69.3887	0.0000	83.2665
46	48	0.000000	0.000	1325.000000	47	4.72	0.370468	0.000000	69.3887	0.0000	83.2665
48	50	0.000000	0.000	1325.000000	49	4.78	0.405503	0.000000	69.3887	0.0000	83.2665
<p>p : 0.393170 m : 0.0000598</p> <p>q : 0.692453 n : 1.8753300</p> <p> k : 0.9743400</p> <p>註：(1)樹高曲線式：$H = \text{Exp}[p+q \cdot \text{Log}(D)]$</p> <p> (2)材積式：$V = m \cdot (D^n) \cdot (H^k)$</p>											

第十三章 自我疏伐定律在林分密度管理上之應用

13.1 摘要

自我疏伐定律係在顯示同齡純種之植物族群一旦達鬱閉發生競爭導致自然枯死，林分之平均生物量與存活密度之關係均趨於一斜率為 $-3/2$ 之疏伐線減少株數並增加整體之生物量。而疏伐線之斜率與植物族群之種類、位置、年齡、栽植密度及地位無關。因其在生態上顯示重要的意義，自發表以來遂廣受矚目，並據以發展應用於林分之密度管理上。由於導出此定律之假設條件不盡符合自然生長過程，因此其通則性常受到批評。由人工林永久樣區之資料顯示，森林在進行自我疏伐時並非趨於一固定斜率的疏伐線，其斜率會因樹種、發育階段及生育地條件而異。故吾人對其應用應加以判斷，宜根據樹種、地區等特性設計合適的作業基準；另一方面則應積極研究自我疏伐現象之機制、分析方法、及動態模式。

13.2 前言

早期的森林經營，首重林產物的經濟價值，常採集約經營方式，惟往往忽略森林之自然生態現象，使得經營過程與成果常不能確實掌握，甚至產生不良的後果。合理的經營觀念應以符合自然律為原則，再配合最理想的經營技術，以期有最大的經濟或社會效益。由於林業是一種生產期長、規模大的生產事業，需要許多資訊的提供，否則勢必無法經營得當。林業經營技術須使用科學的方法，不僅需經驗累積，更有繼續積極研究發展的必要。

森林立木之配置情形直接影響林木個體與整體的生長和蓄積之品質，故林分之密度管理為森林經營不可忽視的項目。此外，林分之組成因各種環境因子相互影響極為繁雜，不易加以分析研究；因此一旦有相關的理論發表，隨即引起矚目。自我疏伐定律源於對同齡純種的植物族群發生自然疏伐現象的觀察歸納而得之經驗式，由於無對此現象之機制的專門研究作基礎，而時有爭議。自我疏伐定律自提出以來，經多方面的試驗、推崇、批評、修正，顯示林業界普遍意識到配合生態作科學經營之重要性。本文試以生態的角度為主，討論自我疏伐定律及其應用。

13.3 自我疏伐定律之重要性

一、自然疏伐與自我疏伐定律

林分若不予實施人為疏伐，當現實林分之密度達某種程度時，林分個體間之競爭轉為激烈，優勝劣敗之結果，淪為被壓木者則漸漸枯死，此即自然疏伐(natural thinning)現象之發生。

而自我疏伐定律(self-thinning rule)，為1963年由Yoda、Kira、Hozumi等人所提出，顯示同齡、純種之植物族群一旦達鬱閉發生競爭而導致自然枯死後，其生物量積聚與個體死亡之動態關係：林分之平均生物量與存活密度關係均趨於一斜率為 $-3/2$ 之疏伐線，循此疏伐線之發育軌跡，以減少株數並增加整體之生物量。疏伐線之斜率與植物族群之種類、位置、年齡、栽植密度及地位無關。

二、自我疏伐定律在生態學上之地位

有關生態學之研究通常包括四個領域：生產生態學(Production Ecology)、族群數量統計學(Demography)、演化生態學(Evolutionary Ecology)及社會生態學(Community Ecology)，亦可歸類為生產生態學(Production Ecology)和族群生態學(Population Ecology)二個分支。許多生態及森林學者發現生物社會的生物量和數量之動態關係會結合並帶動這四個領域間的移轉；自我疏伐定律即是顯示植物族群生物量積聚和個體死亡之動態關係，於是特別突顯出其價值，Westoby (1984)更將其譽為族群動態論之核心定律，故自我疏伐定律在生態上有其重要而特別的地位。以圖13-1表示之。

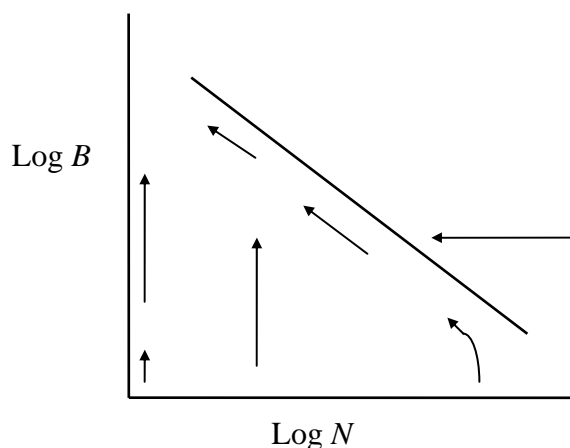


圖 13-1 生物量與密度關係圖。斜率為-1/2 的線是自我疏伐線，箭頭所指是不同生物量與密度所組合之林分的發育軌跡。

在生產型生態系中，其物理環境(如：土壤pH值、有機物含量、水分含量等)對各階段的植物社會(特別是極盛相時期)而言，是淨初生產之最重要決定因素(Lieth 1975)，生物量之累積有增加之趨勢。待生物量累積到某一程度，該植物族群會因為密度過高而發生枯死，即發生自然疏伐。此外，物理環境同樣亦影響生物量消散的體系(Regime of biomass dissipation)(包括某些自然現象發生的頻度、強度、季節或機械性)，而引起優勢光合作用者生物量之耗竭和輸出。上述各項因子共同決定競爭的生長和枯死時期將持續多久的時間。生物量消散體系亦決定環境之更新，可能為萌芽或營養再生；由於自然力、競爭導致枯死的強度及更新的可能性等天擇條件，使得表現出優勢狀態(如木質化的程度、成熟木之樹高、抗病蟲害能力、萌蘖能力等)的植物型成為優勢種。自我疏伐定律以此方式連結生態系功能與演化族群的數量統計，取得優勢之植物型可輪流影響生物量消散的體系(Ford 1982)。或者可能有掠奪情形發生，譬如天然災害或人為的過度破壞等情形，使得生物量根本無法積聚。

植物族群亦可視為動物棲息地，以此觀點來看，自我疏伐定律為改變棲地型式之方法之一，其連繫動態的生物量與株數之關係，而改變環境之物理構造(如植物之組成方式、大小、密度、林齡、空間分布等)，此物理構造對動物之社會組成而言是最重要的決定因子(Westoby 1984)。

因此可以看出：自我疏伐定律對植物族群在生態上密度之動態變化，及對生態系功能之生物量積聚與消散過程，皆具有重要的地位。

三、自我疏伐定律與林分密度管理

合理的森林經營方式除考慮達最大經濟效益外，其生產技術應配合自然生態法則，

使人為經營對森林生長過程之衝擊程度減至最小，而森林之產物與服務亦能盡量滿足人類之需求。藉自我疏伐定律之發展，森林從業人員在林分密度經營上只須作適當之調節，視經營目的在栽植密度及疏伐作業上制定符合生態原則之經營策略。

13.4 自我疏伐定律 (Self-Thinning Rule)

四、自然疏伐定律之-3/2次方律(The 3/2th Power Law of Self-Thinning)

Yoda、Kira、Hozumi (1963)等人緣起於對高等植物的種內競爭生物模式的研究，依據若干種草本植物的生長和密度關係，觀察同齡純種的植物族群在不同密度下，因競爭引發枯死的自然疏伐現象，得一結論：族群生長不斷積聚生物量，一旦達由競爭和密度效應所引發之自然枯死狀態，任一起始密度之族群終將趨於一相同的發育軌跡，稱作自我疏伐線(self-thinning line)，循此線以進行自然疏伐。此時單株平均乾重(w)與現存密度(N)存在之關係為：

$$w = k \cdot N^{-\frac{3}{2}} \quad \dots\dots\dots(1)$$

兩邊取對數，則得：

$$\log w = \log k - \frac{3}{2} \log N \quad \dots\dots\dots(2)$$

式中： k為常數

此線之斜率不因植物種類、生育地條件、年齡、發育階段、生長位置而異，均為-3/2，故稱之為自我疏伐定律(selfthinning rule)或-3/2次方定律(-3/2 power law)。由式(1)，若以單位面積內之生物量(B)代替平均乾重(w)，因 $B = w \cdot N$ ，自我疏伐定律可改寫為：

$$B = k \cdot N^{-\frac{1}{2}} \quad \dots\dots\dots(3)$$

$$\text{或} \quad \log B = \log k - \frac{1}{2} \log N \quad \dots\dots\dots(4)$$

由式(4)可定義自然疏伐的相對率為植物族群增加一單位的生物量所相對減少的族群株數。即 $\left(\frac{-dN}{N}\right) / \left(\frac{dW}{W}\right) = \left(\frac{-dN}{N}\right) \times \frac{k \cdot N}{\left(\frac{-1}{2}\right)\left(\frac{1}{N}\right)k \cdot N dN} = \frac{2}{3}$ ，結果為一常數。

族群生物量積聚與密度變動之關係，可用Westoby (1981)設計的觀念模式圖13-2表示：

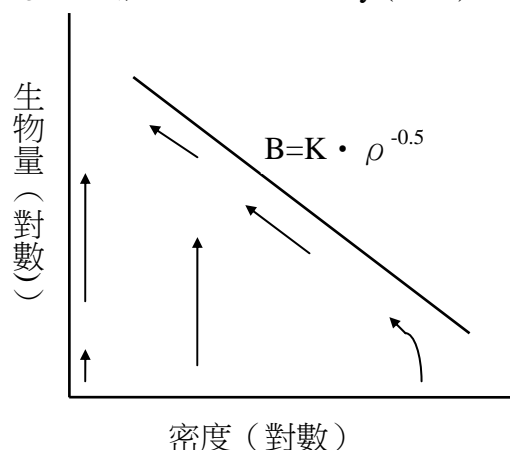


圖13-2 生物量與林分密度關係因時間之變動 (Westoby 1981)

二、模式之導出過程

因自我疏伐定律是由實証資料歸納而得之"經驗式"，至於疏伐線斜率為何為-3/2？Yoda等(1963)曾提出一簡單的形體論証(dimensional argument)幾何模式解釋之。此論證基於二個假設(assumptions)：

(1)相同種類的植物其形體不因生長階段和生育地條件而異。

(2)只有當生育地被植物完全覆蓋時，自然疏伐才會發生。

因此，平均單木所覆蓋之地面面積(s)與每單位面積現存密度(N)之關係式為：

$$s \propto (1/N) \dots\dots\dots(5)$$

因平均單木所覆蓋之地面面積(s)為某線性長度單位(linear dimension, L)之二次函數關係：

$$s \propto L^2 \dots\dots\dots(6)$$

平均單木之重量(w)為某線性長度單位(L)之三次函數關係：

$$w \propto L^3 \dots\dots\dots(7)$$

綜合式：(5)(6)(7)

$$s \propto L^2 \propto (L)^2 \propto (w)^{\frac{2}{3}} \propto (1/N)$$

故

$$w \propto (N)^2 \quad \text{或} \quad w = k (N)^{-\frac{3}{2}}$$

因而有"自我疏伐之-3/2次方定律(the 3/2 power law of self thinning)"模式之導出。

因導致樹木彼此競爭而發生枯死的直接原因是樹木之形體的增大，故使用平均斷面積直徑作獨立變數，單位面積株數為從屬變數來表示林分密度為合於自然情形的指標。Reineke (1933)由此導出株數與平均直徑之關係式如下：

$$\log N = b_0 + b_1 \bullet \log D \dots\dots\dots(8)$$

式中之 N：單位面積林木株數

D：平均斷面積直徑

b：迴歸係數

b₀：隨樹種而變化之迴歸常數

決定b值以後，再以現實林分株數N及平均直徑代入(5)式求出b₀值；b及b₀值定出後，再將標準直徑值代入上述之關係式，所得N值即為林分密度指數(stand density index, SDI)(詳見楊榮啟，森林測計學，國立編譯館，頁384-385)。此為森林調查時表示林分密度之比較適當的尺度。

自我疏伐定律用於森林林分上，生物量(B)可用材積(V)表示，故可寫作：

$$V = k \bullet N^{-\frac{1}{2}}$$

或
$$\log V = \log k - \frac{1}{2} \log N$$

因平均斷面積直徑(D)為某線性尺度(linear dimension, L)之關係為：

$$\begin{array}{lcl} D & \propto & L \\ \text{因式(7)} & & w \propto L \end{array}$$

故	w	α	D
又	w	α	N
得	D	α	N

可見與Reineke導出之式(8)有其共通性。

三、自然疏伐現象可能之機制解釋

自我疏伐定律之提出，為根據植物族群在自然疏伐狀態下而歸納得出之經驗式，非基於完整的理論基礎；至今尚無對導致自然疏伐現象之機制有專門的研究，而各學者之發表亦多為觀察而得之假設，欲具體量化尚有困難。

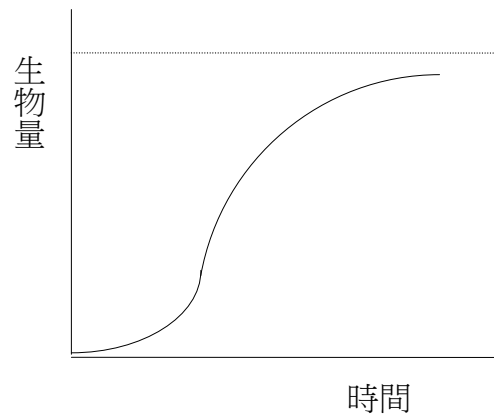


圖 13-3 植物族群生物量積聚過程的模式曲線圖。虛線表生育地的載荷量。

由圖13-3可看出植物族群生物量的積聚過程。在族群發育初期，個體均小未具競爭性，生物量積聚速度快。當一空間之能源或生物必需物質之量低於最適情況時，即發生競爭，植物個體將由於生理的、生態的、或機械的因子使其形體和生長改變，以舒解種內競爭的壓力，此為所謂的塑性效應(plastic response)或塑性調整(plastic adjustment)。族群繼續生長，生物量之累積趨於接近生育地所能供給的負載能力(carrying capacity)，生長因而減緩或停滯；族群內個體過分擁擠產生激烈的競爭，若個體之塑性反應無法抵禦競爭壓力，自然枯死因而發生，使得此族群漸減其密度而繼續積聚生物量可視為對其生物空間(biological space)作更有效利用之結果(Ross & Harper 1972)。若族群生長繼續且生育地不能提供更多的生物量，此為林分發育之最終階段，生物量累積達最大限制，則往後之生物量生長量等於枯死量，成一動態的平衡(Gould 1966, Hutchings & Budd 1981, Silvertown 1987, Zeide1987)。

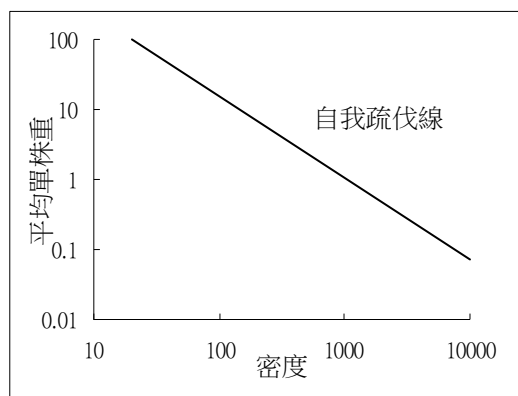


圖13-4 林分生長與自我疏伐線關係圖

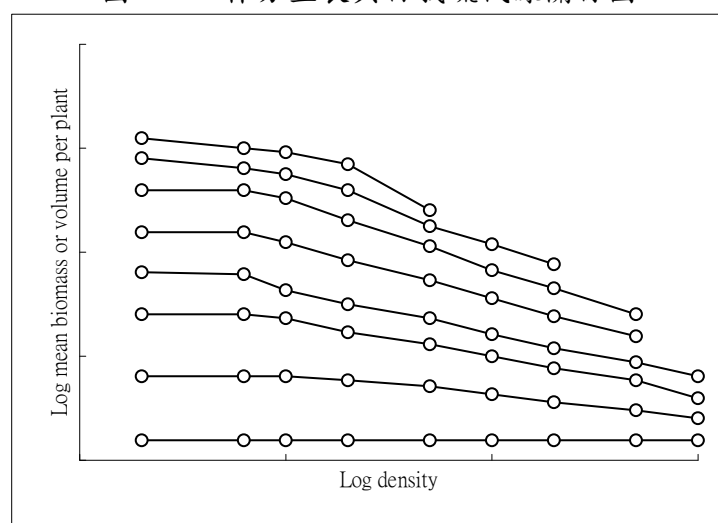


圖13-5 競爭密度效果圖

圖13-4表示林木族群的生長和自我疏伐過程。圖13-5表示不同時期、不同栽植密度的林分之競爭密度效應(competition density effect)。生長開始時，任何栽植密度之林分之平均單木乾重皆相同，顯示尚無競爭效應。競爭開始後，栽植密度愈高或土壤肥力愈佳者，因愈早達到鬱閉，自我疏伐愈早發生。斜率-3/2的自然疏伐線表示任何栽植密度之生物量極限，栽植密度太低、生育地條件太差、生命期太短或生長時間太短之情況則不會發生自我疏伐。林分發育之最後階段，林木生長增加的生物量等於枯死減少的生物量，此時循著斜率為-1的線，表示生物量積聚的最終極限。一旦林分到了生命終期，枯死量會大於生長量，自我疏伐線之斜率大於-1，而趨近於0。

自我疏伐之前題界定為種內競爭，其組成為同一族群內之個體，因生長環境及所需資源均相同，故競爭尤為激烈。每株樹對其生育地資源之吸收利用有一範圍，稱作競爭區域(competition zone)或競爭圈(competition circle)，競爭圈重疊則發生競爭，競爭圈之半徑為樹木直徑大小的函數(Staebler 1951, Spurr 1962, Newnham 1966等)。此外，族群內之自毒作用(Auto-toxicity)亦可能為種內競爭的作用機制之一(周昌弘 1983)，可限制族群密度，造成自我疏伐現象。

13.5 林分密度管理

一、密度管理之意義

森林之生長與收穫，與立木條件(如樹種特性、遺傳基因、林齡、生長空間等)、生育地環境(如土壤肥力、受光強度、氣候、含水量等)與經營方式(包括栽植、撫育、伐

採、更新等)因素有關。然而對一族群而言，其成長受族群本身條件的影響較其他因子大得多；其中在不同密度下其生長收穫之差異甚為明顯，亦最容易用人為方式控制，並可以配合經營方式，藉栽植密度和疏伐作業加以調整，以達到符合需求的最佳狀態。此即所謂的林分密度管理(stand density control)。

二、密度對林木生長之影響

林分栽植密度大者，達鬱閉時間較快，因受鄰樹之生存競爭，側面光線極少，則直徑生長減低，高生長加速；下方枝條，因陽光不足而有自然修枝之現象，故枝下高率大；樹冠狹小集中幹頂、樹幹修直、尖削度小。反之，栽植密度小者，其樹幹和枝條之生長皆良好，可自由發展，因枝條較多，故高生長較慢；樹冠著生位置低，枝下高率小；幹形較尖削(蘇鴻傑 1983)。除非林分之密度為極大或極小，一般樹高受密度之影響不顯著，而受極少改變的生育地因子所控制，故樹高常被用作地位的指標，而不用來指示密度。當樹高相同時，隨林分密度之增高而胸高直徑減小，故單木材積減低；疏林的單木材積生長量雖比密林者大，但因株數減少，結果其單位面積的總材積生長量反而減少(圖13-6、圖13-7、圖13-8、圖13-9、表13-1、表13-2)。

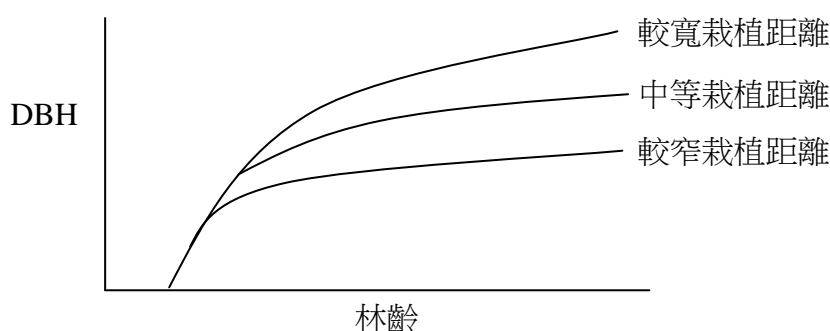


圖13-6 不同栽植距離之林分平均胸高直徑發展圖

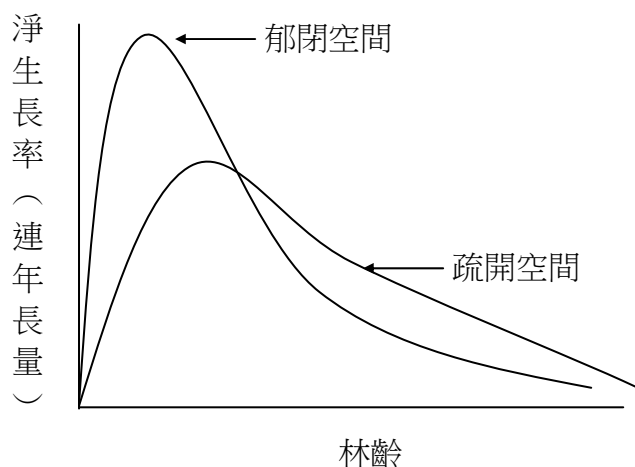


圖13-7 同齡林不同空間密度淨生長率(連年生長量)比較圖

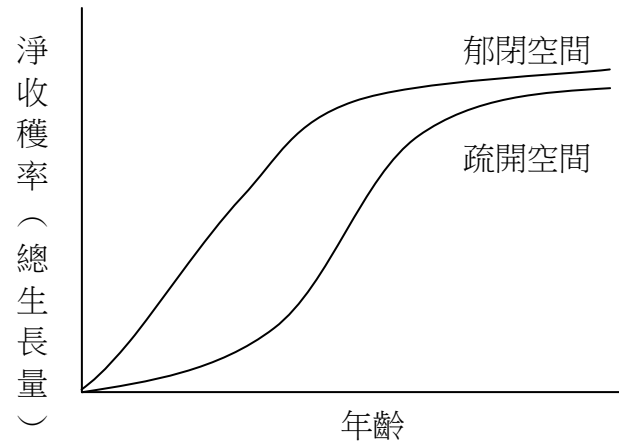


圖13-8 同齡林不同空間密度淨收穫量(總生長量)曲線圖

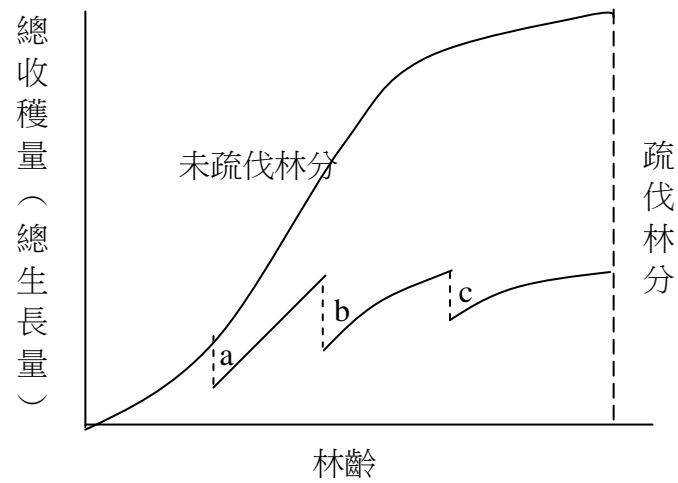


圖13-9 同齡林不同

表13-1 柳杉人工林不同栽植密度之永久樣區的主要性態值

栽植距離	3.1m*3.1m			2.3m*2.3m			1.9m*1.9m			1.7m*1.7m			1.5m*1.5m		
林齡 (年)	每公頃 株數	胸高 直徑 (cm)	樹高 (m)	每公頃 株數	胸高 直徑 (cm)	樹高 (m)	每公頃 株數	胸高 直徑 (cm)	樹高 (m)	每公頃 株數	胸高 直徑 (cm)	樹高 (m)	每公頃 株數	胸高 直徑 (cm)	樹高 (m)
2	1035		0.70	2044		0.64	2901		0.64	3704		0.71	4757		0.61
3	1035	0.09	1.18	2011	0.01	1.00	2803		0.99	3704	0.01	1.00	4631		1.01
4	1035	2.26	2.35	1956	1.05	2.02	2662	0.99	2.15	3582	0.83	1.98	4554	0.83	2.23
5	1035	4.79	3.72	1945	3.06	3.36	2620	2.81	3.60	3541	2.33	3.22	4538	2.41	3.74
6	1035	6.79	5.09	1934	5.87	4.95	2620	4.06	4.57	3531	4.64	4.84	4538	3.51	4.73
7	1035	9.19	6.16	1934	8.18	6.01	2620	7.80	6.19	3510	6.62	5.81	4492	7.27	6.10
8	1012	11.53	7.01	1923	10.27	6.78	2620	9.56	7.11	3500	8.24	6.72	4492	8.48	7.19
9	1000	13.72	8.00	1901	12.35	8.01	2620	10.74	7.89	3490	9.85	7.83	4446	9.38	7.92
10	1000	15.34	9.28	1901	13.51	9.20	2577	11.94	8.90	3490	10.84	9.07	4415	10.13	8.81
11	1000	17.13	9.91	1901	15.01	9.92	2577	12.75	9.87	3490	11.76	9.68	4400	10.78	9.78
12	1000	18.59	10.83	1890	16.04	10.83	2577	13.54	10.60	3408	12.65	10.52	4292	11.43	10.47
13	1000	20.50	11.67	1890	17.43	11.61	2563	14.26	11.28	3388	13.63	11.23	4138	12.14	11.20
14	1000	21.11	12.43	1890	17.82	12.41	2535	15.24	12.04	3316	14.02	11.93	3969	12.97	11.94
15	1000	21.76	13.38	1890	18.40	14.07	2493	15.69	12.72	3316	14.33	12.72	3600	13.74	12.79
16	1000	22.58	14.18	1868	18.92	14.16	2451	16.22	13.41	2408	16.15	14.06	3585	14.08	13.41
17	1000	23.70	15.53	1868	19.40	15.20	2000	17.59	14.78	2408	16.58	14.88	2892	15.52	14.83
18	1000	24.34	16.27	1868	20.27	15.87	1986	18.20	15.39	2408	16.96	15.72	2892	15.95	15.25
19	1000	24.50	16.49	1868	20.44	16.09	1986	18.60	16.13	2378	17.24	16.03	2785	16.56	16.22
20	1000	24.71	16.64	1868	20.60	16.35	1972	18.97	17.13	2357	17.95	16.38	2646	17.06	16.66
23	988	26.67	17.76	1824	21.69	17.70	1930	19.22	16.67	2255	18.62	17.88	2600	17.27	16.91
24	976	26.63	18.58	1758	22.15	18.74	1817	20.61	17.75	2153	19.26	18.97	2385	18.77	18.30
25	976	26.87	18.81	1725	22.47	19.27	1775	21.17	18.70	2133	19.36	19.22	2246	19.46	19.27
26	965	27.05	19.05	1637	22.98	19.60	1746	21.29	19.01	1969	19.99	19.96	2169	19.71	19.60

表13-2 柳杉永久樣區之林分的主要性態值

栽植 距離	樣 區 號	林 齡 (年)	胸高 直徑 (cm)	胸高斷 面積 (m ²)	每公頃 株數	樣 區 號	胸高 直徑 (cm)	胸高斷 面積 (m ²)	每公頃 株數	樣 區 號	胸高 直徑 (cm)	胸高斷 面積 (m ²)	每公頃 株數
1*1	2	5	5.38	27.24	6540	4	5.82	32.60	6650	11	5.26	27.42	5500
		10	8.00	60.50	6000		9.58	86.76	4760		9.67	85.48	5190
		15	9.74	87.97	5170		11.64	124.14	4290		11.53	118.87	4280
		20	14.99	201.26	2670		17.03	257.46	2260		16.92	249.23	2300
		30	20.12	345.85	1890		22.56	431.12	1590		20.59	366.74	1940
		35	21.55	401.41	1720		24.03	494.12	1520		23.35	463.25	1600
2*2	6	5	8.23	59.03	2150	13	6.37	36.031	1910	15	5.95	32.98	1870
		10	13.61	157.00	2120		12.36	31.49	1770		12.82	141.21	1760
		15	16.16	221.18	2050		14.44	178.49	1660		14.95	191.47	1710
		20	19.30	315.61	1860		19.69	324.23	1540		18.70	298.72	1450
		30	24.06	486.33	1450		22.60	433.35	1410		23.04	447.89	1250
		35	25.08	532.44	1350		25.22	532.17	1370		24.90	517.87	1110
3*3	1	5	8.51	64.05	1040	8	431.62	46.68	810	10	255.16	46.56	830
		10	15.96	213.71	1020		645.01	217.08	710		941.81	239.22	770
		15	19.04	305.02	1000		965.92	324.49	700		1263.7	331.87	770
		20	22.62	425.87	1000		1408.7	516.94	650		385.43	513.74	750
		30	25.77	553.46	960		1778.0	764.95	620		423.08	733.70	730
		35	26.96	604.84	940		1335.3	821.70	590		617.24	779.16	720
4*4	3	5	6.93	43.22	580	5	6.66	40.61	590	12	6.82	43.68	600
		10	15.78	209.71	580		16.81	242.78	590		16.05	215.97	600
		15	19.93	341.86	580		22.07	411.50	590		20.03	339.03	600
		20	25.03	534.18	580		27.60	632.07	580		26.37	576.08	540
		30	31.27	807.39	550		31.98	838.11	580		31.43	810.89	540
		35	33.56	924.29	550		34.05	954.35	580		33.42	909.40	520
5*5	7	5	5.58	31.61	360	9	4.49	20.40	390	14	5.43	30.57	400
		10	14.49	183.13	350		16.64	234.43	390		13.92	167.09	390
		15	19.09	311.73	340		21.49	390.81	390		19.10	307.33	390
		20	25.59	554.95	340		27.92	665.03	390		27.16	606.52	370
		30	32.25	865.75	320		33.33	945.46	390		32.08	845.24	370
		35	35.09	994.29	320		35.08	1036.05	370		33.81	947.34	370

自林業觀點來看，保持適當的栽植距離可得理想之直徑生長和樹高生長，減小尖削度，提早天然落枝，以減少節的數目，而得利用價值較高之木材。但林分之擁擠程度將隨生長而逐漸增加，故有必要施行人工疏伐調整密度，間接控制林木生長品質和材積收穫量。

三、林分密度之管理方式

(一)選擇適當之保育形式

首先，宜先根據生產目標決定其保育形式。所謂的保育形式為因應生產原木為目標之全部生產過程中，有效的各部分技術系列之體系，包括栽植密度、疏伐開始時期、疏伐後應保留之立木株數、疏伐之間隔時間、修枝、主伐期、至伐期留存株數等。表所列係以一般共同性事宜為考慮範疇，具體的應用須由經營者參酌現實林分之各種條件而決定(彭英藏 1981，邱志明 1988)。

表13-3 各種森林功能下，各種保育形式之森林處理

處理 功能		保 育 形 式					
		栽植 密度	疏 伐	修 枝	伐 期	備 註	形式 編號
企業經營的 林業	優良材	密	弱	至直徑 6cm	短	採用在伐期能保持健全林份之範圍內，適寸柱材收穫最多之西川型式。在生育過程中能變換成型式2。	1
		密	數次，弱	同上	長	必須實施疏伐為前提。	2
		中	參閱備註	同上	長或短	初期疏伐形成伐棄也必須實施。	3
	良質材至一般材	中	參閱備註	至直徑 15-20cm	長	初期疏伐形成伐棄也必須實施。以長伐期為前提。	4
	研磨圓木	密	弱	至直徑 6cm	短	屬特殊保育型式，到達研磨圓木之規格者依次收穫。	5
	紙漿材	疏	極弱	不施行	短	重點至於量的生產。	6
重視森林之公益機能		疏	重視健全性而實施	除去枯枝	長	以重視林份之健全性為重點	7

(二)決定適量之栽植密度

高栽植密度雖抑制單木之肥大生長，但以此能育成完滿、正圓而通直之林木外，尚能提早鬱閉，而減輕除草之勞力與費用。決定適量栽植密度之因子有二：一為經濟上的條件，如施業方針、生產之目標、交通之情形、用材之需要等；二為技術上的問題，如土地之位置、地位之優劣、雜草與灌木之競爭、及各種危害之輕重等。值栽植造林之際，應就每一樹種及其生育地之情況，自各因素及其實驗之結果，從而決定適當之栽植距離(周楨、楊榮啟、焦國模 1957)。一般的新林建造作業最初多採密生，以期早獲鬱閉，迨林木開始競爭時，須即施行疏伐。

(三)疏伐理論

新林於建造以後，未成熟林分各間隔若干年度，尚須施行連續多次之伐採，藉以促進選留木(selected trees)之生長及林分之總收穫者，是謂疏伐。疏伐之目的：(1)重新配置林分之生長潛力以獲有利之生育；(2)俟屆輪伐期之際，全林分之林木均可長成商用材之大小，使供利用之需(王子定、劉嘉昌 1964)。疏伐之施行意義，在降低林分密度，擴展留存木之生長空間，緩和各個林木之生存競爭現象，以改良其性質與組成，促進直徑與材積生長、縮短輪伐期、提早收入、增加營林收益。

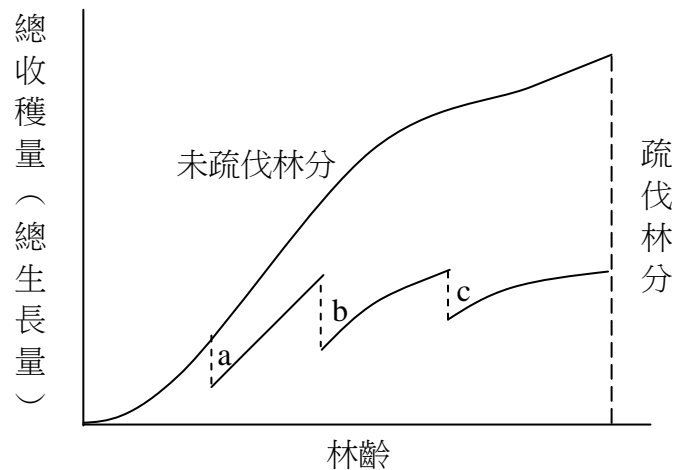


圖13-10 未疏伐總收量等於疏伐林分最後收穫量加疏伐總量

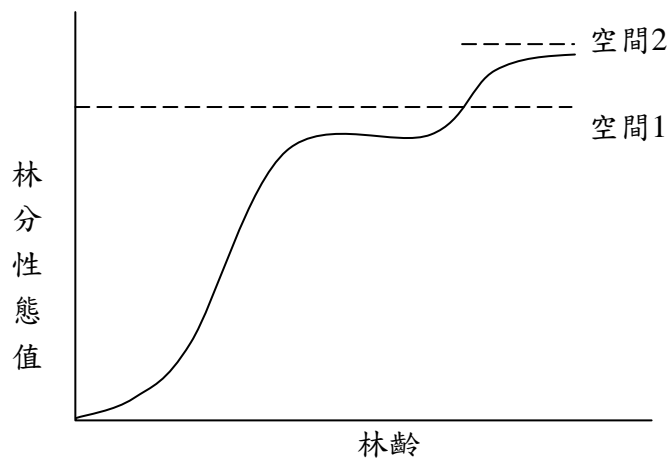


圖13-11 單株林木生長與生長空間的關係

圖13-10表示同齡林未疏伐與已實施疏伐林分之淨收穫曲線，顯示未經疏伐處理者之總蓄積量，約略相等於經疏伐處理者各次疏伐收穫與留存蓄積之和。可見一般的疏伐並不顯著影響單位面積之淨材積收穫。圖13-11表示單株林木之生長與生長空間之關係，故林分中單株樹木之生長可因疏伐而增加，但若超過其所需最大生長空間則不再上昇。若疏伐後林木增加之生長量超過被疏伐之林木材積，單位面積生長量則因疏伐而增加，反之則減少；若疏伐過強，使林分密度銳減，超過每單位林木所需之最大生長空間，不僅每單位面積之生長量減少，對母體亦造成極大的損害；若疏伐過少，林分仍相當鬱閉，對樹冠和根系之發展限制仍大，並沒有緩和競爭，不僅此次疏伐木價值無法抵償作業費用，因樹木品質未明顯改善，將來之經濟價值亦低(楊榮啟、陳昭明、林文亮 1976)。

通常木材經營之疏伐作業是基於經濟上的考慮和減少因枯死的損失，對增加總生產量則少作考慮。故對於疏伐作業時間與數量的控制，及對有限生物量作最有效分配利用，為林分密度管理之重點；如何提高收穫量預測之精確程度，從而選擇最適之保育形式及疏伐方案，為林業人員不斷研究的目標。

13.6 自我疏伐定律應用於林分密度管理

一、二者之關係

林分密度管理是為達某特定經營目標，而對林分的生長蓄積情形作適當的管理與控制(Long 1985)；決定適合處理的生長蓄積階段為一複雜的過程，須包括對生物、技術、經濟等因素的考慮，以選定合適之經營狀況(Davis 1966)。就台灣而言，同齡林人工林林分之最佳經營策略對密度上的管理為求得最適栽植距離及最適疏伐時間與強度。而最適疏伐強度的問題即是最適空隙面積的問題，故對於單位面積內的株數和生物量間之動態關係，須用適當的林分密度管理方式處理，使在符合生態的林分生長發育情形下，將有限的生物量(轉變作材積生產)作最大效益之分配與利用。

自我疏伐定律發展自同齡純種之植物族群，同齡人工林林分正符合此狀態。一般人工林之栽植多採密植，以盡早達鬱閉，在生育初期淘汰不良林木，因而用疏伐來調整空間便更為重要。人為疏伐和自然疏伐均為藉著對密度的直接控制而得到最大的效益，不同的是，植物族群對其生物空間和能量作更有效的利用是為了使得族群穩定；而人類之經營目標若為木材之經濟收益，重點則在於材質與材積量，若為森林之公益機能，則重視林分之健全性。人為實施疏伐計劃時，若能配合林分的自然發展現象，不僅合理，並且合適。

儘管自我疏伐定律適用之背景為未經人為經營過的天然林分，此式對森林之經營仍有其重要地位：(1)封閉林分提供一個經營作業方式的判斷標準；(2)自我疏伐定律可作為應用在任何密度林分下的一般性準則(Zeide 1985)。森林從業人員亦需這樣的工具以選擇合理的經營原則和具體的處理方式(Drew & Flewelling 1977)。

二、林分密度管理圖

林分密度管理的討論重點是將密度對生長的影響數量化，便於預測密度之影響；而自我疏伐定律表示任何年齡地位之林分在任何密度下之最大生物量關係式，生物量若以樹幹材積代之，則成為林分密度管理模式，其為林分密度指標的基礎，實際應用於林分密度之分析與經營。林分密度管理圖係根據在自我疏伐狀態下的林分之密度與生長模式，導出林分密度效果法則後所編製之曲線圖，在圖上表示出各種密度及生育階段之林木胸高直徑、樹高及材積等，可從數量上求出自造林以至伐期之合目的的林分密度管理，以供決定疏伐度及預測收穫量之用，為目前實施疏伐之最佳準則(Drew & Flewelling 1977、1979, Long 1985, Newton 1987, Smith & Brand 1987)(詳細編製方法及過程可參閱：楊榮啟、林文亮，台灣北部柳杉人工林之林分密度管理圖，國立台灣大學，台灣省林務局合合作試驗報告，第31號，1980)。

三、應用情形

在美國和日本林業界，林分密度管理圖已成普遍使用的方法，台灣省林務局亦已決定分別按照樹種及林區編製林分密度管理圖，作為實施疏伐之指針。

林分密度管理圖在疏伐決策上及其收穫量之預測上非常有用，舉例說明如下：

(1)某目標林分造林時之栽植密度為：3000 株/ha

(2)選定之保育形式為：

林木之平均樹高達10公尺時，實施第一次疏伐；

林木之平均樹高達14公尺時，實施第二次疏伐；

每次之疏伐率皆定為株數之30%；
林木之平均樹高達18公尺時，實施主伐。

(3)沿圖13上3000株之自然枯死線可求出：

當林木之平均樹高達10公尺時，其株數已遞減成2,920，此時之平均胸高直徑為10.8cm，材積為120 m/ha。

(4)實施第一次疏伐：共伐去876株，其材積為19 m。

(5)疏伐方式：下層疏伐，故疏伐後上層樹高將不受影響，故沿等平均樹高曲線而變化。又：林分實施疏伐之後，其自然枯死量甚微，可省略不計。

(6)當林木之平均樹高達14公尺時，其平均胸高斷面積已生長為15.8 cm，材積為285 m/ha。

(7)實施第二次疏伐：共伐去613株，其材積為55m，尚存1,431株，其材積為230m。

(8)當林木之平均樹高達18公尺時，其平均胸高斷面積已生長為21.3cm，材積為460 m/ha。

(9)實施主伐加二次疏伐收穫

如此可應用林分密度管理圖比較各種保育形式在生產過程之收穫量，並檢討得失。

四、討論

(一)有關自我疏伐定律之研究

自我疏伐定律自年Yoda等在日本發表，而後由Harper (1967)、White及Harper (1970)將其介紹到西方，廣受生態及森林學者的重視，引起各方面的研究與討論；Drew及Flewelling (1977, 1979)和Long (1985)並據以發展應用於林業之經營上。依據自然疏伐定律之定義，單一族群在不同發育階段若已發生自然枯死，則將循相同之自然枯死線進行自我疏伐。基於如上假設，Yoda等(1963)、White及Harper (1970)對多種植物作觀察，此外Uorham (1979)曾調查29種植物之65個林分資料群，White (1980)亦分析31種植物個別之單株平均乾重與現存密度間之關係，得到的自我疏伐線之斜率均接近-3/2，於是認為自我疏伐定律對植物族群之通則性已不容懷疑。其後又陸續有相關研究將此定律之適用範圍推廣至異齡林及混淆林(Bark han 1978, Malmberg & Smith 1982, Binkley 1984, Westoby 1984等)。斜率雖有某種程度的變異，然部份學者視之為穩定或推論為取樣誤差及自然變異所致。自然疏伐定律已不只被接受，其重要性更被強調且範圍更為擴張。

然而亦有學者持相反的看法，部分學者之研究顯示其通則性值得懷疑，因而認為由此定律僅能顯示一種趨勢，而不應視其為一科學法則(Sprugel 1984, Westoby 1984, Zeide 1985 1987, Weller 1987)。目前對於這許多爭議，由於對導致自我疏伐現象之機制尚無專門而完整的理論基礎，所有的論証均來自觀測資料歸納而得的經驗式；而資料來源多在同一時間由現實林分取得不同密度之生長資料，並不能反映森林之實際發育過程；此外亦缺乏客觀而合理的資料選取及統計方法，以數量化解析林分密度與生物量之動態關係，結果易因個人主觀所影響，故對各論證之爭議很難有一定論。故往後設計實驗之資料來源宜使用永久樣區之生長資料。另一方面則應發展關於自我疏伐現象機制之研究，及最合理的資料分析方法，才能在相同的基礎下探討問題並作進一步的分析。

(二)自我疏伐定律之再分析

雖然自我疏伐定律之關係式可用式(1)之單株平均乾重(w)，或式(3)之林分總生物量(B)表示，但一般學者認為後者較具生態上族群動態的意義。因在現實林分中少有平均重量林木之存在，單株平均乾重是由總生物量除以總株數而來，在自我疏伐的過程中有大範圍的頻度分佈，整體的生態特性可能會因取平均值而消失或發生統計上的誤差；例如一現實林分中其組成個體並未發生實質的生長，但弱小個體的死亡則使其平均重量值增加。此外，單株平均乾重並不直接與株數相關，因植物覆蓋的全部面積是由其樹冠投影計算，而其在樹木所佔的量只能以總生物量表示。又因自我疏伐定律在族群生態和生態系功能上為重要的連繫角色，生物量為顯現其生態特性的一個變數，因此以林分生物量代替單株平均乾重，作為物質生產與競爭關係之解析應較為合理(Westoby 1984, Weller 1987, Newton 1987, 高毓斌 1988)。

Mohler (1978)觀察純林自我疏伐過程之林分結構以解釋樹木的相對生長關係，發現樹木各發育階段的樹幹直徑、樹高、重量分布頻度變化與自我疏伐定律之假設和敘述的情形不符：重量密度之對數關係應為一漸近的曲線變化，因發育過程為連續而具變化的，而曲度將因起始密度之增加而增大。

Zeide (1985)對樹木耐陰性的研究得到一結果：混淆林中耐陰樹種之存活機會較非耐陰樹種者高的此一事實，並不表示在純林中耐陰樹種之枯死量會低於非耐陰性樹種；間接與須達完全鬱閉才會發生自然枯死的自我疏伐定律之假設有衝突。Zeide (1987)更進一步根據永久樣區資料討論樹冠的動態鬱閉過程。樹冠的水平鬱閉由二相反的因子影響：一是樹冠的側向生長，使得鬱閉度增加；一是枯死，使得鬱閉度減低；但此二因子不會恰好平衡，在鬱閉最大、競爭最激烈的階段之後，由於發生枯死，空隙面積隨年齡逐漸增大，鬱閉度則逐漸減少。因樹木變大變老，倒木造成的空隙較大，而鄰近木閉合此空隙的能力亦減弱。故林分發育過程中，完全或靜態的鬱閉情形並不存在，且自然枯死不一定必在完全鬱閉時才會發生。由此可推測：若樹木形狀固定，則實際的自我疏伐線斜率應隨年齡的增加而增加(即變緩)。比較四種針葉林永久樣區生長資料顯示：20-30年間樹冠密度最大，亦是自然枯死最顯著的時期，此階段的斜率較理論值為陡；44-54年間其斜率將漸趨於理論值；往後樹冠空隙將逐漸增大，其斜率則愈平緩而漸偏離理論值。故森林自我疏伐之斜率非為一定值，將因發育階段而異。同齡林林分全部生命歷程之斜率變化，由負無限大開始增加(變緩)，直到當枯死量等於林分增加的生物量時，斜率等於零；而在林分崩解期間，枯死量大於生物量增加量，斜率變為正數(Zeide 1987, 高毓斌 1988)。

此外，自我疏伐定律之斜率值亦可從相關的生態因子方面加以討論，特別是樹種之耐陰能力及生育地品質。先前的研究認為土壤肥力可決定達鬱閉的速率，但不影響生物量積聚與枯死量之關係，亦即不會改變自我疏伐定律之斜率值；非耐陰性且地位品質差或生長在邊緣地帶(如高海拔、寒冷、乾燥等情形)者通常只有在其生命後期才達鬱閉，且往往有較短的生命週期。Zeide (1987)推論在最適生長條件下，其自我疏伐定律之斜率接近理論值會維持較久之時間，且較條件差者為陡。由挪威雲杉(*Picea abies*)和花旗松(*Pseudotsuga menziesii* (Mirb.) Franco var. *menziesii*)之永久樣區生長資料顯示(參考圖13-12)：自我疏伐定律之斜率將因地位優劣而異，生長在較佳地位之林分較早達樹冠鬱閉，且維持鬱閉狀態時間亦久，其斜率雖亦隨林齡之增大而趨於平緩，但變動趨勢不似地位差者激烈(Zeide 1987, 高毓斌 1988)。其有關樣區之參數如表13-4

表13-4 永久樣區的描述

Figure	Species	Ages	Place	Source
1.1	<i>Pinus strobes</i> L.	15-54	Plot 2B Michigan, USA	Spurr et al. 1957
1.2	<i>Pinus strobes</i> L.	19-54	Plot 2C Michigan, USA	Spurr et al. 1957
1.3	<i>Pinus resinosa</i> Ait.	15-54	Rocklantz plot, Canada	Von Althen et al. 1982
1.4	<i>Picea abies</i> (L.)Karst	19-72	Plot 3652, England	J.M. Christie
1.5	<i>Picea abies</i> (L.)Karst	45-84	Plot N-T19-5	Anon. 1974
1.6	<i>Pinus sylvestris</i> L.	70-112	Plot BD-610-3, Sweden	Anon. 1974

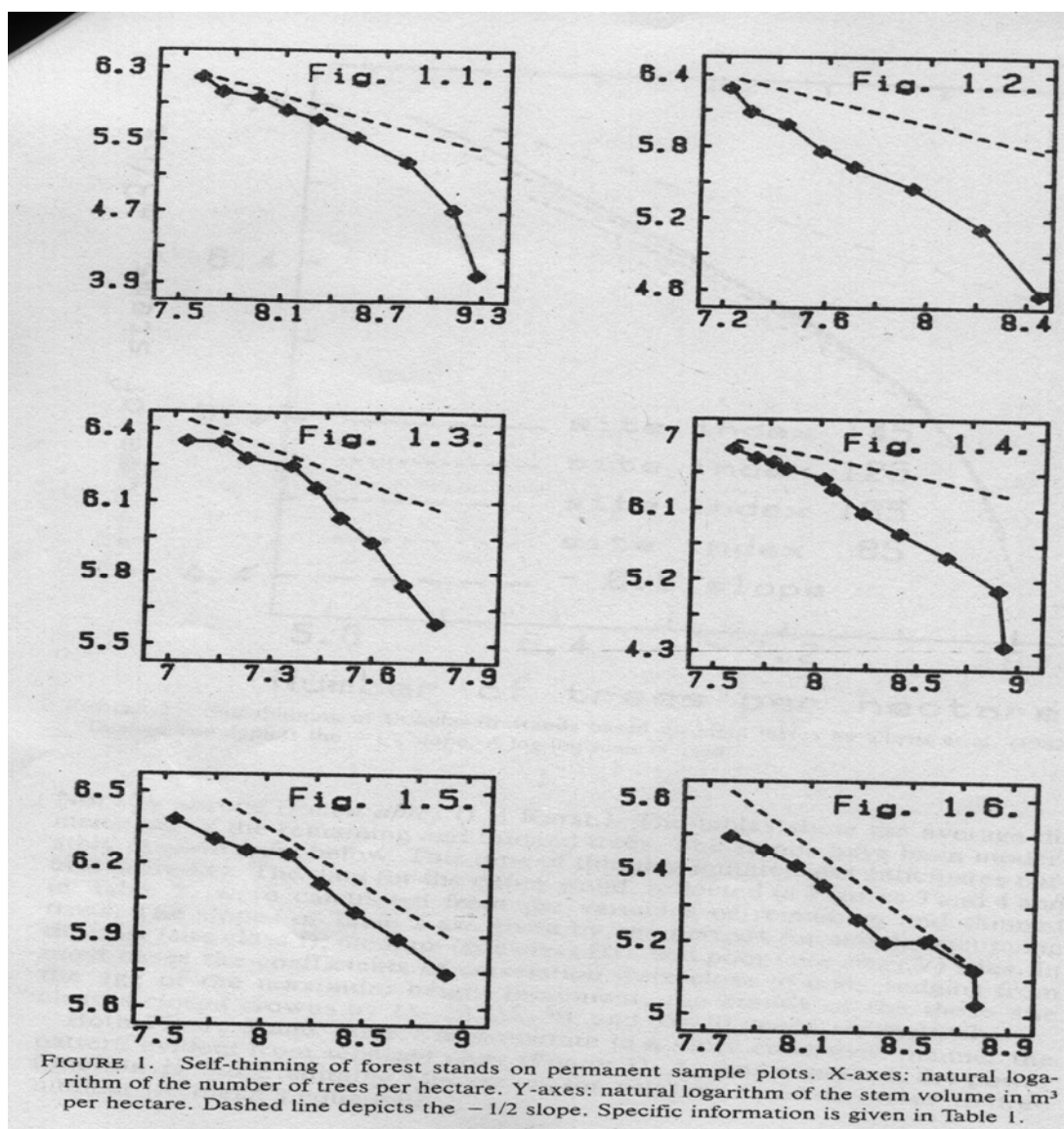


圖13-12 永久樣區自我疏伐林分，X軸：自然對數的每公頃林木株數；Y軸：每公頃材積量的自然對數、虛線(· · ·)為-1/2斜率的線(Zeide 1987)

自我疏伐定律被一致延用超過二十年必有其原因，Zeide (1987)認為有幾種原因：此

定律對草本植物常可成立，可能因其生命期較短；或在某特定時期內影響斜率各因子可能極微小或彼此平衡抵消，以致產生一相當直的自我疏伐線，其斜率為-3/2；在此情況下產生一令人相當滿意的模式。計算統計上的缺失可能更使圖形產生迷惑；此項誤差的問題須有合理的分析方法才可解決。此外，其他可能原因多為人為的因素，常為證實某種論點而設計實驗，於是往往因資料選取的主觀而無法發現問題，或將誤差視為自己的疏忽。

(三)檢討

儘管自我疏伐定律一再被提出討論，但實質上仍有其意義。最初對生長量的認知僅止於為時間的函數；自我疏伐定律的提出將其加上密度因子並模式化，促使進一步發展應用於林業之密度管理上，為林業之經營提供一準則，兼具時效性與經濟性。關於後來對自我疏伐定律的評論並非否定自然疏伐的現象，而是就其固定斜率的通則性及其變動因子作討論；對定律本身來說應為正面的作用，有繼續修正發展的前瞻性。吾人可視自我疏伐定律為顯示生態系現象的一般趨勢，有一範圍的包容性，不必將其視為一科學法則。在尚無更完整的模式發表且具體應用前，對於根據自我疏伐定律而發展的各種應用宜採較保守的態度，應用前宜先對經營目標的條件作瞭解，以決定是否適用，或應用的程度；目前之應用方法是分別按照樹種及林區編製林分密度管理圖，以期儘量減低各種不確定性因子造成的誤差。然而最積極的態度為依據生態特性研究發展合宜的動態模式。但由於林業的經營需時長久，試驗工作亦需長久時間，才可尋得確實而優良的決策準則。故近期內自我疏伐定律在林分密度管理上之應用仍具相當的價值。

13.7 結論

因自然疏伐現象在生態上有其重要意義，使得將其具體模式化的自我疏伐定律更顯其價值。森林之密度管理以自我疏伐定律的觀念為基礎，進一步發展出林分密度管理圖，已為實施疏伐作業之準則。由於此定律之發表為一經驗式，而其立論基礎亦不完整，故有許多潛在缺失。面對這些問題，須由幾個方向努力：(1)對自我疏伐之機制作專門性的研究，作為往後模式發展之基礎。(2)選用適當的資料選取及分析方法，以為客觀的評析標準。(3)發展符合生態現象的動態模式。(4)在無更完整的模式發表之前審慎應用。

13.8 引用文獻

楊榮啟，民69(1980)，森林測計學，國立編譯館。

彭英藏(譯)，民70(1981)，疏伐綜合技術，行政院國軍退除役官兵輔導委員會森林開發處叢刊。

劉崇瑞、蘇鴻傑，民72(1983)，森林植物生態學，台灣商務印書館。

周楨、楊榮啟、焦國模，民46(1957)，柳杉栽植距離與生長之關係，台大實驗林實驗報告，10：1-67。

彭英藏(譯)，民46(1957)，林分密度之組成，台灣森林，3(9)：31-33。

王子定、劉嘉昌，民53(1964)，疏伐之實行與價值，台灣林業季刊，1(1)：2-21。

楊榮啟、陳昭明、林文亮，民65(1976)，柳杉人工林之經濟疏伐，台大實驗林實驗報告，118：39-93。

楊榮啟、林文亮，民69(1980)，台灣北部柳杉人工林之林分密度管理圖，國立台灣大

學，台灣省林務局合作試驗報告，第31號。

周昌弘，民72(1983)，植物毒物質在植物生態學上的地位，科學發展，1(11)：18-22。

邱志明，民77(1988)，疏伐決策與實施綱要，台灣林業，14(4)：5-19。

高毓斌，民77(1988)，森林之自然疏伐定律。

Clutter *et al.* Timber management. p63-83.

Silvertown, J. W. Introduction to plant population ecology. 2 vols. p52-76.

Drew, T. J., and J. W. Flewelling. 1977. "Some Recent Japanese Theories of Yield-Density Relationships and Their Application to Monterey Pine Plantations". For. Sci. 23 : 517-534.

Drew, T. J., and J. W. Flewelling. 1979. "Stand Density Management : An Alternative Approach and its Application to Douglas-Fir Plantations". For. Sci. 25 : 518-532.

Gorham, E. 1979. "Shoot Height, Weight and Standing Crop in Relation to Density of Monospecific Plant Stands". Nature 279 : 148-150.

Hutchings, M. J., Budd, C. S. J. 1981. "Plant Competition and its Course Through Time". BioScience 31 : 640-645.

Long, J. N. 1985. "A Practical Approach to Density Management". For. Chron. 61(1) : 23-27.

Mothler, C. L., P. L. Marks, and D. G. Sprugel. 1978. "Stand Structure and Allometry of Trees During Self of Pure Stands". J. Ecol. 66 : 599-614.

Newton, P. F. 1987. "Development of A Stand Density Management for Pure Black Spruce Forest Types within Central Newfoundland. I. Applicability of the self-thinning rule".

Smith, N. J., Brand, D. G. 1987. "Compatible Growth Models and Stand Density Diagrams".

Weller, D. E. 1987. "A Reevaluation of the $-3/2$ Power Rule of Self-thinning". Ecol. Monogr. 57(1) : 23-43.

Westoby, M. 1984. "The Self-thinning Rule". Advan. Ecol. Res. 14 : 167-225.

Zeide, B. 1985. "Tolerance and Self-thinning of Trees". For. Ecol. Manage. 13 : 149-166.

Zeide, B. 1987. "Analysis of the $3/2$ Power Law of Self-thinning". For. Sci. 33(2) : 517-537.

林分密度管理圖與競爭指數之應用實例

(一)樣區現況

以惠蓀林場第三林班杉木山腰試驗樣區 WA2、WB2、WC2 樣區為例，該杉木試驗林分，造林時栽植株數為每公頃 3300 株，在林分 13 年生時以胸高斷面積為基準，分別進行胸高斷面積疏伐強度 20%、40%、60%三種處理(株數疏伐強度約為 40%、60%、77%)，此後就不曾再進行疏伐，於 17 年後(30 年生時)再進如林分調查，樣區中的疏伐及枯死株數如表 13-5 所示。

表 13-5 惠蓀林場第三林班杉木山腰試驗樣區 WA2、WB2、WC2 樣區疏伐及枯死株數表

樣區	WA2	WB2	WC2
----	-----	-----	-----

疏伐前株數(13 年生)	3230(株/ha)	3120(株/ha)	3260(株/ha)
疏伐株數(13 年生)	1950(株/ha)	1280(株/ha)	740(株/ha)
疏伐後株數(13 年生)	1280(株/ha)	1840(株/ha)	2520(株/ha)
胸高斷面積疏伐強度	20%	40%	60%
株數疏伐強度	40%	60%	77%
疏伐後株數(30 年生)	1430(株/ha)	1030(株/ha)	620(株/ha)
枯死株數	520(株/ha)	250(株/ha)	120(株/ha)

(二)林分密度管理圖的應用實例

由表九得知各樣區疏伐後的株數，再對照表六各樣區之材積或平均胸徑，即可在林分密度管理圖上找出各樣區之發展過程路線，如圖 13-13 所示。一般杉木人工林主伐年齡為 20-30 年(劉景芳、周政賢，1984)，由圖 13-13 及表 13-5 中，吾人可發現：1.疏伐強度較大則枯死株數較少、林木形質較優，但相對的每公頃總材積卻較小。2.本試驗樣區已至主伐年齡，生長方面已呈現遲滯，故建議該地區應實施主伐。

因此若能依據杉木林分具體的培育目的，在不破壞林相及不影響林木生長的前提下，一般是以密度管理線 0.4-0.6 為基礎，來訂定疏伐計劃(劉景芳、周政賢，1984)，如此不但能促進保留木的生長、促使材質優良並能降低林木的枯死率、減少資源的無償浪費以增加中間收益，故於此提出較理想的保育模式發展過程路線與各樣區之發展過程路線比較之，如圖 13-13。

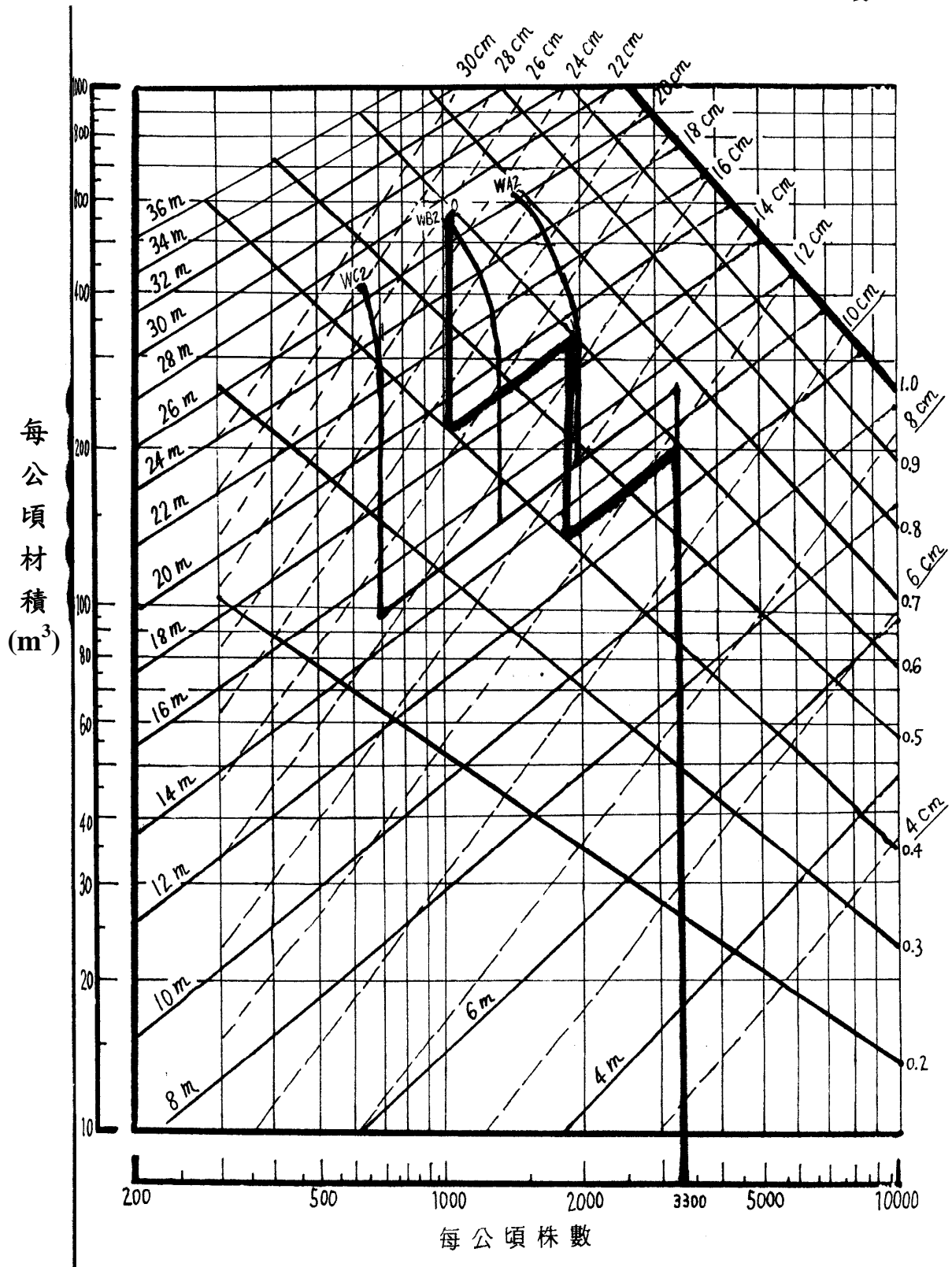


圖 13-13：不同保育模式之杉木林分密度管理圖

初植密度同為每公頃3300株的林分，因不同的撫育疏伐作業會有不同的發展路線。紅線表示理想的保育模式。

第十四章 生態演替模式

14.1 生態學、模式與生態演替

近一百年來，生態學家對於自然現象的研究，多以演替(Succession)為重；而生態演替研究的重心，又在於決定樹種組成的改變及生態系的屬性(如：生物量，雜異度)。由於在演替的研究中，常以森林為考慮的對象，而森林具有長期系統動態之特性，所以森林確實的形態，常由推論而得。由於主觀性的推論，使得生態學家之間，對於演替的特質，一直無法取得共識，生態演替的機制也因此產生混淆，對生態演替不能有進一步的研究瞭解。由於此一缺失，最近生態學家在研究演替時，便開始使用有關森林動態的數學模式。因為模式可以對演替機制產生一個形式化的敘述(Formal description)，所以可分析產生有關長期生態系統動態的預測，藉以修正以往對於生態演替機制的混淆，更進而利用模式，模擬演替形態，以使生態學家對長期森林動態和生態演替，有更新的瞭解與突破(Shugart & West 1980)。

14.2 測計、模式與生長收穫

長久以來，森林學家一直希望能對森林資源作有計畫的利用。基於此一目的，森林學家需要有計算現有資源並預測未來資源的能力，為了計算現有資源並預測未來資源，於是生長收穫的研究成為森林經營的核心，以往研究收穫主要以法正林經營觀念，以單位材積和林齡兩個因子，利用繪圖技術來建立收穫表，也就是以法正林—假設的理想林分為基礎，來作資源的計算及預測，但是收穫表並不能適用於任何情況，若林分曾經經過育種改良或環境改變，收穫表便不能產生準確的預測，造成了許多困擾。

為解決此一困擾，森林學家發展了森林生長收穫模式，希望能代替以往的收穫表，對森林的生長有更進一步的瞭解，並且逼近於森林生長的確實形態。使得森林經營者，更能有效的掌握林木的生長與收穫。

14.3 生長模式與生態演替

森林學家與生態學家，近年來分別在其研究領域中，發展各自所需的模式技巧，但兩者在模式資訊上的交流卻很少，這是一個很可惜的現象；其可能原因有二：模式的充分發展還是最近之事，並且，森林模式多發表在非森林學家少見的刊物上，因此造成了這一現象。

本篇之目的在重新檢討森林學及生態學這兩方面，有關模式的發展，並對生長模式如何應用在生態演替中，作一個介紹。

14.4 模式

一、模式之定義及分類

使用模式的目的，在對自然界的各種現象加以描述說明，以增進對各種自然現象的瞭解，並進而加以預測。Starfield和Bleloch在1987年，將使用模式之目的整理出：1. 定義問題。2. 整理思考。3. 瞭解擁有之資訊。4. 溝通並測試對資訊之瞭解。5. 預測。這五點。

模式的特性為：1. 將自然界的現象帶進室內，使自然界的現象重現，以便作各種處理。2. 預測自然界的現象，以便於各種計畫。

廣義的模式可分作三大類(Stoltenberg *et al.* 1970)：

1. 模型(Iconic)：以縮小比例尺重現原形，如各種實體模型。
2. 類比(Analog)：將現實狀況，用另一種方式類推表示。如等高線圖。

- 3.符號(Symbolic)：用文字、數目或其他符號來表示真實狀況。而其中以利用各種數學關係和方程式，來表示自然界現象的數學模式最為理想。因為數學模式在解釋及推論方面的能力較強，可以應用在各種研究領域中，一般所謂的模式，指的就是數學模式。

二、生態模式

生態學家自1960年代起，開始發展生態模式。此處依模式討論對象，將森林模擬模式分為三類(Shugart & West 1977)。此三者曾發表過之文獻及資料，如表2-1所示。其中有關森林生態演替之模式，以框線標出。

1.林木模式(Tree model)：

將單一林木作為森林模擬的基本單位，從最簡單的某樹種之單一林木被另一樹種取代的機率表，到非常複雜的，不同大小之不同樹種的三維幾何模式都有。

2.空間模式(Gap model)：

在一個很小的單位空間內，動態的模擬每株林木之特殊性態值。此一單位空間之形成，是因為樹冠間隙，或取樣的樣區。

3.森林模式(Forest model)：

以全林分作為模式模擬之對象。以下則將這三種模擬模式分別加以介紹：

(1)林木模式：

A.考慮主體

以單株之林木為主體，其中考慮空間配置者加入其他林木對目標林木之影響，不考慮空間配置者則以平均木或標準木為代表。

B.應用範圍

同齡之純林、同齡之混淆林；異齡之純林、異齡之混淆林。

C.模式介紹

林木模式之類型，依所使用的林分狀態，分為以下五種：

(A)純林，空間配置之模式(同齡林或異齡林)：

- 對象：限於評估經濟林複雜之造林、栽植株距及收穫計畫。
- 考慮因子：林木之定期生長，包括直徑、樹冠體積、尖削度等。
- 不可用於生態演替之模擬。

(B)同齡之純林，不考慮空間配置的模式：

- 對象：經濟林，十分均勻之林相(與上述模式為兩可選方案)。
- 考慮因子：林分斷面積、立木密度(以株數表示)、材積(或生物量)。
- 方法：利用上述之考慮因子對時間的微分方程式(如 dV/dt)，使用一平均木，來計算材積或蓄積量與斷面積之間的關係。因為所作的假設為同齡之純林，林相十分均勻，所以可以用平均木材積與株數之乘積作為全林材積的代表。也因此一假設，限制了這個模式使用的範圍。

(C)同齡之混淆林，不考慮空間配置的模式：

- 方法：在混淆林中，不管樹種的不同，把標準大小的林木當作標準木，將不同林齡的標準木代入動態方程式系中，以解決全林分的建造。
- 使用在異齡林之修正：Suzuki和Umemura在年曾在異林齡上應用此一模式，加入了機率的考慮，以直徑分布頻度為函數之動態變數，改進此模式之缺失。

(D)異齡林，不考慮空間配置的模式(純林或混淆林)：

- 對象：天然次生林的生態演替。
- 假設：生態演替之特性乃由於包含其中各樹種的性態值而來。

c.方法：使用機率(Stochastic)的觀念，考慮生與死之過程對單一林木的影響，而不計算林木之生長量。

d.優點：使用最少的模式來作演替的模擬。

(E)異齡林、混淆林、空間配置的模式：

a.對象：生態演替。

b.考慮因子：包括形狀(Form)、種子供給(Seed Supply)；一定直徑、一定高度以上之模擬木的確實位置(Location)。

c.方法：利用母數如樹形方程式、樹冠形狀函數、林分密度、種子落下地面之分布形態。

d.此一模擬方法最為複雜而詳細，且不能通用於每一森林體系，必須依各別森林狀況加以修定。但此一模擬方法可以產生許多複雜的預測，這是其它普通森林調查所不包含的。

以上五種模式中，使用於生態演替之模擬模式者，為第四和第五種，至於第一至三種，則因為1.不考慮演替模擬所應考慮之現象。2.資料來自生長旺盛之壯齡林木，並以疏伐或收穫代替枯死率。3.不考慮樹種間相互影響之關係。所以不能用在生態演替研究上。

(2)空間模式：

A.考慮主體

以天然間隙或人為調查樣區為準，畫分出之小群林木。

B.應用範圍

異齡之混淆林。

C.模式介紹

空間模式可分為以下兩類：

(A)非空間配置模式

在一個限制的單位空間內，計算樹與樹之間相互競爭的關係，以模擬演替。例如將林分分為許多類型，預測在某一時期之後，一類型會變成另類型。

(B)垂直空間配置模式

模擬每株林木直徑的每年變化，以直徑來決定樹高，再利用模擬樹冠面積來發現因陰影所造成之競爭關係。觀察這兩種方法，不難發現這兩種方法，都使用林木競爭的關係來決定演替，來模擬天然林之長期動態演替。則空間模式使用在生態演替之研究上的可行性，不言而喻。

(3)森林模式：

A.考慮主體

整個林分或森林。

B.應用範圍

異齡之混淆林、同齡之純林。

C.模式介紹

(A)同齡之純林的模式

收穫表即為憑經驗所得之模式，考慮之層次為整個林分。

(B)異齡之混淆林的模式

假設所有景物皆由許多隨演替過程而改變的鑲嵌元素所構成，此一隨演替過程而作的改變可以是逢機的(Probabilistic)，也可以是持續性的，使

用比率來表示鑲嵌元素之改變。

以上兩種模式，第一種不能使用在生態演替之研究上，第二種可以，其道理在模式之方法上，就可以明顯看出。

三、生長模式

在林學上，Spath (1797), Hossffld (1822)及Smallan (1837)等，很早就將數學模式應用在測計學及林木生長研究上，供作推定或預測之用，以表示各因子間量的關係。生長模式雖不能將現時情況詳盡的表達出來，但能扼要表出近似現時情況的有用資訊，如生長極限值，連年生長量達最大時的總生長量與林齡(楊榮啟 1977)。將依分生長模式為三類，此一分類乃依據模式之主要關係與變數來加以分類。

- (1)全林模式(Whole stand model)：利用林分變數(林齡或斷面積)來描繪整個林分。
 - (2)直徑級模式(Diameter class model)：描繪每一直徑級之平均木，再將各級收穫或各株收穫累加，即可得全林分材積。
 - (3)單木模式(Individual tree model)：對每一樣本或每一林分的每株樹加以描繪。
- 以下分別介紹此三種模式，其分類表見表14-1：

表14-1 林分生長模式分類表

模式使用程式：最初關係及變數	
I、全林模式	
A.不考慮密度之模式	
1.法正收穫表	$V_a = f(A, S)$
2.經驗收穫表	$V_a = f(A, S)$
B.考慮密度之模式	
1.推測現時材積 V_I	
a.直接模式	$V_I = f(A, S, D)$
b.非直接模式 (直徑分布)	$\begin{cases} f(d_i) = f(A, S, D) \\ V_i = f(d_i) \\ V_I = \sum_i V_i (nd_i)_I \end{cases}$
2.推測未來生長量 g_{I2} 及體積 V_I	
a.直接模式	
(i)直接生長推測	$\begin{cases} g_{I2} = f(S, A, D) \\ V_2 = V_I + g_{I2} \end{cases}$
(ii)林分密度推測	$\begin{cases} D_2 = f(S, A_I, A_2, D_I) \\ V_2 = f(S, A_2, D_2) \\ g_{I2} = V_2 - V_I \end{cases}$
b.非直接模式 (直徑分布)	
	$\begin{cases} D_2 = f(S, A_I, A_2, D_I) \\ f(d_i)_2 = f(S, A_2, D_2) \\ V_2 = \sum_i V_i (nd_i)_2 \\ g_{I2} = V_2 - V_I \end{cases}$
II、直徑級模式	

A.經驗林分表計劃	$\begin{cases} (nd_i)_2 = f[(nd_i)_1, INCR] \\ V_2 = \sum_i V_i (nd_i)_2 \\ g_{12} = V_2 - V_1 \end{cases}$
B.直徑級生長模式	$\begin{cases} (nd_i)_2 = f[(nd_i)_1, S, P_{12}, D] \\ V_2 = f(d_i) \\ V_2 = \sum_i V_i (nd_i)_2 \\ g_{12} = V_2 - V_1 \end{cases}$
III、單木模式	
A.距離相依	$\begin{cases} CCI_k = f[DIST_k, D_1, S, (d_k, h_k, c_k)_1] \\ (d_k, h_k, c_k)_2 = f[CCI_k, D_1, S, P_{12}, (d_k, h_k, c_k)_1] \\ V_k = f(d_k, h_k) \\ V_2 = \sum_k (V_k)_2 \\ g_{12} = V_2 - V_1 \end{cases}$
B.距離獨立	$\begin{cases} CCI_k = f[D, S, (d_k, h_k, c_k)_1] \\ \text{其他與III-A之模式相同之公式} \end{cases}$

S	=地位	nd_i	=直徑級 <i>i</i> 之株數
A	=林齡	$(nd_i)_1$	=直徑級 <i>i</i> 在生長期初、期末之株數
P_{12}	=生長期間	$(nd_i)_2$	
D	=林分密度	$INCR_i$	=在直徑級 <i>i</i> 時，林木之經驗生長量
i	=直徑級	k	=林木 <i>k</i>
$f(d_i)$	=直徑分布函數	d_k	=林木 <i>k</i> 之直徑
V_a	=林齡 <i>A</i> 之林分材積	h_k	=林木 <i>k</i> 之樹高
V_1	=現實林分材積	c_k	=林木 <i>k</i> 之樹冠大小
V_2	=生長期終之林分材積	CCI_k	=林木 <i>k</i> 之樹冠競爭指數
g_{12}	=經一生長期之林分生長量	$DIST_k$	=林木 <i>k</i> 與其鄰近競爭林木調查距離
v_i	=直徑級 <i>i</i> 之平均每株材積	$(d_k, h_k, c_k)_1$	=在生長期初、期終，林木之直徑、
d_i	=直徑級 <i>i</i> 之大小	$(d_k, h_k, c_k)_2$	=樹冠、樹高
		v_k	=林木 <i>k</i> 之材積

(1)全林模式：

- A.不考慮密度的模式(Density-free model)：材積之預測所考慮的因子為林齡及地位指數，因為所根據編定之林分不同，分為法正林收穫表及經驗收穫表。"法正"表示自然最大密度，"經驗"表示自然平均密度，所以不必考慮密度因子。
- B.變動密度模式(Variable-density model)：變動密度模式考慮了密度對材積的影響，此一類模式又可分為兩種：(1)直接模式。(2)非直接模式。兩種之區分為：(1)直接模式其現時或預測材積，是由生長函數直接推算，而非直接模式則藉數學式產生之直徑級材積相加而得總材積。(2)直接模式直接預測生長而非直接模式須先預測未來密度，再使用密度計算未來材積，未來材積減去現

時材積，即為生長量。

(2)直徑級模式：

計算每一級之平均木的性態值、材積、生長量，將平均木乘以每一級之株數。此類模式可細分為兩種，其區分為模式採用之資料是由主要林分實際半徑增加的資料，或是由調查樣本所推算之一般生長函數，計算而來。

(3)單木模式：

單木模式是所有模式中最為複雜的，它必須單獨模擬每一株林木。大部分模式要計算每株林木的樹冠競爭指數(CCI)，利用樹冠競爭指數來決定一棵樹是生是死，並使用樹冠競爭指數決定直徑、樹高、樹冠大小的生長量。分為兩種：

A.距離相依(Distance-dependent)：畫出並計算每株目的木與其競爭範圍內所有林木的距離，考慮樹與樹之間因距離而生之競爭關係。

B.距離獨立(Distance-independent)：樹冠競爭指數由目的木之性態值與林分性態值計算而得，不考慮距離之影響。

四、生長模式與生態模式

比較上述之生長模式及生態模式，我們可以發現，雖然以往模式的假設較不具生物上的意義，缺少彈性，但近來模式漸漸注重生物觀點，遇有新資料引進時，可以重新修定，是一種考慮動態的方法。在生長模式中，單木模式可說是一個較接近生態演替的模式，與林木模式中的生態模式相近，可以用來從事生態演替的研究。至於空間模式則是生長模式中全林模式的再發展。以往生長模式偏重於材積的計算與預測，一方面是因應當時之需要，一方面是限於數學模式發展的限制。最近幾年，由於模式技術的進步及社會之需要，已經可以利用生長模式來從事生態演替的研究，所以應整合兩者之技術，共同努力，以增進人類對自然生態演替之瞭解。

14.5 生態模式建立之方法

一、生態模式建立之方法之介紹

數學模式在對森林的研究上，由最初的法正收穫表，然後選取與生長有關之因子加以繪圖，並利用多元迴歸技術作迴歸式，接著使用非線性理論，建立生長模式，到現在要求模式必須同時具備生物上的意義及數學學上的邏輯。森林學家及生態學家各自發展出適用於生態演替上的數學模式，歸納其研究結果，生態模式建立之基本方法有兩種：

(1)馬可夫模式(Markovian model)：利用定量的方法，將一林型轉變成另一林型的情形，用轉變機率(Transition probabilities)表示。

(2)微分方程式(Differential equation)：研究者基於經驗及事實假定獨立變數與從屬變數之間的因果關係，設立合於生物生長現象的模式，然後代以實際資料驗證(楊榮啟 1977)。

以下分別介紹這兩種建立生態模式的方法：

(1)馬可夫模式：

Waggoner和Stephen (1970)發展了一種模式技術，定義一組森林植被可能的情形，然後使用馬可夫鏈來決定森林組成。其基本公式如下所示：

$$\begin{aligned}
 P^{(1)} &= Pp^{(0)} \\
 P^{(2)} &= Pp^{(1)} = P^2 p^{(0)} \\
 P^{(n)} &= P^n p^{(0)} \\
 P^{(n+m)} &= P^{n+m} p^{(0)} \\
 &= P^n (P^m p^{(0)}) \\
 &= P^n P^{(m)}
 \end{aligned}$$

使用步驟如下：

- (a) 首先，為了比較每一階段的改變，並合理的預測平衡或固定狀況，必須先將每一階段的轉變定量的描述。
- (b) 利用調查資料決定轉變機率。如果林分依優勢植被之不同分為許多階段或等級，則經某一固定期間，從一階段到另一階段的轉變，即為轉變機率。將每一階段的轉變機率以矩陣表示。
- (c) 假設轉變乃源於現在的林分狀況，並且每一時期轉變頻度是固定的。
- (d) 將轉變機率的矩陣自乘，就可以計算包含許多時期的一段時間後之可能性，並且可以計算穩定狀況。
- (e) Waggoner和Stephen (1970)所作的實驗，是使用一組五公頃，胸高直徑大於12公釐的林木之調查資料，林齡在25到40年生，此一調查並且於10、30、40年後，重複調查。第一次調查之族群數目為30,000株，最後減少到原來的一半。將林分分成20公尺長，5公尺寬，0.01公頃之樣區，去除遭受干擾，乾旱及過溼之樣區，共有327個樣區。樹種分為五種(Maple, oak, birch, minor, other)，自1927年開始，每10年為間隔，計算樹種之轉變機率，及預測之未來林分組成，其結果見表14-2、14-3。

表 14-2 轉變機率與預測值之比較

	Maple	Oak	Birch	Other	Minor
Observed 1937					
Maple	82	16	13	7	7
Oak	7	72	2	3	7
Birch	2	8	83	7	7
Other	0	0	2	69	7
Minor	9	4	0	14	72
Anticipated, 40yr					
Observed 1967					
Maple	62	32	22	45	21
Oak	0	15	0	0	4
Birch	16	23	54	10	21
Other	2	7	2	17	5
Minor	20	33	22	28	50

表 14-3 兩期間轉變機率之預測

Observations	Maple	Oak	Birch	Other	Minor
1927-1937	39	17	22	5	17
1957-1967	45	1	32	6	17
Maple	53	35	32	22	23
Oak	16	33	8	11	15
Birch	11	19	50	18	18
Other	2	2	4	26	11
Minor	18	11	6	23	33

(2)微分方程式：

將自然界一些連續的現象，用一組微分式計算。當某些變數對另一變數之相對變量可以一個或多個變數的連續變值表示時，即可始用(楊榮啟 1977)。

以下列舉Shugart *et al.* (1973)所作的長期生態演替模式加以說明。

A.使用資料：美國大湖區未受自然或人為破壞之林分。

B.前提假設：

(a)雖然植被分布是連續的，為了模式的需要，將植被依其特徵，把連續狀況區分。

(b)假設某一定階段的植被是固定的。

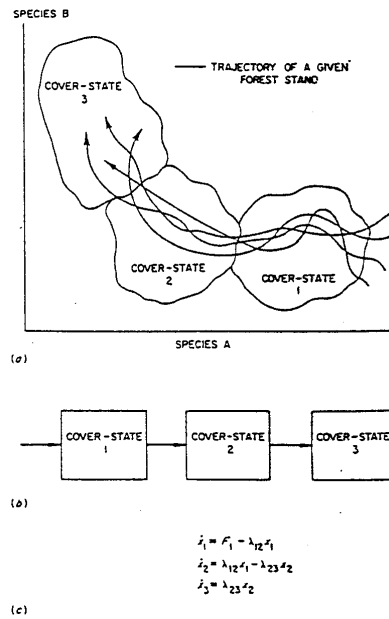
(c)假設對輸出與輸入之機制已被瞭解，這表示起初演替系統的植被資料，足夠供給使用者計算未來演替系統的植被。

(d)當有兩種輸入時，兩種輸入的產生是加成的。

C.方法：

以上之假設使我們可以使用一組線性微分方程式，表示出森林植被的改變，結果顯示森林之演進是沿著一演替歷線進行。演替中出現之不同密度的樹種間，植被變化情形，如圖14-1所示。在指定密度之林分的植被狀況經時變化，可視為經過N維空間的軌線。每一種植被狀況有一個鍊連接可能轉變的植被狀況，整個林分的植被改變關係，於圖14-2中顯示。植被改變關係則經過一組微分方程式表示，舉例如下，改變率(Transfer rates)乃由改變期之倒數乘以改變至另一植被狀況之百分比。

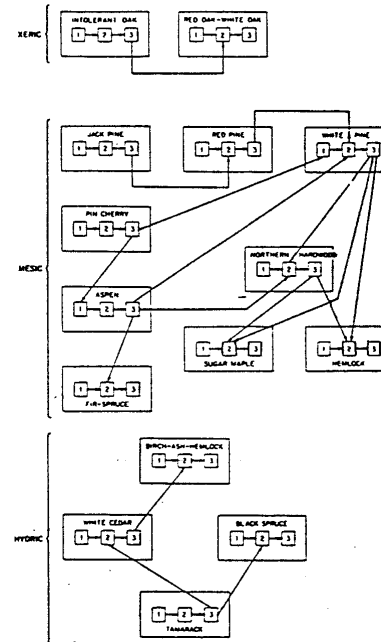
經過以上微分方程式系的計算，可以得到生態演替的模擬狀況。Shugart *et al.*。將調查資料輸入IBM-CSMP電腦系統，以0.01年為間隔，畫出250年的預測結果。其調查資料與預測結果，見表14-4及圖14-3、14-4。一些先鋒樹種逐漸減少，而較耐陰之樹種漸增。



Three abstractions representing forest succession in a large region.

- Regional succession represented by a number of stand trajectories through a species-density hyperspace.
- Compartment diagram showing transfers among cover-states.
- System of differential equations indicating transfers between cover-states.

圖14-1 植被狀況改變之軌線

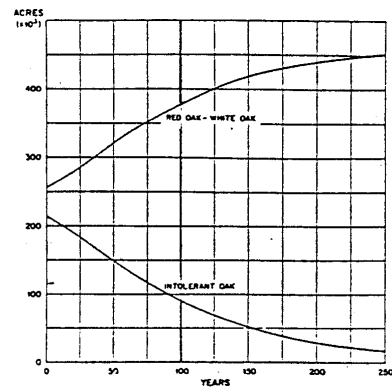


Model topology of western Great Lakes regional succession model. The labeled blocks (modules) indicate forest types identified by dominant tree species. The three blocks within each module indicate the dominant size category of trees (1 = seedling and saplings, 2 = pole timber, 3 = saw timber) within the given forest types. Arrows represent transfers of acreages of land from one block to another.

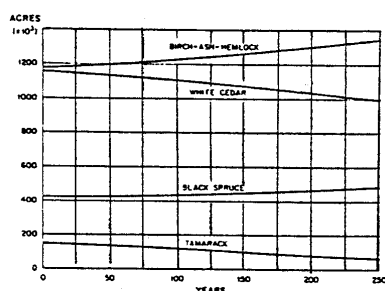
圖14-2 植被狀況改變之關係

表 14-4 植被狀況調查資料

Cover state	Size category (1000 acres)		
	Seed-lings	Pole timber	Saw timber
Tamarack	107.4	35.4	5.0
White cedar	321.4	531.6	303.2
Black spruce	256.4	130.9	33.8
Birch-ash-hemlock	381.4	548.6	247.7
Fir-spruce	338.6	585.3	245.4
Pin cherry	.3	.45	.077
Aspen	1497.3	2256.0	383.7
Jack pine	312.6	231.4	107.7
Red pine	309.9	132.3	116.1
White pine	8.1	9.8	112.6
Hemlock	120.7	339.5	322.2
Northern hardwood	164.4	518.7	190.7
Sugar maple	606.7	1706.1	1619.0
Intolerant oak	40.5	127.7	46.9
Red oak-white oak	48.1	151.6	55.7

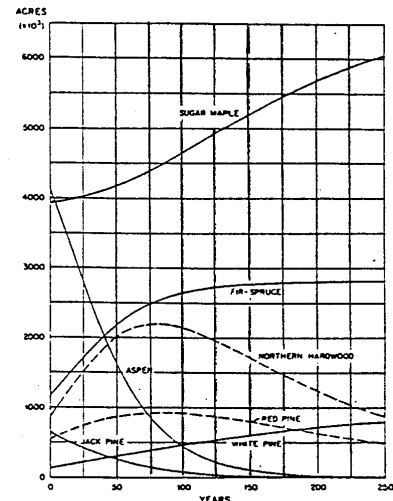


Two hundred fifty-year simulation of xeric portion of western Great Lakes regional succession model.



Two hundred fifty-year simulation of the hydric portion of the western Great Lakes regional succession model.

圖 14-3 演替預測



Two hundred fifty-year simulation of the mesic portion of the western Great Lakes regional succession model.

圖 14-4 演替預測

二、建立之方法之比較

A.解法：

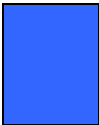
- 1.馬可夫模式：馬可夫模式解法使用反復的模擬過程。
- 2.微分方程式：解微分方程系使用數學分析法。

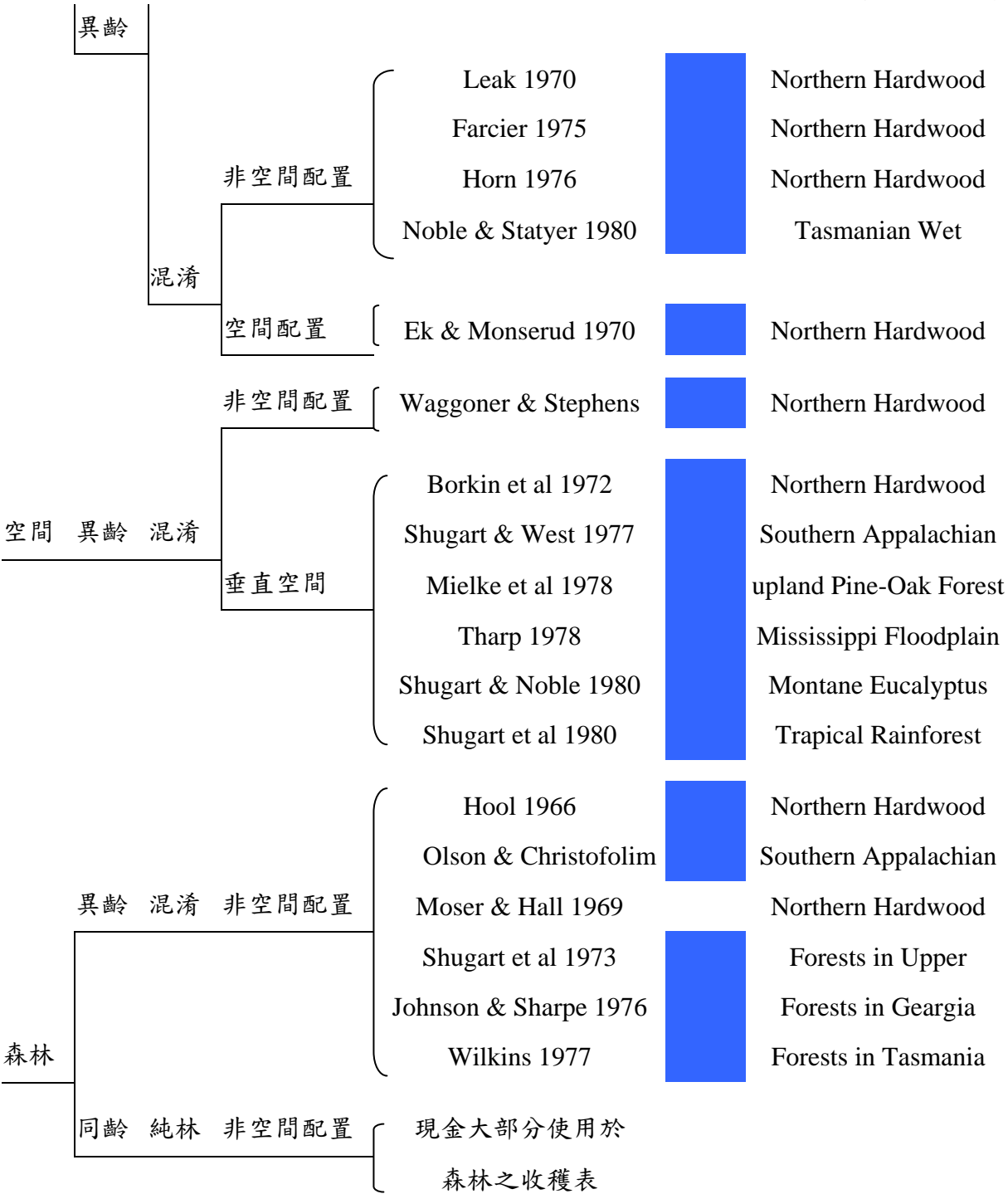
B.優點(Shugart et al. 1973)：

1. Markovian Model：變數的假設乃基於全林分的實際狀況。
2. 微分方程式：(1)使用森林植被對時間的變化率(Rate)，而非轉變機率。
(2)微分方程的數學分析技術，可以提供作經營技術的參考。
(3)解微分方程系所用之電腦時間較少。

至於森林生長模式：生態模式系統若以林木、林分與森林來區分為三類 (Shugart & West 1977)。依文獻及模式分類，分述如表14-5，其中具有關森林生態演替模式，則以框線表之。

表14-5 生態模式分類一覽表

種類	年齡	雜異	空間	文獻	演替	樹種或林型
	結構				模式	
林木	同齡	純林	空間配置	Nownham 1964		Pseudotsuga menxiesu
				Lee 1967		Pinus contorta
				Mitchell 1969		Picea glayca
				Lin 1970		Tsuga heterophylla
				Bella 1971		Populus tramiloides
				Hatch 1971		Pinus resinosa
				Hegti 1974		Pinus banksiana
				Lin 1974		Pseudotsuga menxiesu
			非空間配置			Tsugo neteraphyllia
				Clutter 1963		Pinus foeda
				Curtis 1967		Pseudotsuga menxiesu
				Dress 1970		
				Goulding 1972		Pseudotsuga menxiesu
				Sullivan & Clutter 1972		Pinus faeda
				Burkhart & Strub 1974		Pinus faeda
				Clutter 1974		Pinus rodiaata
				Elfving 1974		Pinus sylvestris
		混淆	非空間配置			
				Soloman 1974		Northern Hardwood
	純林		空間配置	Adtard 1974		Pinus patula Copressus
				Arney 1974		Pseudotsuga menxiesu
				Mitchell 1975		Pseudotsuga menxiesu
			非空間配置	Bosch 1971		Sequora sempervirens
				Namkoong & Roberts		Sequora sempervirens
				Suzuki & Umemura 1974		Chamoecyparis spp



發展模式的最後一個階段，就是測驗模式，經過測驗，才可以確認模式是否可用。模式測驗並不能使模式"有效"或"可信"。模式測驗的目的在測試模式，以決定模式於預測時之信賴度(credibility)。所以模式在測驗時，必須十分嚴謹而合於邏輯，才能達到此一目的。

生態演替模式在測驗時特別困難，因為生態演替模式所預測的現象，可能需要在自然環境中經過很多年，甚至經過很多代，才會出現，某些生態演替模式所含的機率性質(stochastic nature)，則要求一個大樣本的觀測資料，才能測驗。所以，大部分演替模式的測驗，必須依賴推論而非直接觀測。

模式測驗的過程，可以概分為六類(SHUGART & WEST1980)如下所示：

一、過程(BRUTE FORCE)：

- 1.方法：將模式所得的預測結果直接與此林分之實測值比較，利用兩者之誤差作測驗，在測驗以森林為導向的模式時，更需使用指定之資料組作測驗。
- 2.資料來源：建立模式時使用之資料組。
- 3.限制：
 - (1)某些測驗所需的資料很難取得(如評估氣候改變的資料)，使得這種測驗方法使用的範圍受到了限制。
 - (2)為了模式的應用，在設計模式時，不希望使用大量而費錢的資料。在測驗時當然也必須考慮此一因素，而表14-1中，用於研究生態演替的模式，在使用此種測驗時，多需收集這種資料，造成了另一種限制。

二、邏輯法(LOGICAL)：

- 1.方法：強調模式建立的原則及模式的假設，檢查模式之假設是否合理，如果模式之發展乃基於一合理之假設，則我們承認因之而生的模式可以產生合理的結果。
- 2.資料來源：模式本身之假設。

三、長期預測法(LONG-TERM PROJECTIONS)：

- 1.方法：利用森林動態之延伸資料，建立演替模式之測驗，將模式預測的結果與其他未受干擾林分作比較。
- 2.資料來源：其他未受干擾之林分。
- 3.限制：因為此一測驗方式使用另一組未受干擾之棲群動態的資料，所以只有一些關於演替的模式可以使用這種測驗方法。尤其在森林演替模式的長期預測上，可使用新收集到的資料重新檢查，以發展對森林動態的理論瞭解。

四、歷線預測法(PREDICTING GRADIENT RESPONSES)：

- 1.方法：檢查模式之預測是否符合一些生態曲線的趨勢。
- 2.資料來源：其他已發生過之生態曲線(如洪水氾濫曲線、野火頻度曲線)。
- 3.限制：在預測較高層次之交互作用產物上(範圍較大，考慮整個林分)，效果較佳，而不能預測單株的生理變化。

五、後視法(HINDCAST)過程：

- 1.方法：檢查模式之預測是否符合過去發生過的事件。
- 2.資料來源：過去發生過的事件，如病害、花粉紀錄顯示之氣候改變。

六、偶發事件(ACCIDENTS)：

- 1.方法：由於資料輸入錯誤，產生不同之結果，卻意外的發現合於真實情況。

2.這種因意外而產生的測驗結果，常有所聞，對於模式的測驗貢獻頗大。以往這種測驗方式因不合傳統又太過戲劇化，它們的重要性常被低估了。

14.7 討論

森林生長模式是將生長行為按照所定目的使其模式化。所謂目的是對樹木全體，構成器官或是林分總量生長過程的理解，供作預測將來生長的基礎。模式為達成上述的理解及預測，將複雜生長現象在不喪失其本質的情況下，使用單純化的形式表出(楊榮啟 1987)。

也就是說，模式將一些複雜的自然現象，依目標之不同，予以簡化，以增進瞭解並加以預測。而生長模式所欲模擬的就是生長，利用生長模式可以瞭解目的林分林木生長的現象。一個好的生長模式，必須具備的條件是：1.表現生長現象的結構並具有生物學的理論基礎。2.有描述生長現象的能力。3.有解析及理解生長現象的能力。4.母數可做合理的推算，因而產生預測的能力(楊榮啟 1987)。

而生態演替模式也是一種模式的應用，所欲模擬的是生態演替，希望能利用模式來瞭解生態演替之現象，並利用模式對此一現象加以預測。當然，要能瞭解並分析生態演替現象，模式本身必需要合乎數學邏輯及生物觀點，不但可以表現並描述生態演替之現象，而且有能力作合理的推算預測。其要求之條件與生長模式類似。

近年來，生長模式的發展已經使得森林學家開始注意森林內其它生態因子對林木的影響，如氣候因子、土壤性質、太陽輻射量、樹與樹之間因競爭所產生的相互作用等等。而生態學家近年來也注意到模式在生態演替上發展的潛力，發表了許多有關的文獻，由於森林常為這些文獻所討論的對象，所以一些生態因子如環境對植物的影響，植物與植物間相互的影響，整個植被狀況的改變，也是這些生態演替模式所常常討論的範圍。

我們可以看出兩者之間，除了對象稍有不同外，研究架構是一致的。一個模式的產生，從資料的收集、分析、模式的發展及測試，過程十分繁複，尤其是從事森林及生態演替之研究，資料不但繁多，而且常常需要很長的時間去收集，非常困難。現在，森林學家及生態學家已分別研究了許多模式，今後森林學家及生態學家更應攜手合作，共同發展才是。

第十五章 評估模式上使用評估

標準的定義可以減少描述發展、調整、測驗模式中，有關名詞的混淆。

- (1)模式(model)：為一種數學函數，或函數系統，用來描述林木、林分實際生長率與林木、林分、地位因子的關係。
- (2)推算(estimation)：推衍林木、林分實際生長率為林木、林分、地位因子的函數之模式係數的統計過程。
- (3)證實(verification)：以資料來測驗模式，以消除規劃邏輯、數式的缺點、計算誤差。
- (4)調度(calibration)：調整模式以符合某區域狀況，以至有別於模式所根據的資料。
- (5)驗證(validation)：測驗模式的預測能力，盡可能測驗獨立變數。
- (6)檢視(monitors)：連續檢查系統產出，偵查模式的缺點。
- (7)評價(evaluation)：考慮模式如何用、在那裏用、誰來用，模式與其組成分如何操做、系統的品質與是否具生物意義。
- (8)模擬(simulation)：使用生長模式去推算在不同生長條件或砍伐作業下，各時間歷程裏林分的發展。

好的模式建造者應依照生物、生態的知識、生物生長的原則來選擇模式、建立數式。以往研究生長時常受生長變數間相關性高的問題所困擾。這種相關性係由於生命有機體中各維度(dimensions)性態值間的生長關係函數(allometric relationship)，而非真實的因果關係。

模式在其比較或使用以前，應先予以評估。評估是一項複雜的工作，有許多性質特點(trait)需要加以檢視(Buchman & Shifley 1983)，如準確度(accuracy)、精密度(precision)、時間(time dependence)、成本(cost)、生物意義(biological realism)、彈性(flexibility)、簡單(Simplicity)等。若評估者只選擇模式使用者，所面臨的問題為其原則考慮的話，則可減少問題的規模(magnitude)，那麼評估原則(evaluation criterion)即可定義為某變數與森林條件組合的可接受值。模式評估對建造模式者和使用模式者都很重要，因為：

(一)使用者需

- 1.決定所使用的模式
- 2.選擇一致的評估原則
- 3.比較由模式建造者所提供建模的原則
- 4.決定該模式是否適合該資料(亦即是否前題假設相同)

(二)模式建造者，應負責

- 1.執行模式時，所產的資訊

2.提供易於瞭解且適當模式的資訊

評估(evaluation)即評價模式建造者與使用者對模式評定的整個過程。

模式評估對建造模式者和模式使用者都很重要，因模式有很多，如何決定所要使用的模式是否在使用中可被接受？選擇並比較模式建造者所提供的評估資訊為評估原則。使用者可以由建模所用觀測值資料與模式的預測值，加以比較，以便得知模式的好壞謂之證實(verification)，或以符合模式前題假設之非建模的觀測值資料，來測驗模式，由模式獨立變數之推估值與之加以比較，謂之驗證(validation)。但使用者可能沒有資料、時間、金錢或專門知識，去產生評估的資訊，所以模式建造者，應負責提供易於瞭解且有用的量化資訊，以供使用者了解是否符合其所屬？

一般依使用者模式的目的而決定的模式評估的重要原則有三：(一)正確度；(二)精密度；(三)時間，以下詳敘之。

(一)正確度

正確度(accuracy)為推算值的成功度，即模式推算值與真值間的差距。均差(mean error)為推算成功度的典型的統計值，表示推測值與觀測值間的平均差異(mean difference)，如Smith and Raile (1979)討論全州森林資源調查時，由於要瞭解所有森林狀況，所以正確度很重要。

(二)精密度

精密度(precision)為樣本值對平均數的集中度，即圍繞平均值的分散情形。標準偏差(standard deviation of the error)為精密度的重要統計值；Jakes and Smith (1980)研究不同伐採方式的效用時，即很重視此原則。

(三)時間

一般推測的時間長，則該推估值可信賴度減少。所以時間在做預測未來值時，為相當重要的因素，如Botkin et al. (1972)研究森林生態系植物競爭與演替時，係針對長期的預測。所以模式的良窳，受制於時間。

另外，資訊量(amount of information)通常由平均變異(variance of mean, σ)的倒數決定之， σ^2 愈大，資訊量愈少。

$$I = \frac{1}{\sigma_y^2} = \frac{n}{\sigma^2}$$

而當重複(replicate)增加，則族群平均值的估值的精密度會較高，並減少信賴區間的範圍，增加統計測驗的能力，並增加實驗推論的範圍。

驗證(validation)為以資料來測驗資料的推估預測能力，即對模式可接受性的決定，為(使用者)使用模式的最後活動。本單元即對模式使用者與模式建造者於模式評估的角色加以說明。依使用模式來決定評估原則，如Botkin et al. (1972)研究不同海拔高的植

物競爭情形與演替因為該模式做長期預測(projection)，因預測的時間是很重要的因子。Smith & Raile (1979)係探討全州的資源調查，所以對森林狀況的正確度(accuracy)得優先考慮。Jakes & Smith (1980)研究不同砍伐效用，所以精密度(precision)為主要的考量。

第十六章 生長模式在森林決策系統中所扮演的角色^{*}

The Role of Growth Models in Forest Management Decision

馮豐隆 譯 ^{**}

本文係Dr. Leary在年月-22日於奧地利維也那舉辦的"森林經營決策中的人工智慧與生長模式"(Artificial Intelligence and Growth Models for Forest Management Decision)研討會中被邀請發表的文章，可以說對生長模式在森林經營決策中的地位、過去的問題與來日的期望做一深入的探討，譯者發現其內容頗值林業經營者的參考，故特予翻譯。雖努力翻譯，但由於譯者才疏學淺，尚有許多翻譯不周之處，敬請各位林業先進予以指正。

森林資源經營係以經濟效益、社會需求、生態調和及一些生物性意義為基礎來討論如何獲得並維持樹種組成、林分結構、蓄積與林木生長在時間與空間配置上的秩序化。改變森林蓄積的森林經營決策準則，可能隨著不同會議、不同人團討論而有不同的結果。生長模式的發展如同環境一般，變化相當快速。傳統的生長模式為求得森林蓄積的秩序化與經濟效益。而今日的生長模式則被用來推估林木、林地及森林對人類社會中所提供的各種效益，如森林所提供的非商品使用時，其未來狀況之可靠推測等。更有許多組織、機構利用生長模式來制定重要決策。然而最近提供模式研究的經費卻有減少的趨勢，模式研究人員的不足等現象，諸如此類皆造成模式研究者的壓力逐漸增加。

關鍵字：生長模式、森林經營、模式精密度、模式標的。

16.1 前言

生長模式於森林經營決策中主要角色之一為提供林分蓄積量的合理推測與預測。這種角色的焦點應放在過去、現在還是未來呢？生長模式有一定範圍，由以往的收穫表擴展到經驗式，以至於考慮生理、生態的機制模式。過去大部份報告是針對森林經營決策所需資訊。這些資訊包括每天的經營作業，計劃層次，甚至森林計劃的執行等。其實生長模式在世界各國所扮演的角色皆不同，如開發中國家和已開發國家便有所不同，我將針對以下的項目：森林、森林經營、生長模式、生長模式研究者、森林經營者與未來社會等加以討論生長模式所扮演的角色。

16.2 森林

相信大家都同意確實存在一種稱之為"森林"之實體，但每個人對"森林"的感受一定都有所不同，就算是同一群體的人，也是如此，森林學家所感受的一定與生物學家不同，藝術家和旅行家所感受到的又是兩樣，因此如何組織我們的實體觀念，使大家有所共識，研究便成為很重要的部份。先前Leary (1985)曾提出森林有四種基本的本體論

^{*} 譯自：Rolfe A. Leary 1989."The Role of Growth Models in Forest Management Decision" presented at the "Artificial Intelligence and Growth Models for Forest Management Decision" Vienna, Austria. Sept. 18-22, 1989.

^{**} 譯者：國立中興大學森林系副教授

觀點，認為森林為財貨(commodity)，自然體(natural object)，具有系統性(systemic)與關聯性(relational)，前兩項具有事件偏倚(thing bias)，而後二者則有交感偏倚(interaction bias)。在傳統上，財貨的觀點係僅指由森林所生產的一些可供販售的東西。自然體依其傳統說法，即為植物或生態。而關聯性的觀念認為森林是由本體與其附屬的東西交感所形成。今天我將由財貨觀點朝向系統性的觀念來加以詳析。

林業與森林經營隨著時代的不同而有很大的差別，所以由一般共同性來陳述是相當危險的，然而我敢說財貨本體論都一直支配著森林經營。在北美洲，當森林被視為木材，使用木材被視為理所當然，且使用時期亦為永無止境，當一個國家的森林被完全開墾後，林業開發將會拓展到另一個國家。在八十年代末期，開採者所欲開採的原始林沒有了，最近(九十年代)，森林經營的觀念已經由財貨的供應轉變成地球維生系統的提供(Odum, 1977)。林木被視為只是自然資源多目標體的一環而已。森林所提供的除了樹幹以外，還包括枝條、葉子、果實與根(Peters and others, 1989)和整棵樹木，甚至整個森林生態系、森林環境。

16.3 森林經營

森林經營將討論如何獲得並保持森林蓄積在時間與空間的秩序化(Baskerville, 1986)，而經營的任務欲達成：1.經濟效益(Economic efficiency)；2.社會責任(Social responsibility)；3.生態系的完整(Ecosystem integrity)；4.生物倫理(Bioethi-calness)等一個或多個目標(Leary, 1986 a、b)。

(一)經濟效益(Economic efficiency)

經濟效益在森林經營中是傳統性的主要目標，以往針對森林層次，以效益為基礎建立土地租稅(Soil rent)，森林租稅理論(forest rent theory)及相對森林租稅理論(relative forest rent theory)。而針對林分層次，建立內在報酬率(IRR)、還本期(payback period)、益本比(benefit ratio)是近幾年來的效益原則。一般經營者皆以經濟效益準則來經營森林，因為投資者不希望去經營沒有效益的企業。經濟效益準則如用於公有林經營中，則為納稅義務人稅收分配的準繩，那可能就有些爭議，因為經濟評估中，效益是要件之一，但非全部。

(二)社會責任(Social responsibility)

林業考慮包括恒續效益、財政平衡，及其它重要的傳統社會責任，這是森林有別於植物社會的地方。在森林計劃中，以財政平衡原理及永續收穫原則來達成人類社會的穩定是一個重要的目的(Waggenger 1977, Schweitzer and Risbrudt 1988, Le Master and Beuter 1989)。森林活動中，財政平衡提供了就業機會及永續的利益。

社會責任也包括地方性之森林資源如美學，但也有區域性資源如集水區保護，土砂捍止...等森林的社會功能。我們將可預見到森林的空間地位，將由社會效益拓展到全人類效益。建造更多森林，以便移去空氣中大量的二氧化碳，並長期保持利於人類生存的環境。

(三)生態系的完整(Ecosystem integrity)

生態系的完整在永續性的觀念下，有成為森林經營主要目標的趨勢。人類的能力在近十年來戲劇性地影響到森林經營。在已開發中國家在林地上使用大型機械設備與化學藥品，這種化學藥品可能破壞土壤的正常功用與營養系；而在開發中國家，雖然

藥劑使用量較少，但在百萬人的斧、刀、鏈鋸、殺蟲劑及森林大火的威脅下，這種生態系破壞的威脅，不見得比已開發中國家來得小。由此兩個案例中顯示我們對生態系過程之完整性運作一無所知。

(四)生物倫理(Bioethicalness)

動植物種類滅絕的預防，在已開發中國家已獲得很大的發展，而在開發中國家也正在積極提倡中。雖然有時在開發中國家將動植物保護視為一種奢侈，但在未來無疑地成為森林經營管理的重點。斑點貓頭鷹(*Strix Occidentalis Canrina*)的保護在北美洲是個很好的例子，經由生物倫理的評估導致森林經營計劃迅速地被修改，進而趨向於發展建立施業技術的基準。由歷史性的生物論透視之，則目前已有其法律上的地位如美國瀕臨絕跡物種法令(United States endangered species act)，其對森林建議計劃案有否決權，此種觀念源自於主要的森林經營計劃過程之外。對於地方性或全球性有滅絕可能之動植物，森林學家不像經濟學家一樣，可在內在報酬率或在淨現值法中來加以判斷。因為森林學家並無一套簡單可量化的方法來判斷。森林學家需要的是一個有效的危險指數(index of endangeredness)，此種指數可用來確定動植物延續的必要性。這種指數必須是完整的森林經營計劃中的一部份，而不是到後來才依據其它技術準則來否定建議計劃案。有關生物倫理大體可由時間尺度與空間尺度來加以探討。

1.時間尺度(Temporal Scales)

森林學家所討論的皆為長時間範圍的問題，恆續收穫(sustained yield)及永久性(perpetuity)的觀念，據個人所知似乎只有森林學家將它當做是一門科學來訓練。在最近十年來，在森林經營中大部份的人皆強調財務準則，而金錢的時間價值已經縮短。森林計劃的時間範圍達數十年之久，但以最近全球性的環境觀念，以及森林在任何計劃中扮演著"經營"綠色地球的角色，長時間範圍的觀念將被重新拾回。

2.空間尺度(Spatial scales)

當生長環境條件是均質時，他們可用一次微分方程式來表示生長變化，如Lotka之狀態函數(Lotka 1956)；當環境條件不均質，但穩定時，以向量式表示是必要的；當環境條件隨著系統本身變化時，我們將需要使用偏微分方程式以表示森林的動態變化。

而育林的空間尺度若以公尺表示，則林木經營當以公里表示。當林木供應對全球氣候的效應問題被研究後，在未來森林經營中，空間尺度的重要性將隨之增加。

執行種類	時間	空間
執行理念的例子		
經濟效益	—租稅理論 淨現值、內在增殖 率、成本最小化	可作業區域的大小
社會責任	人類社會之穩定性 財政平衡 永續收穫	視覺品質 美學
生態系的完整性	養分存留時間 穩定性	生育地多樣性
生物倫理	連續性 間接交感作用	並列 散布

圖一：森林經營應以經濟效益、社會責任、生態系的完整性、生物倫理等四種執行準則去安排生長、蓄積在時間上及空間上之秩序化。而傳統林木經營焦點則放在時間配置與經濟效益與部份社會責任執行準則上而已。

總之，森林經營事業可以依圖一表示之，林木經濟僅為森林經營的一部份，其主要經營目標應以經濟效益與社會責任為主要執行準則去求得時間之秩序化。將來森林經營將會大大的拓展其焦點，在其執行準則上與增加空間上的考慮。

16.4 生長模式

Moser (1980)從過去文章中摘錄整理出傳統的生長模式，而Ek Shifley與Burk (1988)將數量極多的近年所研究之生長模式聚集在一起。所以個人不想重覆他們的分析，個人將指出兩個模式的方向：

- (1)我們何以要發展數學模式？
- (2)我們如何評估模式？

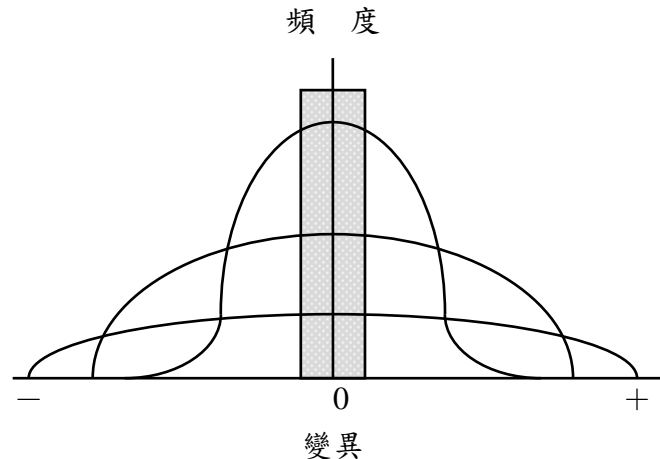
(一)何以要發展數學模式

何以要發展數學模式？每個人至少有一個他個人的理由，有些人會解釋這是一種樂趣，而另一群人則以為這是一種猜測，還有一群人會考慮它是一種習題型式，對於統計模式有興趣的人，可能會建議利用它去尋找某些個缺項(可用內差來推估)，或去等待某種狀態的發生(可用外差來預測)，對解釋生長有興趣的人可能建議說一個人不能真正了解林木與林分生長，直到它能以數學模式加以敘述。

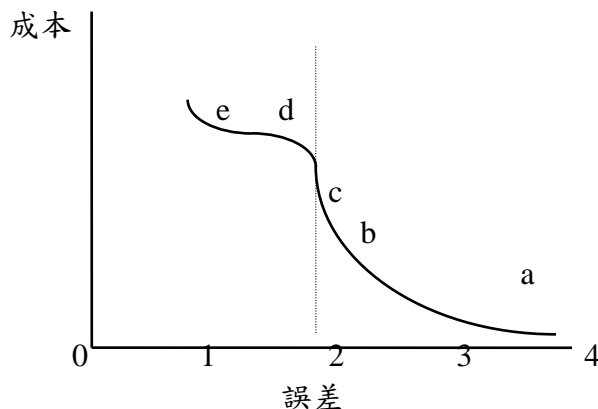
對於一些事/系統，新知識的發現(Discovery)、組織(Organization)、陳述(Delivery)與評估(Evaluation)為做任何研究的四個主要任務。發展數學模式可以符合組織，陳述之立論依據，數學模式是以自然的方式去組織我們的發現，與瞭解專家系統一樣的陳述給對方。我們希望將所瞭解的事實予以數學化，重要目的為其可幫助我們更快速的透過新發現而對事實得到進一步的瞭解。最後，更需強調評估新知識及其實際的應用。

(二)如何評估模式

生長模式可使我們的理解力更為敏銳，以便去預知未來森林的狀況，倘若有充裕的時間，就可以將未來狀況之預測值與觀測值加以比較，便可用來評估模式的良窳。除了以實物觀測值當做模式的仲裁者外，我們亦可以用精確度分析方法來評估模式(Freeze 1960, Reynold 1984, Ranssher 1986)。模式研究者考慮精確度係由偏差與正確度兩種為構成因子，但最大的挑戰是正確度，下列各不同種類其正確度是什麼？猜測，占卜者(失業的森林學畢業生或林學顧問)以模式為基礎之收穫表，林分模式，單木模式與生理生態模式？都是無確定的方法，但是由圖二中可顯示正確度將有一定趨勢(為了簡單性，假設其並無誤差)，在比較時，省略了林木與森林性質。



圖二：不同模式的誤差圖(林木或林分的預測值與觀測值比較，顯示欲增加模式的正確度，需要更高級的模式，斜線面積代表以現有方法和知識無法達到的精密度水準)。



圖三：發展生長模式所需成本，用以減少誤差水平或增加精密度(正確度)水平，以不同階段來表示成本和誤差減少趨勢間的關係。

在圖二的中心，表示出正確性無法到達的程度，而它代表著我們對林木(林分)動態所能了解的能力極限，當我們進入森林去測計時，森林學家正影響著生長動態，雖然個人無法提出某些方法，但物理學家有Heisenberg's不確定原理指出可能影響。

在圖二中與模式精密度平行增加是一種相關的成本(圖三)，首先增加精密度被認為是有效益的(圖三之a範圍)。在美國，範圍a與1920~40年代期間所發展的法正林與全立木收穫表不謀而合，而不久後即以常態性方程式來表示。但是在1960年代中期於一

片草率追逐Neslon與Bennett's所提出的策略，而全然放棄法正收穫表，然而由此行動得到些什麼？就個人所了解，對於決定成本與正確度沒人去正式的研究，但成本確實已經增加，而個人並不認為正確度有實質上的增加，這種關係如圖三的b範圍所示。

在不合理的成本下，來增加精密度(如C區)，在任何國家中，針對任何樹種或林型，我們都處於這個點上嗎？個人甚表懷疑，在我們面臨另一成本快速增加之前，很明顯的，我們需要創新，見識以在增加少量的成本下，快速的減少誤差之階段。就個人觀點而言，範圍C與E是無可避免的。而個人以為有三種理由，第一，我們可能已經達到第一個點，這個點是自然系統控制生長之重要部份，而我們沒有辦法加以解釋，例如過去的生長模式忽略了地下生態系統，樹冠的動態變化，與森林地表及其在營養循環系統中所扮演的重要角色，除了少數以外，大部份皆忽略昆蟲或病原族群的影響；一直到近幾年，我們乃依賴地位指數來表示生長環境的綜合反應，忽略了空氣污染及積聚效應，個人很確定的以為各位皆想要排除以上的情形。

第二，我們無法以有效的精確度去量測系統性質，而此性質在數學模式中佔有極重要的地位(Gertner and Dzialowy 1983, Gertner 1989)，例如在下列方程式，精確的量測值是非常重要的，尤其是z值接近於1時。

$$ht = x + y[1 - \exp(t)]^{1/(1-z)}$$

也許一個模式的常數項與變數的變異數較其他類型的模式來得大(Mowrer and Frayer 1986)。

第三，我們的應用工具似乎也已過時，例如比較進步的學科，如物理學，在Newton and Leibniz發明了微積分後，即以微分方程代替代數方程式。但森林學仍普遍迷信於代數方程式，當冒險的應用微分方程時，僅能夠抓住一次微分、積分或二次積分方程，且只有少部份的微分方程能在收斂狀況下被積分，所以若將焦點放在這少部分可收斂方程式，則會失去方程式的全部功能。現時的變化不但受現況之影響，並且受過去系統狀況，使用項目，整體或較重要情況之影響，而其可以由一次微分式或偏微分式加以積分處理而放置方程式之右邊(Hamlim and Leary 1986)。除了Suzuki與Sloboda的研究外，偏微分方程很少應用於森林生長模式中，代數方程很難適用於捕捉較為抽象的關係，而此種關係正是結合生態原理與傳統生長模式所必須的(Leary 1988)。

科學研究上，最近引用非線性動態，混沌分析(classical chaos)(Jensen 1987)，部分系統分析(fractals)，地理統計(Young 1983)與其它領域發展的新方法，科學研究的主要目標即在追求一發現模型，有效的增加傳統數學工具的能力。森林生長模式研究者沒有很快地去適應或嘗試這種新方法，或至少沒有公布他們的經驗。例如土壤學家在最近十年來，引導森林學家使用地理統計方法，然而應用於林業問題的解決，則到最近才出現於林業相關雜誌上(e.g., Samra and others, 1989)。

個人以為近年來太過於強調統計訓練，而使成本與精確度在選擇突破障礙上受限制。經濟學家已與物理學家結合並互相交換在彼此科學上不同看法，這種努力稱之為大膽的融合(Bold fusion)(Pool 1989)，也許森林生長研究需要一些大膽的融合，但我們該與那些學科做科際整合呢？

這次會議的主題是生長模式在森林經營上所扮演的角色。森林經營者需要很多森林、林木與林分性質之動態模式，例如我們也許會宣稱我們有能力正確地預測立木的高生長，但我們有多少人敢準確地預測枯死木之枯死過程與其可能存留於林分的時

間？及枯死木於枯死過程中如何提供穴居動物居住環境？就短程而言，很多動態資訊在模擬森林經營時是非常重要的。事實上，很多模式的建造皆集中於傳統林木生長模式上。在很多森林經營的重要問題裡，能以簡單的模式與相關模式加以解決，而且能迅速地增加答案的精確度，個人深表懷疑。例如連結林分動態模式與動物居所合適性的模式。也許能減少以建造動物棲息地型式為經營目標之不確定性。此種模式可以當做森林經營計劃的一部份(Brand and others 1986, Shifley 1987)。

最後我們需要了解森林經營決策是需要很多不同種類的資訊，而所有的資訊皆只是以不同程度的精確度表之。所以在進行決策時，生長資訊的精確度在什麼程度會影響決策呢？是值得關切的；如果生長資訊在決策是不重要的，那麼森林經營者還需要更精密的生長模式嗎？

16.5 生長模式研究者(Growth Modelers)

為什麼有如此多的生長模式呢？這是因為有很多不同類型的林分狀態，如老林、柵圍老林、在北邊坡的老林等等...每一不同的狀態均須有一不同模式？或者是因為有很多的不同生態模式研究者與畢業生參加此項工作？為什麼這麼多人呢？是因為生長模式研究者有一些不可剝得的權利去產生生長模式嗎？或者我們要像科學家John plate's一樣，保持一政策性原則，要求所有模式有一相同的品質(Plate 1964)，如何去評估其它的模式，尋找其缺點並進而否定它呢？這些問題可能不是很好處理的事，但他們正在尋求答案。

個人以為，很多不同類型的模式產生的原因為：(1)開發出來的模式假如沒有其它理由，都會被印刷付梓，(2)因為沒有標準(benchmarks)可測定模式執行的結果，標準的功能正如"地上的樁"可用來判定移動，向前(進步)或後退(退步)或是不變(在同一處循環)，在其它的社會裡，標準是非常重要的，其可用來指引新科學與新技術。例如電腦由不同方向去評估其效率、功能，以為電腦的標準。絕對的標準並不是那麼重要，倒應重視在不同方案比較下的值。

"標準"的主要用途為對於一些樹種(或林型)之一個或多個的生長模式，可降低個人主觀評估，假如標準是用來指示模式的品質，則"標準的準則"發展是極為重要的。準則需具有效力(validity)，因為將來模式可能會依標準而設計改善。標準的準則該具有真實性與數學性。在真實性方面，同齡林的生長模式將不預測無法以Bakuzis matrix (Leary 1988)表示其重要關係的林分發展，如Sukatchew效應，Eichhorn's法則，自我疏伐定律等等...，就數學方面而言，模式於推測常數或測定變數時將不應過分強調誤差與變異，對變數測量之準確度也不要太敏感。生長模式的"標準"，其發展過程並不是一件簡單的工作，但卻是最迫切需要，應放置為第一優先的。

16.6 森林經營者

森林經營者與生長模式研究者二者之基本關係為前者問後者問題。個人記得曾有人說過"一個傻子所問的問題，比100個聰明人所問的問題還多"，然而我們不用指出那個(森林經營者或模式研究者)是傻子或是智者，生長模式研究者必須集中他們的能力在森林經營者所提出的問題上，亦即由更深、更廣的問題著手。

(一)更深(Deeper)

在過去與現在對某些程度而言，森林經營者注意力集中在"自然系統"的問題上。

森林中不同的生態階是什麼？而在不同的生態階中我們期待得到什麼樣的生產層次？更進一步來說，我們所強調的是經營活動對森林環境的影響正在改變，"在砂土壤上進行全林分收穫，將會影響將來的立木生產力嗎？"，"在溼地土壤上持續使用重型機械設備，將會影響土地結構與未來生產力嗎？"，這些都是深入的問題，因為要回答這些問題需要瞭解整個系統，而不僅僅是立木而已(在美國155個國有林中，每一森林計劃皆列出所須研究的問題)。由森林提供木材會影響到全球氣候變化，此類的問題，使我們發現自己已在傳統生長模式研究的主要範圍外，要回答如此深的問題，通常假設自然過程都已經了解，然而了解自然過程目前才剛由其它學科的專家開始發展研究，但無論如何，這是不能阻止經營者去問這些問題的。

回答這些深入的問題旨在期望森林經營能更精密、更深入。發展深而一般能接受的答案是一件困難的工作，然最好的方法是將生長模式的建造工作，鑲合於科技整合的研究群中。

(二)更廣(broader)

向更深問題的趨勢是平行於向更廣問題的趨勢，更廣的意義是包括更多的森林組成。枯死木是一個很好的例子，合理的推測林木高度損失與枯死木消耗率，對於提供穴居動物之居住環境之永續生產是極為重要，聯合森林動態模式與其它模式(如水文、飼料、火、遊樂)是相當困難的。但是擴充我們的模式是維繫廣大的民眾支持所必要的，並且可以維持政策的支撐，更可使我們的工作持續進行。

最後，對同一模式研究者，期望他能更深又更廣，這是合理嗎？也許不然，在數種學科領域中可產生很多資訊，然而這些學科為了尋找更深入的模式必須加以評估，而在所有的領域中，各種深入的模式大概只是少數幾個人能了解。然而，讓生長模式研究者對問題有更深、更廣的瞭解是有其必要的。

16.7 未來社會(Future Society)

森林、森林經營及林業以一科學性的學科要從大社會中隔離是不可能的。一般地，社會特性大體可以指出未來的問題，而這些問題需要生長模式者的服務解決，有兩種未來的社會性質似乎特別重要：人口的增加，森林面積的減少。連接不同的環境，或許對林木生長不利，但在林地利用衝突中，可能增加淨效益。

森林經營者需要模式研究者的技術去解決林地利用上的衝突嗎？也許需要。為了增加這個機會，我們在考慮如何進行工作時，必須進行如下的改變：

首先森林經營必須放寬眼光，考慮空間配置極為重要，另外非經濟的技術準則在決策中具有相當的價值，有效的準則需要發展，而決策方面必須整合新的與傳統的準則。當然森林經營的空間理論比GIS更具潛力。什麼是空間概念，其原理如何應用於森林經營上呢？第二，我們需要發展更深的模式，基於最適配合原則(goodness of fit criteria)所發展出來高複雜的描述性模式，將被嚴厲的批判，支持研究的資金將由之轉向機制模式的研究。因為機制與過程模式可以用來討論環境的變化。第三，我們需要更正確，特別是更精確的模式，因為森林的超限利用與降限利用其模式誤差很少。第四，需要發展提供解答所需時間的方法與過程。如果只須解答五年或更少，則在將來十年或二十年的研究可能不被支持。

這是無法確定，但如果生長模式研究者能面對那些問題(當然還有其它的問題)，

以及森林經營者之需求，繼續支持他們的工作，則我們在森林經營體系中將獲得一席之地，假如我們忽略了經營者的需要，當他們有不能解決的問題時，說不定他們根本不考慮檢視我們所提的方法。

個人列出一些個人感到非常的緊急迫切我們需要改變的事情，也希望各位能分擔一些個人迫切的感覺，總之，我們需要擴展森林本體論的觀點，透視森林經營，加深我們對森林動態的瞭解，與加強我們的研究品質，在未開發區域裡尋求更多有結果的問題，減少我們的損失，保持一個令人滿意與具廣大的群眾基礎的工作成效，當然，我們在從事上列工作時，務必要保持愉快的心情。

第十七章 森林生長收穫模式

1、模式之定義及分類

使用模式的目的，在對自然界的各種現象加以描述說明，以增進對各種自然現象的瞭解，並進而加以預測。Starfield和Bleloch在1987年，將使用模式之目的整理出：(1)定義問題；(2)整理思考；(3)瞭解擁有之資訊；(4)溝通並測試對資訊之瞭解；(5)預測。這五點模式的特性為：(1)將自然界的現象帶進室內，使自然界的現象重現，以便作各種處理；(2)預測自然界的現象，以便於各種計畫。

廣義的模式可分作三大類：

(1)模型(Iconoc)：以縮小比例尺重現原形，如各種實體模型。

(2)類比(Analog)：將現實狀況，用另一種方式類推表示。如等高線圖。

(3)符號(Symbolic)：用文字，數目或其他符號來表示真實狀。而其中以利用各種數學關係和方程式，來表示自然界現象的數學模式最為理想。因為數學模式在解釋及推論方面的能力較強，可以應用在各種研究領域中，一般所謂的模式，指的就是數學模式。

2、生長模式

用數學模式來配合生長曲線與林分結構是當前族群動態、生長收穫研究，最常用的方法。數學模式即"利用數學模式來表示兩個或兩個以上變數間的邏輯關係就稱為模式，而這個模式是以數學式表示擬說，並以觀測值來測試這些事實是否支持擬說，同時決定其模式的母數"(Erelciel and Fox, 1959)。

生長、收穫的預測，一直受森林學家相當的重視情形，近年來尤盛，究其原因乃林產物需求增加，自然生態保育日熾，可供生產林木的林地漸趨減少所致，所以更顯得森林資源集約經營的必要性，而集約經營務必依靠對未來事物準確的預測，而生長、收穫則是林木集約經營最基本的資訊。以可信賴的收穫預測資料，經營者才可配合現代進步的經營科技如決策理論、最適理論和模擬去完成決策手續，使健康的森林提供人類更好的功能。

Munro (1974)建議將生長模式分成林分級模式，與距離有關的林木級模式，以及與距離無關之林木級模式三種。其後Burkhart (1981)將直徑級模式由其中提出另列，且將林木級二模式歸併為單株模式，而將全林模式，直徑分佈模式，單株模式並列為生長收穫三大類，至於各大類內之細目，在Davis, Johnson (1987)森林經營學中有更詳細列出。然不管是屬於那類，皆是藉助數學模式的建立，有利用(1)直線迴歸者如Mackinney *et al.*, (1937)、Schumacher (1939)、Clutter (1963)、Burkhart and Sprinz (1984)。(2)非線性迴歸者，如Moser and Hall (1969)、Pienaar and Turnbull (1973)、石川善朗等(1980)、箕輪光博(1982, 1983, 1983)；另有利用(3)機率密度函數來描述直徑分佈，再配合材積式、樹高曲線式，完成生長收穫模式系統，如Clutter and Bennett (1965)、Bailey and Dell (1973)、馮, 楊 (1988)、楊, 馮 (1989a, 1989b)、馮, 楊 (1990)。

在林學上，Spath (1797)、Hossfeld (1822)及Smallan (1837)等，很早就將數學模式應用在測計學及林木生長研究上，供作推定或預測之用，以表示各因子間量的關係。生長模式雖不能將現時情況詳盡的表達出來，但能扼要表出近似現時情況的有用資訊，如生長極限值，連

年生長量達最大時的總生長量，平均生長量與連年生長量線交會點為平均生長量曲線之最高點，亦即 $mai=cai$ 時，為生物輪伐期。將生長模式分為三類，此一分類乃依據模式之主要關係與變數來加以分類。

- (1)全林分模式(Whole Stand Model)：利用林分性態值樹種、林型(林齡、密度、地位、保育型式處理、斷面積)，來描繪整個林分的斷面積、蓄積、結構組成、生長。
- (2)直徑級模式(Diameter Class Model)：描繪每一直徑級之平均木的樹高、胸高直徑、斷面積、材積，再將各級收穫量（總生長量）或各株收穫累加，即可得全林分材積。
- (3)單木模式(Individual Tree Model)：對每一樣本或每一林分的每株樹加以描繪。

以下分別介紹此三種模式，其分類表見表17-1：

(1)全林模式：

A.不考慮密度的模式(Density-Free Model)：

材積之預測所考慮的因子為林齡及地位指數，因為所根據編定之林分不同，分為法正林收穫表及經驗收穫表。"法正"表示自然最大密度，"經驗"表示自然平均密度，所以不必考慮密度因子。

B.變動密度模式(Variable-Density Model)：

變動密度模式考慮了密度對材積的影響，此一類模式又可分為兩種：□直接模式。□非直接模式。兩種之區分為：□直接模式其現時或預測材積，是由生長函數直接推算，而非直接模式則藉數學式產生之直徑級材積相加而得總材積。直接模式直接預測生長，而非直接模式須將各徑級材積相加而得總材積；□直接模式直接預測材積生長，而不像直接模式須先預測未來密度，再使用密度計算未來材積，未來材積減去現時材積，即為生長量。

(2)直徑級模式：

計算每一級之平均木的性態值、材積、生長量，將平均木乘以每一級之株數。此類模式可細分為兩種，其區分為模式採用之資料是由主要林分實際半徑增加的資料，或是由調查樣本所推算之一般生長函數，計算而來。

(3)單木模式：

單木模式是所有模式中最為複雜的，它必須單獨模擬每一株林木。大部分模式要計算每株林木的樹冠競爭指數(Crown Competition Index, CCI)，利用樹冠競爭指數來決定一棵樹是生是死，並使用樹冠競爭指數決定直徑、樹高、樹冠大小的生長量。分為兩種：

A.距離相依(Distance-Dependent)畫出並計算每株目的木與其競爭範圍內所有林木的距離，考慮樹與樹之間因距離而生之競爭關係。

B.距離獨立(Distance Independent)樹冠競爭指數由目的木性態值與林分性態值計算而得，不考慮距離之影響。

表17-1 林分生長模式分類表（仿Davis Johnson, 1987）

模式使用程式：最初關係及變數	
I · 全林模式	
A. 不考慮密度之模式	
1. 法正收穫表	$V_a = f(A, S)$
2. 經驗收穫表	$V_a = f(A, S)$
B. 考慮密度之模式	
1. 預測現時材積 V_1	
a. 直接模式	$V_1 = f(A, S, D)$
b. 非直接模式	$\begin{cases} f(d_i) = f(A, S, D) \\ V_i = f(d_i) \\ V_i = \sum_i v_i(nd_i)_1 \end{cases}$
(直徑分布)	
2. 預測未來生長量 g_{12} 及體積 V_2	
a. 直接生長預測	
i. 直接生長預測	$\begin{cases} g_{12} = f(S, A, D_1) \\ V_2 = V_1 + g_{12} \end{cases}$
ii. 林分密度預測	$\begin{cases} D_2 = f(S, A_1, A_2, D_1) \\ V_2 = f(S, A_2, D_2) \\ g_{12} = V_2 - V_1 \end{cases}$
b. 非直接模式(直徑分布)	
	$\begin{cases} D_2 = f(S, A_1, A_2, D_1) \\ f(d_i)_2 = f(S, A_2, D_2) \\ V_2 = \sum_i v_i(nd_i)_2 \\ g_{12} = V_2 - V_1 \end{cases}$
II. 直徑級模式	
A. 經驗林分表計畫	
	$\begin{cases} (nd_i)_2 = f[(nd_i)_1, INCR] \\ V_2 = \sum_i v_i(nd_i)_2 \\ g_{12} = V_2 - V_1 \end{cases}$
B. 直徑級生長模式	
	$\begin{cases} (nd_i)_2 = f[(nd_i)_1, S, P_{12}, D] \\ V_i = f(d_i) \\ V_2 = \sum_i v_i(nd_i)_2 \\ g_{12} = V_2 - V_1 \end{cases}$
III. 單木模式	
A. 距離相依	
	$\begin{cases} CCI_k = f[DIST_k, D_1, S, (d_k, h_k, c_k)_1] \\ (d_k, h_k, c_k)_2 = f[CCI_k, D_1, S, P_{12}, (d_k, h_k, c_k)_1] \\ V_k = f(d_k, h_k) \\ V_2 = \sum_k (v_k)_2 \\ g_{12} = V_2 - V_1 \end{cases}$
B. 距離獨立	
	$\begin{cases} CCI_k = f[D, S, (d_k, h_k, c_k)_1] \\ \text{其他與 III-A 之模式相同之公式} \end{cases}$

S =地位	nd_i =直徑級i之株數
A =林齡	$(nd_i)_1$ =直徑級i在生長期初、期末之株數
P_{12} =生長期間	$INCR_i$ =在直徑級i時，林木之經驗生長量
D =林分密度	k =林木k
i =直徑級	d_k =林木k之直徑
$f(d_i)$ =直徑分布函數	h_k =林木k之樹高
V_a =林齡A之林分材積	c_k =林木k之樹冠大小
V_1 =現時林分材積	CCI_k =林木k之樹冠競爭指數
V_2 =生長期終之林分材積	$DIST_k$ =林木k與其鄰近競爭林木調查距離
g_{12} =經一生長期之林分生長量	$(d_k, h_k, c_k)_1$ =在生長期初、期終、林木
V_i =直徑級i級之平均每株材積	$(d_k, h_k, c_k)_2$ k之直徑、樹冠、樹高
d_i =直徑級i之大小	v_k =林木k之材積

3、全林分模式

(1)實驗模式

最早研究林木收穫模式主要根據法正林經營觀念，以單位面積上的材積和林齡、地位等兩個因子，利用數式法及圖解法來編製收穫表，由於只為編製收穫表這個目的，所以實驗迴歸式(empirical regression equation)常被證明是一個相當適當的方法。

生長曲線的一般性質若用實驗模式表示時，雖然能和某一段生長趨勢配合得很好，且可內插推測，但是卻無法很適當地表示一組完整的生長過程。多項式是無法表示漸近線(asymptotes)的現象，而這種漸近線卻是生長曲線常具有的性質。Schumacher (1939)將林分密度、林齡、地位三變數與每英畝的收穫量利用多項迴歸建立模式；提出 $dV/V = Kd(1/A)$ 生長模式（式中 dV/V ：材積生長率，A：林齡，K：隨地區及林分密度而變化之母數），模式考慮成熟林分具有一穩定的最大林分斷面積或蓄積，亦即該收穫曲線不但具漸近線且有反曲點。因為可以適當地表示完整的生長過程，即每一段時期之連年生長量並非一致，而是先快後慢，此種模式可說已具有邏輯基礎。Nelson及Bennett (1965)提出收穫模式時已由原先的“法正密度”觀念，演進至“林分密度為一動態因子”而引用於模式中，與林齡、地位並列為影響林木生長的三個因子。

Clutter (1963)檢討以往的生長、收穫模式，發現以往有關的研究有兩個缺點：(1)生長與收穫模式缺乏邏輯關連。(2)林分密度大都以相對值表示之。於是建議以絕對值的斷面積(B)代替密度百分比。並把以往被分別探討的生長、收穫模式加以整合深入研究，認為生長與收穫模式是相容的(compatible)，收穫為一段期間生長的累積，也就是說收穫模式可由生長模式積分 $\int \frac{dw}{dt} = W$ 即 $\int Growth = yield$ 而得。此時生長、收穫模式可說具備生物和數學的邏輯意義。近代生長收穫研究的趨勢，如Moser及Hall (1969)主張模式能夠用於特殊情況而且應用性廣及兼具彈性。

以上這些模式對生長資料來說只是曲線配合(curve fitting)而已，因為這些函數的基本型態為直線，拋物線等幾何型態或算式，無法解釋生長現象。若要模式具有解釋生長現象則須靠功能性數學模式。而實驗函數(empirical function)和功能性數學模式(functional mathematical model)最大的不同在後者直接衍生自變數間關係的邏輯命題。由於這樣的模

式是由生物性的邏輯關係推導而來，且由資料可推算出其母數統計值，因此可以適當的解釋生長現象。

(2)功能性數學模式

功能性數學模式(機制性數學模式)是直接導源於變數間關係的邏輯命題，是由生物性的邏輯關係導源出來，且可以很有邏輯的解說生長現象。這些生物性的邏輯命題，如：(1)報酬遞減律(law of diminishing returns)係收穫有一限量，也就是說收穫的增加量會慢慢趨向0。(2)生長因素影響律(law of effects of growth factors)係指增加一單位的生長因素與最大收穫量和當前量差值成比例。

大部分的功能式數學模式，係描述某時間、某一性態值與生長速率或相對生長率(absolute growth rate, AGR)的關係。如生長速率為一定常數，則其總生長模式為直線式；相對生長率(relative growth rate, RGR)為一定常數，則其總生長模式為指數式(exponential growth model)；若相對生長率為相對生長量的函數，則其總生長模式為Logistic生長模式；若生長速率為生長速率的函數，則其總生長模式為Monomolecular生長模式。生長速率若是為同化作用(anabolism)與異化作用(catabolism)差的函數，則總生長模式為Bertalanffy生長模式(Savageau, 1979)。現在僅就Bertalanffy, Logistic, Richards, Schnute等四個重要生長模式的內涵與演進，加以說明如下：

A、Bertalanffy生長模式

任何一個簡單的有機體，若從生化，生理，細胞學或形態學觀察，生長是一個相當複雜的現象，但Bertalanffy (1957)認為可以使用一個簡單數式對新陳代謝與生長的關連做量化分析。在此之前，1920年Putter曾經提出動物的生長為組成(synthesis)和破壞(destruction)之交互作用，亦即同化作用和異化作用的交互作用。當組成作用大於破壞作用時才有生長，當兩種作用相等時，有機體即達到穩定狀態。Bertalanffy根據這種觀點提出表示生長速率的公式如下：

$$\frac{dW}{dt} = \eta W^m - kW^n \dots\dots\dots(17-1)$$

即生物體或器官重量的改變為組成與破壞分解作用的差異。(17-1)式中 η 、 k 分別為同化作用和異化作用母數。 m 、 n 則表示與重量的冪次方成比例，而有機體，依循此生長關係法則，代謝過程的作用率，可以以有機體重量(body mass)的冪次函數表示。此一現象，Adolph曾經證明，生理作用的改變率皆可以使用相對生長關係函數(allometric function)或冪次函數(power function)表出。所以不管其內部作用如何的複雜，其外部表現皆是依循這樣簡單的一般化的規則進行。Peter氏所提出的同化作用率(rate of anabolism, ηM^m)，異化作用率(rate of catabolism, kW^n)，用數學觀點來看，若將 n 設為1，其積分式才容易導出積分結果如下所示：

$$W = \left\{ \frac{\eta}{k} - \left[\frac{\eta}{k} - W_0^{(1-m)} \right] e^{-(1-m)kt} \right\}^{\frac{1}{(1-m)}} \dots\dots\dots(17-2)$$

式中的 $k=(1-m)k$

W_0 = 生物體或器官起初的重量

e = 自然對數

上式可以說是開啟了生理學的新紀元，使生長步上比較生理學(comparative physiology of growth)的途徑。

其後Bertalanffy依照新陳代謝型(metabolic type)，來預測生長，更將新陳代謝型分成三類：(1)遵循表面積法則(surface rule)的新陳代謝：此種生物代謝作用率(metabolic rate)與其表面積或重量的 $2/3$ 次方成正比。例如：魚類和無脊椎動物(蚌，蝦等)，若以(17-1)式說明則其 $m=2/3$ ，(2)遵循重量或器官的新陳代謝：代謝作用率與生物體的重量(不是表面積)成正比率，如：所有昆蟲的幼蟲及異翅目昆蟲，若以(17-1)式說明，則其 $m=1$ 。(3)代謝作用率介於重量值，表面積之間，如：蝸牛，若以(17-1)式來說明，則為 $(2/3)<m<1$ 。此外，Bertalanffy (1957)也認為生長曲線可分成二個循環，而其轉換期則發生在性成熟時(sexual maturation) 或稱青春型(開花型(puberty))，這兩個循環皆分別成為生物的一般生長型。

生長模式必須能夠表現出各種生長行為的機制，這些生長行為，如生長有所限制(或稱生長漸近值)及有機體的起始點(或稱曲線與軸的相交點)。這類模式所能適用的生長路徑的種類，當然是愈多愈好。

B、Logistic模式

Logistic函數係基於"各種種類的生長，其內在增殖率(r_m)皆一定"的假設。但Shinozaki and Kira (1956)指出內在增殖率，實際是隨林齡而改變 $r_m=f(t)$ ，而不是常數；他們建議修改Logistic函數為一般化Logistic函數。

Kleiber (1961)亦指出人口之內在增殖率亦非定值。Foerster et al. (1960)亦發現內在增殖率 r_m 值並非固定值，而是呈穩定增加。Cooper (1961)指出內在增殖率 r_m 是隨林齡增加而減少，再加上Logistic理論所提：相對生長率減少的原因是"單位面積內生物量的增加"而提出(17-5)式，亦即分成與時間有關的 $r_1(1/t)$ 和與時間無關(r_0)二部份。如(17-4)式所示增加一新個體至族群，將使其相對生長率下降 c 量；這種定量的增加在動物族群很明顯，但在植物族群生物個體數對生長率影響較不重要，反而植物的大小如直徑、斷面積、重量、材積等大小對生長率的影響來得重要。所以Cooper (1961)提出(17-6)式。

$$\frac{1}{N} \times \frac{dN}{dt} = r_m \cdots \cdots \cdots (17-3)$$

$$\frac{1}{N} \times \frac{dN}{dt} = r_m - cN \cdots \cdots \cdots (17-4)$$

$$r_m = r_0 + r_1 \left(\frac{1}{t} \right) \cdots \cdots \cdots (17-5)$$

將(2-27)代入(2-26)式並以斷面積(S)代替動物的個體數(N)。

$$r_m = r_0 + r_1 \left(\frac{1}{t} \right) - cS \cdots \cdots \cdots (17-6)$$

式中：S為每一英畝的總直徑

Logistic函數有兩項缺點(Berry et al., 1988)：

- a. 不論生命的那個時期，相對生長率皆相同
- b. 生長量在時間軸的分佈是對稱的，即Logistic曲線是以反曲點為中心的對稱曲線。

C、Richards生長模式

我們若由表示林木各種性態值與林齡間的關係的曲線，如圖16-4，可以發現是呈拉長的S形；Grosenbaugh (1965)檢視這種拉長的S曲線，發現可由Gauss、Gompertz、Bertalanffy或Logistic函數表出，但是沒有一種函數可以富有彈性地將觀測值多變性的各種生長情況完全描述。

Logistic及Gompertz模式的共同缺點是其曲線的反曲點的位置是固定的，Logistic為A/2，Gompertz為A/e，(A表示極限值，e表示自然對數)；而Mitscherlich模式無反曲點。但Richards氏研究Mitscherlich模式，Logistic模式和Gompertz模式等三個著名的生長模式時，發現這三個模式其實只代表相同類型的一種曲線而已，型狀的不同只不過是其中一個母數的數值不同所導致。實際的生長曲線，往往無法由以上三式滿意地表出，所以他就考慮使用由生物現象所發展出來專門研究動物生長的Bertalanffy生長模式，若能將其理論上的限制揚棄時，一定可以廣泛用在植物生長方面，並且可以充分表出不同型態的拉長型生長曲線。而Bertalanffy研究動物的新陳代謝與器官生長的關係時提出 $P=CQ^a$ ，式中P、Q分別代表某器官大小，a為相對生長關係常數(allometric constant)，經其廣泛研究後把a定為2/3。後Richards建議生長關係常數並非為一定值，而係隨生長資料變動的母數，而提出一個一般化模式：

$$\frac{dW}{dt} = \eta W^m - kW \cdots \cdots \cdots (17-7)$$

式中的 m：植物內在增殖率

W：植物的體積或重量

η ：同化作用率

k：異化作用率

Richards式中代表反曲點的母數m，則為一連續的值，其所涵蓋值的範圍為 $m > 0$ 與 $0 \leq m < 1$ ，而此母數正可為生長函數的形狀指標。當 $m = 0$ 時此模式則成為Mitschlich (Monomolecular)式；當 $m = 2$ 時則成為Logistic (autocatalytic)式；當 $m \rightarrow 1$ 時則成為Gompertz式。

由17-7式，有其理論上限制：m不大於1 ($m < 1$)時，Logistic生長模式和Gompertz生長模式則無法存在。另外，若 $m > 1$ ，且 η 和k為負，則很難解釋 η ，k所代表的同化作用率及異化作用率。換言之，如僅使用生長資料配合此式做為實驗式應用而不考

慮代謝方面的意義時，則將發現Bertalanffy模式於 $m>1$ 時，頗富實用性。由實用觀點來看決定生長曲線的型狀，兼具數學上及生物上的意義。將連年生長速率式(2-23)式積分之後，求得其式為：

$$W = \left\{ \frac{\eta}{k} - \left[\frac{\eta}{k} - W_0^{(1-m)} \right] e^{-(1-m)kt} \right\}^{\frac{1}{(1-m)}} \dots\dots\dots(17-8)$$

$$W = A(1 - Be^{-kt})^{\frac{1}{(1-m)}} \dots\dots\dots(17-9)$$

$$\text{式中：} A^{(1-m)} = \eta/K \dots\dots\dots(17-10)$$

$$B = \eta/K - W_0^{(1-m)} \dots\dots\dots(17-11)$$

$$K = (1-m)k \dots\dots\dots(17-12)$$

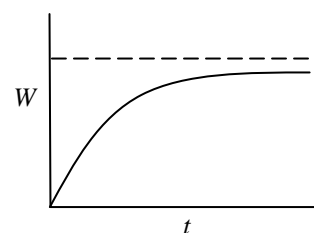
$$\text{當 } m < 1 \text{ 時， } W^{1-m} = A^{1-m}(1 - be^{-kt}) \dots\dots\dots(17-13)$$

$$m > 1 \text{ 時， } W^{1-m} = A^{1-m}(1 + be^{-kt}) \dots\dots\dots(17-14)$$

$$\text{式中：} b = +BA^{m-1}$$

$m=0$ ，則(17-9)式變為 Mitschlich (Monomolecular)式如下：

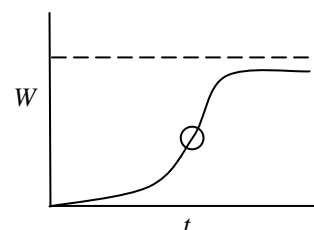
$$W = A(1 - Be^{-kt}) \dots\dots\dots(17-15)$$



Mitschlich

$m=2$ ，則(17-9)式變為Logistic式

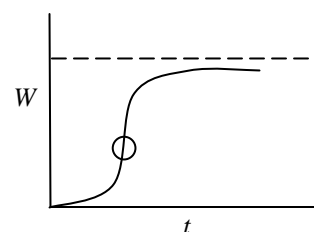
$$W = A(1 + Be^{-kt})^{-1} \dots\dots\dots(17-16)$$



Logistic

$m \rightarrow 1$ ，則(17-9)式變為Gompertz生長模式

$$W = Ae^{-be^{-kt}} \dots\dots\dots(17-17)$$



Gompertz

$2 > m > 1$ ，則曲線形狀介於Gompertz生長曲線和Logistic曲線之間；若 $m > 2$ ，則曲線形狀為反曲點位於 $W = A/2$ 的拉長型S曲線；若 $1 > m > 0$ ，則曲線介於Monomolecular生長曲線和Gompertz生長曲線之間。

若將A設定為1，則(17-9)式隨m值而變化，如圖17-1所示。其生長速率(連年生長量)對總生長量(累積生長量)的關係，如圖17-2所示。

因Richards (1959)在檢討各個模式後，將Bertalanffy (1938)式一般化，現在已經成為最能適合數學邏輯及具生物意義的模式。使多變性生長曲線，得以有效的描述。Chpman-Richards生長模式於1973年由Piennar和Turbull兩氏引進做林木生長的研究後，由於其包函著名的三個生長函式—Monomolecular模式，Logistic模式和Gompertz模式而聲名大噪。

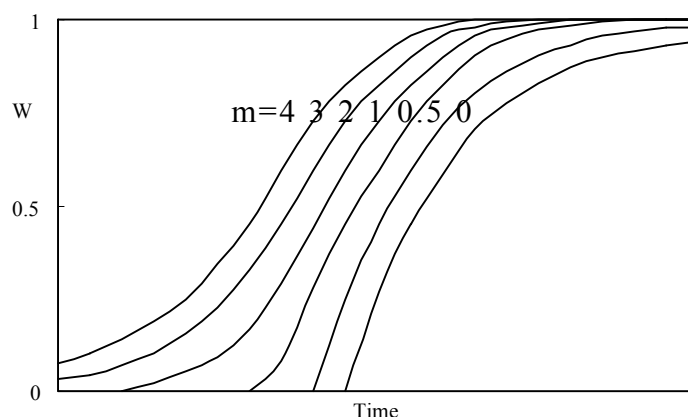


圖17-1 Richards一般化生長曲線隨m值的變化

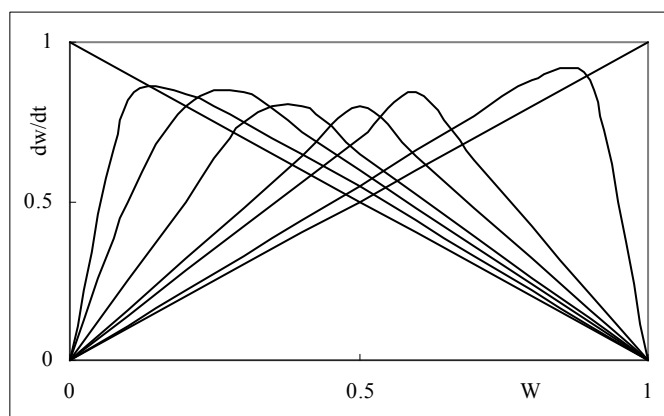


圖17-2 Richards式生長速率對總生長量曲線隨m值的變化

在林木生長的應用則由Cooper (1961)所建議；而Moser及Hall (1969)以北方闊葉針樹的斷面積連年生長和斷面積資料來配合Bertalanffy，因而得到很好的配合結果。Beck (1971)亦利用Richards一般式來配置白松的樹高生長效果也很好，Pienaar 及Turnbull (1973)更以模式來描述170年生雲杉的樹幹解析資料，結果發現無論斷面積、樹高或材積生長都相當令人滿意，其後Rawat及Franz (1973)亦利用Bertalanffy式來配置樹高、胸高直徑、斷面積和林分株數變化，在日本方面大隅真一在1976~83連續討論Bertalanffy式於日本扁柏、柳杉、紅松、黑松，各林木屬性生長的適用性，本國則有楊榮啟 (1985)對於這一生長模式加以應用討論。馮豐隆、楊榮啟 (1989)亦針對此模式建行分析7種樹種。

D、師奈模式(Schnute)

Schnute (1981)研究魚類時，假定大小性態值Y的相對生長率 $Z(Z=(1/Y) \times (dY/dt))$ 對Z的相對生長率呈線性關係如下：

$$\frac{1}{Z} \times \frac{dZ}{dt} = -(a + bZ) \dots\dots\dots(17-18)$$

式中的 a、b為母數；因為

$$\frac{dY}{dt} \times \frac{1}{Y} = Z \dots\dots\dots(17-19)$$

整理(17-18)式並做適當的代換，如下式：

$$\frac{d^2Y}{dt^2} = \left(\frac{dY}{dt} \right) [-a + (1-b)Z] \dots\dots\dots(17-20)$$

解(17-20)式的微分方程，如下式：

$$Y = \left\{ Y_1^b + (Y_2^b - Y_1^b) \left[\frac{1 - e^{-a(t-t_1)}}{1 - e^{-a(t_2-t_1)}} \right] \right\}^{\frac{1}{b}} \dots\dots\dots(17-21)$$

式中 t_1 、 t_2 ：兩個不同林齡

Y_1 、 Y_2 ：在 t_1 、 t_2 時的大小性態值，且 $Y_2 > Y_1 > 0$ 、 $t_2 > t_1 > 0$

這個生長模式的曲線形狀，隨a、b值不同而變化。Bertalanffy式、Gompertz式、Richards式、直線式等皆是其特例。Bredenkamp及Gregorie (1988)將Richards生長模式應用於不同林分密度的玫瑰桉直徑生長時，發現當林木有再生現象時Richards無法適用。但是若使用Schnute式時，則能充分表現出重新再往上生長的現象。

Schnute (1981)利用簡要的生物原則—加速生長(growth acceleration)導出一個包羅萬象(versatile)的生長模式，所謂加速生長即是以相對生長率(RGR, Z , a relative growth rate)的相對生長率 $(1/Z, dz/dt)$ 成直線的關係： $(1/z)(dz/dt) = -(a+bz)$ ；配合兩個年齡(T_1 , T_2)和其大小(y_1 , y_2)，而導出此式稱做Schnute一般化模式，這個模式代表著八種可能的特徵形狀，主要決定於四條線(1)a軸(2)b軸(3) $b=1$ 線(4) $b = -\{(T_2 - T_1)/[\log(y_2 / y_1)]\}a$ ；其範圍區分如圖17-3。

$$W = \left[y_1^b + (y_2^b - y_1^b) \times \frac{1 - e^{-a(T-T_1)}}{1 - e^{-a(T_1-T_2)}} \right]^{\frac{1}{b}} \dots\dots\dots(17-21)$$

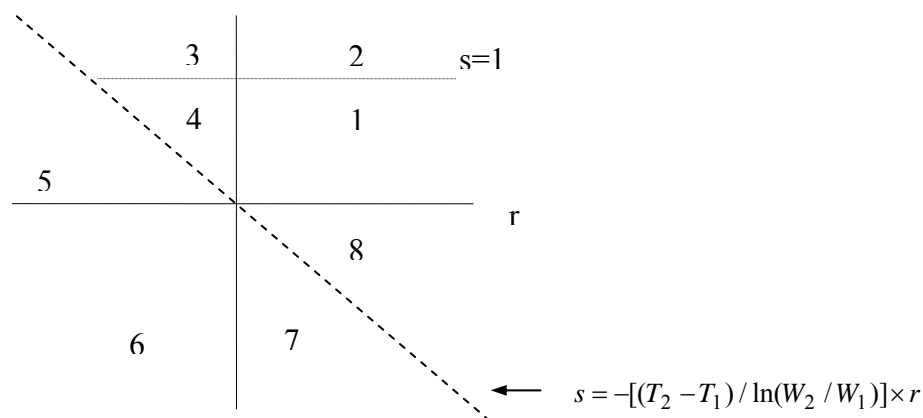
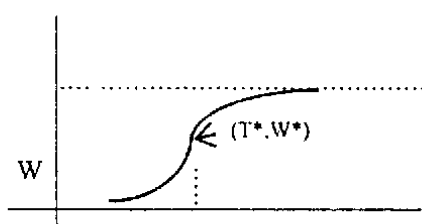


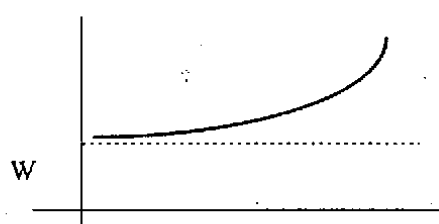
圖17-3在a、b座標上由4條線區分成8區，實線為a軸、b軸，平行a軸的虛線為b=1，斜率為負的對角線為：

$$b = -\frac{T_2 - T_1}{\log(y_2 / y_1)} \times a$$

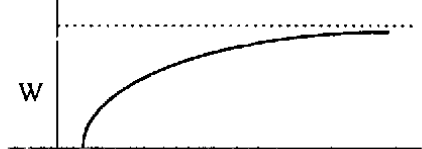
若把這8種生長曲線，和其a、b範圍分別予列出如圖17-4。



Case1 : $0 < r, 0 < s < 1$



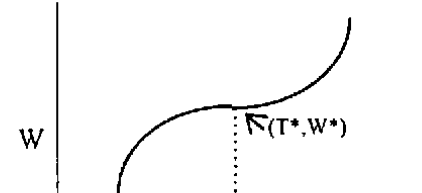
Case5 : $r < -s \ln(W_2/W_1)(T_2-T_1), 0 < s$



Case2 : $0 < r, 1 < s$



Case6 : $r < 0, s < 0$



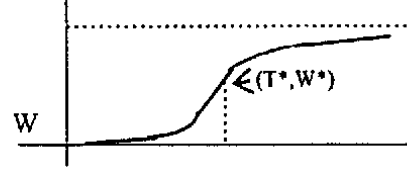
Case3 : $-s \ln(W_2/W_1)(T_2-T_1) < r < 0, 1 < s$



Case7 : $0 < r < -s \ln(W_2/W_1)(T_2-T_1), s < 0$



Case4 : $-s \ln(W_2/W_1)(T_2-T_1) < r < 0, 0 < s < 1$



Case8 : $-s \ln(W_2/W_1)(T_2-T_1) < r, s < 0$

圖17-4針對(a, b)母數對的8種特徵生長曲線，如圖17-3所示之八個區域，縱座標為大小，橫座標為"年齡"。

這個模式的形狀受制於a、b值，若在 $T_2 > T_1$ ， $y_2 > y_1 > 0$ 的設定下，則此模式在下表情況下分別與著名的生長模式相通，也就是Schnute，生長模式包括了具有漸近、反曲的S型曲線，也包括了二次生長式(quadratic growth equation)、幕次生長式(power growth equation)、指數生長(exponential growth equation)和直線生長(linear growth)。

a	b	模式名稱	模式數學
a>0	b>0	Generalized Von Bertalanffy	$Y(t) = Y_{\infty} (1 - e^{-g(t-t_1)})^p$
a>0	b=1	Specialized Von Bertalanffy Ptter No.1	$Y(t) = Y_{\infty} (1 - e^{-g(t-t_1)})$
a>0	b=1/	Specialized Von Bertalanffy Ptter No.2	$Y(t) = Y_{\infty} (1 - e^{-g(t-t_1)})^{1/3-g(t-t_1)}$
a>0	b=0	Gompertz	$Y(t) = Y_{\infty} e^{-e^{-g(t-t_1)}}$
a>0	b<0	Richards	$Y(t) = Y_{\infty} (1 + 1/p \cdot e^{-g(t-t_1)})^{-p}$
a>0	b=-1	Logistic (Richards growth with p=1)	$Y(t) = Y_{\infty} (1 + e^{-g(t-t_1)})^{-1}$
a=0	b=1	Linear	$Y(t) = g(t - t_0)$
a=0	b=1/	Quadratic	$Y(t) = (\alpha + \beta t)^2 \quad \beta > 0$
a=0	b=0	Tth power	$Y(t) = \alpha \beta^t \quad \alpha > 0, \beta > 0$
a=0	b=1	Exponetial	$Y(t) = \alpha + \beta e^{gt} \quad \beta > 0, r > 0$ $y_{\infty} > 0, \quad g > 0, \quad p > 0$

由上表可知Schnute模式確實是包羅萬象，如前所說，Von Bertalanffy和Richards皆只是其中的特殊情況而已。另外Schunte模式的母數如 y_1 ， y_2 可直接由觀察資料得到，母數相當穩定(stable)皆是其優點，在生長模式應用上，甚值推薦。

有關此模式，最近才被應用於林業上。Bredenkamp和Gregorie (1988)將Chapman-Richards生長模式應用於不同林分密度的大葉桉直徑生長上，發現在明顯競爭枯死後之林分，重新再生長並不僅達到漸近線而已，而是超出漸近線再往上生長，所以Richards模式不適合，但若用Schnute模式來配，其結果則很適合(如圖17-5)，且得知栽植密度大之林分，其林分生長曲線依圖4(1)式-有反曲點，漸近線和軸之交點。中等栽植密度之林分，其林分生長曲線依圖4(2)式-沒有反曲點；密植林分其林分生長曲線則；沒有漸近線，沒反曲點。文中亦對Richards模式與Schnute模式的母數加以比較，求算出其關係。

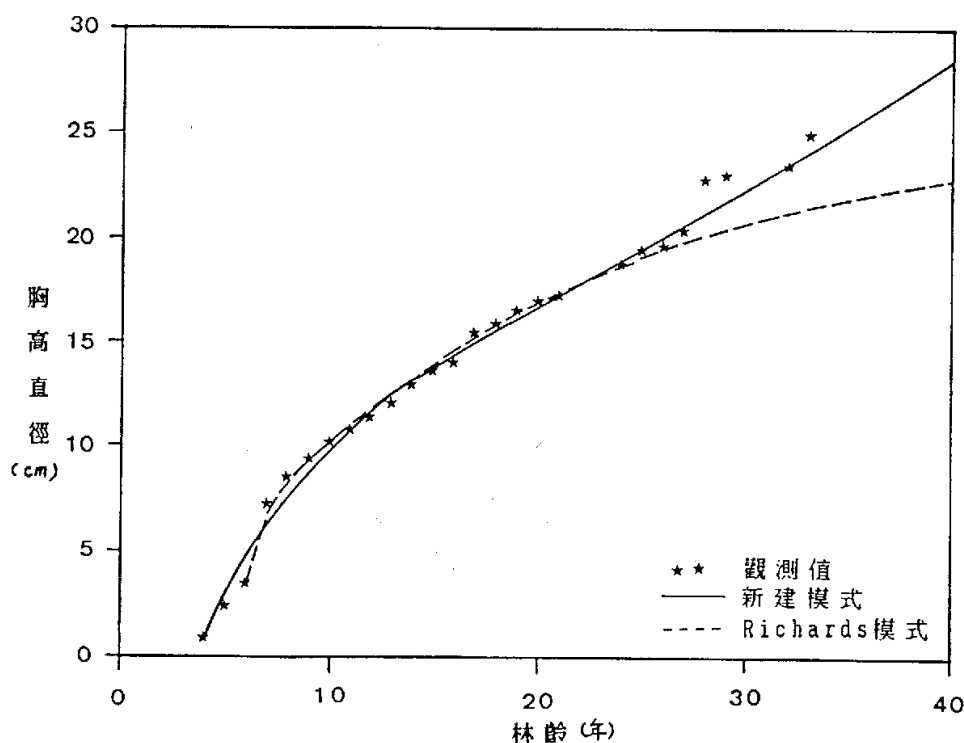


圖17-5 Schnute式及Richards式配合1.5m*1.5m林分之胸高直徑生長觀測值與理論值比較

Schnute模式與Richards模式參數間的關係：

$$\text{Richards式： } W(t) = A(1 - Be^{-kt})^{\frac{1}{1-m}} \dots\dots\dots(17-22)$$

$$\text{Schnute式： } W(t) = \left[W_1^s + (W_2^s - W_1^s) \frac{1 - e^{-r(t-t_1)}}{1 - e^{-r(t_2-t_1)}} \right]^{\frac{1}{s}}$$

$$W(t) = (A^{1-m} - A^{1-m} B e^{-kt})^{\frac{1}{1-m}}$$

$$W(t) = \left\{ W_1^s + \left[\frac{(W_2^s - W_1^s)}{1 - e^{-r(t_2-t_1)}} \right] - \left[\frac{(W_2^s - W_1^s)}{1 - e^{-r(t_2-t_1)}} \right] e^{-r(t_2-t_1)} \right\}^{\frac{1}{s}}$$

因為 $\frac{1}{s} = \frac{1}{1-m}$ ，所以 $s = 1 - m$ 。

$-r = -k$ ，所以 $r = k$

$$r^{1-m} = W_1^s + \frac{(W_2^s - W_1^s)}{1 - e^{-r(t_2-t_1)}}$$

$$\text{則 } A = \left[W_1^s + \frac{(W_2^s - W_1^s)}{(1 - e^{-r(t_2-t_1)})} \right]^{\frac{1}{1-m}} \dots\dots\dots(17-23)$$

$$A^{1-m} B e^{-kt} = \frac{(W_2^s - W_1^s)}{[1 - e^{-r(t_2-t_1)}]} \times e^{-r(t-t_1)}$$

$$B = e^{r(t_2+t_1)} \times \frac{(W_2^s - W_1^s)}{e^{rt_2} W_2^s - e^{rt_1} W_1^s} \dots\dots\dots(17-24)$$

Schnute生長曲線具有四個重要特性：

- (a) 曲線與X軸（時間軸）相交於 T_0 ；
- (b) 反曲點發生的時間為 T_S ；
- (c) 達到反曲點—最大生長速率時的材積 W_S ；
- (d) 達到漸近線時的材積為 W_∞ 。

這四個數值可以使用下列數式表之：

$$T_0 = t_1 + t_2 - \left(\frac{1}{r}\right) \times \ln \left[\frac{(e^{r_2} W_2^s - e^{r_1} W_1^s)}{W_2^s - W_1^s} \right] \dots\dots\dots(17-25)$$

$$T_S = t_1 + t_2 - \left(\frac{1}{r}\right) \times \ln \left[\frac{s(e^{r_2} W_2^s - e^{r_1} W_1^s)}{W_2^s - W_1^s} \right] \dots\dots\dots(17-26)$$

$$W_S = \left[(1-s) \times \frac{(e^{r_2} W_2^s - e^{r_1} W_1^s)}{e^{r_2} - e^{r_1}} \right]^{\frac{1}{s}} \dots\dots\dots(17-27)$$

$$W_\infty = \left[\frac{(e^{r_2} W_2^s - e^{r_1} W_1^s)}{e^{r_2} - e^{r_1}} \right]^{\frac{1}{s}} \dots\dots\dots(17-28)$$

4、經濟生產函數

$$W = f(sps, SQ(SI), Age(t), DEN(d), Treatment)$$

式中的 sps為樹種林型；SQ為土地生產潛能；Age為林齡；DEN為密度，即地力使用程度；Treatment為保育型式，如疏伐、修枝、整地。

Jackson (1980)，Nautiyal & Couto (1982)曾將生長收穫函數看做是經濟生產函數，Chang (1984)從生物曲線觀點，檢討以上兩項研究所用函數的缺失，指出連年生長並非先升後降，收穫曲線不通過原點收穫並非生長的累積生長等等現象，因而提出符合生物性和數學邏輯的生產模式；先將生產量定為時間和密度的函數 $\ln Q(t, d) = \ln A + \alpha/t + \beta/td$ ，再導入地位因子 $\ln Q(t, d, SI) = \ln A + \alpha/t + \beta/td + r/tSI + S/SI$ （ t ：林齡， d ：栽植密度， A ：某地位下的最大材積或其他載荷量， SI ：地位指數）並且將該二式皆予微分求出生長函數 $CAI = \alpha \theta(t, d) / \alpha t$ ，是從經濟學生產函數為出發點建立的生長模式。

5、一般化模式

毫無疑問的，模式的母數與個體或族群的增加量或生長量，是有非常密切的關係。所以量化增長過程的模式是可以由數學一般化方法導出。於是尋找一個一般化模式使其能描述多變性的曲線型態一直是生物學家追求的鵠的。以往如Richards (1959)；Grosenbaugh (1965)；Turner and Pruitt (1978)；Savageau (1980)；Suhmute (1981)皆是一樣在追求一涵蓋許多其他生長模式。使其模式更具有彈性、廣泛性。

6、生長模式的母數與密度的關係

(1) Pienaar and Turnbull (1973)等皆曾利用Bertalanffy的一般化生長模式，研究未實施間伐

同齡林之斷面積的生長，結果顯示在某一林分密度限度以上的林分，林木生長將趨於一定值(此值由地位所能提供的生產潛力來決定)從 m 值幾乎相等來說明其生長曲線形狀相類似，固定 A ， m ， t_0 值而分析某一特定地位之各種不同密度的林分生長。再由此建立 k 值與最初栽植密度的關係，以便由最初栽植密度和自然枯死率(natural mortality)決定每公頃未來的收穫量。此外，也用一般化的生長速率曲線圖來說明栽植密度對生長曲線性態值的變化，且栽植密度愈大，愈早達到反曲點，其最高生長速率也愈早達到。

(2) Yang 及Lin (1981)以樹冠競爭指數(CCF)為林分密度放入Bertalanffy一般化生長模式中以導出密度依變的生長模式(density dependent growth model)。

(3)白石則彥 (1985)對林木生長所做的研究可以分成五個部分：

a.設立以胸高直徑連年生長量(r)為基礎的生長模式：

$$\ln r = \ln m - kt \quad (r: \text{DBH連年生長}; m, k: \text{母數}; t: \text{時間})$$

由生長模式導出總生長量模式：

$$\int \frac{1}{x} \cdot dx = \int m \exp(-kt) dt \quad x: t=0 \text{時之胸高直徑}$$

$$\ln x(-\ln x) = \left(\frac{m}{k} \right) \cdot \exp(-kt) \quad x: \rightarrow \infty \text{時之胸高直徑}$$

$$x(t) = x \cdot \exp \left[\left(\frac{-m}{k} \right) \exp(-kt) \right]$$

此式正和Gompertz形式同。

b.將上式生長模式中除時間(t)外，再加入密度(ρ)因子，並由此導出整個研究所用模式

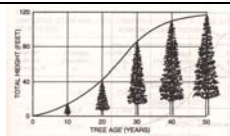
$$\text{的重心} \cdot rt = \frac{1}{x} \cdot \frac{dx}{dt} = m \exp(-kt) + \rho(k - \ln \rho - a \ln x) \text{ 且都將其所導出的模式與}$$

Gomperz式銜接上去，並以日本柳杉、扁柏的實測資料驗證模式的適合性，獲得相當好的結果。

c.以Weibull三個母數的機率密度函數來描述林分構造狀態，再以其歪度的變化得出林分構造隨時間變化的情形。

d.利用具密度之生長模式決定間伐率、間伐強度和次數，並由直徑級決定各級間伐率和幹材積。

e.由生長模式、林分生長預測來編製收穫表；由直徑分佈係數的變動或直徑生長量即可決定其收穫情形，且由各單株材積的累積成為林分材積。

	器官	林木	林分	森林生態系	地景
對象	根 莖 葉 花 果實 種子	基因 樹種 針葉樹 闊葉樹 本木 灌木	$\left\{ \begin{array}{l} \text{單純林} \\ \text{混淆林} \end{array} \right.$ $\left\{ \begin{array}{l} \text{人工林} \\ \text{次生林} \\ \text{天然林} \end{array} \right.$	林型 群叢 植生 不同梯度之植生林型	嵌塊體 廊道 基質 地理區
狀況 (status)	形態/構造、林型 大小 物候 (時間-現象…)		點物種歧異度/ α 歧異度 樹種組成 林分結構 林分蓄積	α 歧異度/ β 歧異度 垂直分級 林型分布 林型/植生圖	β 歧異度/ γ 歧異度(區域) 1.長短、面積大小 2.維度 3.格局(pattern) 4.土地利用
功能 (function)	根—呼吸 莖—光合作用—生長 葉—光合 花—季節分布 果實—傳播方式(數量種類)	$V_{t+n} = f(sps, Age, SQ, Den, Treatment)$ Age：林齡 SQ—生育地 $\left\{ \begin{array}{l} \text{溫/濕/含水量} \\ \text{地質/地形} \\ \text{土壤} \\ \text{生物間} \end{array} \right.$ DEN：密度(競爭) Treatment：保育形式如，疏伐	能流 物流—生物鏈、食物鏈 資訊流	pattern↔process ↔mechanism 過程機制→格局	
變遷 (change)	生長變化 $W = f(t)$ 點狀況—時間歷程變化、功能變遷、消長	$V_{n+t} = V_n + G + I - M - C$	棲群動態 生育地演替 植群演替 林型變遷	點 線 面 } 的地景參數 的變化	
空間展現	 林木位置圖	樣區位置圖	生態系分布圖 植生圖	地景分布圖 土地利用型圖	
模式	$\frac{dw}{dt} = nW^m - kW$ $W = A \left[1 - B \exp(-kt)^{\frac{1}{1-m}} \right]$	$V_{t+n} = f(sps, SQ, Den, Age, Treatment)$ $V_{t+n} = N \int g(x, \theta) \cdot f(x)$	$\frac{dw}{dt} = \gamma LA(1 - \frac{DH}{D_{\max} H_{\max}})$ $\cdot f(\text{環境因子})$	$\frac{dDimersion}{dt} = f(t)$	
模擬	Shanon & Wiener (1963)— $HSW = -\sum \left(\frac{n_i}{N} \right) \ln \left(\frac{n_i}{N} \right) = -\sum (p_i)(\ln p_i)$ Simpson (1949)—優勢度量測(dominance measure) $D_s = \sum_{i=1}^S \left(\frac{n_i}{N} \right)^2 = \sum_{i=1}^S P_i^2$				

引用文獻

- 馮豐隆，1993，生長模式在森林經營決策中所扮演的角色，台灣林業，19(5):25-31。
- 馮豐隆，1995，生物與生態監測，臺灣林業，21(9):12-18。
- 馮豐隆，1995，整合林業林學資料庫的建立，臺灣林業，21(10):12-19。
- 馮豐隆，1996，介紹“美國國有林健康監測計劃”，台灣林業，22(9):39-42。
- 馮豐隆、林子玉，1988，生長關係函數與生長模式，中興大學實驗林研究報告，9:23-32。
- 馮豐隆、林子玉，1992，台灣林分結構生長模擬模式系統的建立，興大實驗林研究報告，14(2):55-58。
- 馮豐隆、楊榮啟，1988，使用貝爾陀蘭斐模式研究台灣七種樹種生長之適用性的探討，中華林學季刊，21(1):47-64。
- 馮豐隆、楊榮啟，1988，森林生長模式之建立，中華林學季刊，21(4):3-15。
- 馮豐隆、楊榮啟，1990，史納德、柴普曼—理查梓生長函數式於林木各性態值生長上之應用，台灣大學農學院季刊，30(1):51-63。
- 楊榮啟，1985，貝爾陀蘭斐生長模式在研究台灣樹木生長分析上適用性，中華林學季刊，18(4):25-36。
- 楊榮啟、馮豐隆，1989，史納德生長模式在台灣人工林分結構分析上之應用，中華林學季刊，22(3):3-17。
- 楊榮啟、馮豐隆，1989a，母數預測模式及母數回復模式在研究台灣林木生長及林分結構分析上之應用，中華林學季刊，23(1):53-71。
- 楊榮啟、馮豐隆，1989b，史納德生長模式在台灣人工林分結構分析上之應用，中華林學季刊，23(3):53-71。
- 白石則彥，，同齡單純林木生長予測に關する研究，東京大學農學部附屬演習林，演習林報告，1:199-256。
- 箕輪光博，1982，林木の生長に關する理論的考察(I)：log-Mitschlich式理論，日林誌，64(12):461-467。
- 箕輪光博，1983，林木の生長に關する理論的考察(II)：自己間引モデルの検討，日林誌，65(4):135-142。
- 箕輪光博，1983，林木の生長に關する理論的考察(III)：三次元之log-Mitschlich式系，日林誌，65(11):417-426。
- Bailey, R. L. 1980. Individual tree growth derived from diameter distribution models. For. Sci. 26:621-632.
- Bailey, R. L., and T. R. Dell. 1973. Quantifying diameter distribution with the Weibull function. For. Sci. 19:97-104.
- Berry, G. J., R. J. Cawood, and R. G. Flood. 1988. Curve fitting of germination data using the Richards function. Plant, Cell, and Environment 11:183-188.
- Bertalanffy, L. 1938. A quantitative theory of organic growth. Human Biol. 23:302-312.
- Bertalanffy, L. 1957. Quantitative laws in metabolism and growth. The Quarterly Review of Biology, 32:217-231.
- Bredenkamp, B. V., and T. G. Gregoire. 1988. A forestry application of Schnute's generalized

- growth function. For. Sci. 34:790-797.
- Burkhart, H. E., and P. T. Sprinz. 1984. A model for assessing hardwood competition effects on yields of Loblolly pine plantations. Div. of For. and Wildlife Res., Va. Polytechnic Inst. and State Univ., FWS-3-84, 59pp.
- Burkhart, H. E., R. C. Parker, and K. D. Ware. 1981. A comparison of growth and yield prediction models for Loblolly pine. Div. of For. and Wildlife Res., Va. Polytechnic Inst. and State Univ., FWS-2-81, 59pp.
- Cao, Q. V., H. E. Burkhart and R. C. Lemin, Jr. 1982. Diameter distribution and yields of thinned loblolly pine plantation. VIP FWS-1-82, 62pp.
- Chang, S. J. 1984. A simple production model for variable density growth and yield modeling. Can. J. For. Res. 14:783-788.
- Clutter, J. L. 1963. Compatible growth and yield models for Loblolly pine. For. Sci. 9:354-371.
- Clutter, J. L. and F. A. Bennett. 1965. Diameter distributions in old-field slash pine plantation. Ga. For. Res. Council Report. No. 13.
- Cooper, C. F. 1961. Equations for the description of past growth in even-aged stands of Ponderosa pine. For. Sci. 7:72-80.
- Davis, L. S., and K. N. Johnson. 1987. Forest management. McGraw-Hill Book Comp. P.95-170.
- Draper, N. R., and H. Smith. 1981. Applied regression analysis 2nd. Ed. John Wiley and Sons, Inc. p97-99, 458-517.
- Fong-Long Feng 1989. The Growth and Stand Structure of Natural and Man-Made Forests in the Tropical Forest Region of Taiwan. Bull. Expt. Forest of NCHU. 11:21-40.
- Frazier, J. R. 1981. Compatible whole-stand and diameter distribution models for loblolly pine stand Unpublished PhD diss., VPI and Stat. Univ, Dep. For. 125pp.
- Grosenbaugh, L. R. 1965. Generalization and reparameterization of some sigmoid and other nonlinear functions Biometrika 21:708-714.
- Hyink, D. M. 1980. Diameter distribution approaches to growth and yield modeling. Proceedings of a workshop on forecasting stand dynamic, Lakehead Univ., Thunder Bay, Ontario, June 24-25, 1980.
- Hyink, D. M., and J. W. Moser. 1983. A generalized framework for projecting forest yield and stand structure using diameter distribution. For. Sci. 29:85-95.
- Jackson, D. H. 1980. The microeconomics of timber industry. Westview press. p148-172.
- Mackinney, A. L., F. X. Schumacher and L. E. Chaiken. 1937. Construction of yield tables for non-normal Loblolly pine stands. J. Agric. Res. 54:531-545.
- Matney, T. G. and A. D. Sullivan. 1982. Compatible stand and stock tables for thinned Loblolly pine stands. For. Sci. 28:161-171.
- Moser, J. W., Jr. and O. F. Hall. 1969. Deriving growth and yield function for uneven-aged forest stands. For. Sci. 15:183-188.
- Munro, D. D. 1974. Forest growth models-prognosis. In Fries 1974 IUFRO Proceedings: 7-21.
- Nautyal, J. C., and Couto. 1982. The use of production function analysis in management. For. Chron. 58:42-54.
- Nelson, T. C. and F. A. Bennett. 1965. A critical look at the normality concept. J. For. 63:107-109.

- Pienaar, L. V. and K. J. Turnbull. 1973. The Chapman-Richards generalization of Von Bertalanffy's growth model for basal area growth and yield in even-aged stands. For. Sci. 19:2-21.
- Richards, F. J. 1959. A flexible growth function for empirical use. J. Exp. Botany 10:290-300.
- Savageau, M. A. 1979. Growth equations: A general equation and a survey of special cases. Math. BioScience, 48:267-278.
- Schnute, J. 1981. A versatile growth model with statistically stable parameters. Can. J. Fish. Aquat Sci. 38:1128-1140.
- Shinozaki, K., K. Yoda, K. Hozumi, and T. Kira. 1956. A quantitative analysis of plant form-the piper model theory I. Basic Analysis. Jpn. J. Ecol. 14:97-105.
- Starfield A.M. & A.L. Bleloch 1987. Building Models for Conservation and Wildlife Management. Macmillan Pub. Co. p1-11.
- Turner, M. E., and K. M. Pruitt. 1978. A common basis for survival, growth and autocatalysis. Math. BioSciences 39:113-123.
-
- Boykin D.B.,J.F. Janak & J.R. Wallis 1972 Some Ecological Consequence of a Computer Model of Forest Growth J.Ecol.60 p849-872
- Bruce D. & L.C. Wensel 1987 Modelling Forest Growth : Approaches, Definitions, and Problems. Proceedings of the IUFRO Conference on Forest Growth Modelling and Prediction Aug. 23-27,1987,Minneapolis,Minnesota.p1-p8.
- Buongiorno J. & J.K. Gilles 1987 Forest Management and Economics Macmillan Pub.Co. p1-p5.
- Draper N.R. & H. Smith 1981 Applied Regression Analysis John Wiley & Sons Inc. p505.
- Shugart Jr.H.H.and D.C.West 1980 Forest Succession Models BioScience 30(5) : 308-314.
- Swartzman G.L. & S.P Kaluzny 1987 Ecological Simulation Primer. Macmillan Pub. Co. p1-p11.
- Walter C. 1986 Adaptive Management of Renewable Resources. Macmillan Pub. Co. preface.

附錄

一、Schnute模式SAS程式

```

%MACRO T(M,N,P,Q);
DATA AA;
infile "c:\1\10&M.prn";
input T W;
TITLE 10&M ;
PROC NLIN BEST=10 PLOT METHOD=MARQUARDT;
PARMS Y1=&N Y2=&P
A=0.04 B=0.7;T1=1;T2=&Q;
A1=Y1**B;B1=Y2**B;C=B1-A1;
D=1-EXP(-A*(T-T1));E=1-EXP(-A*(T2-T1));
F=D/E;G=1/B;L1=LOG(Y1);L2=LOG(Y2);
H=A1+C*F;MODEL W=(A1+C*F)**G;
DER.Y1=Y1**(B-1)*(1-F)*(A1+C*F)**(G-1);
DER.Y2=Y2**(B-1)*F*(A1+C*F)**(G-1);
DER.A=G*(A1+C*F)**(G-1)*C*(((T-T1)*(1-D)*E-(T2-T1)*(1-E)*D)/E**2);
DER.B=(-G**2*LOG(A1+C*F)+G*((L1*A1+F*(L2*B1-L1*A1))/H))*H**G;
OUTPUT OUT=B P=WHAT R=WRESID;
PROC PLOT DATA=B;
PLOT W*T='0' WHAT*T='P'/OVERLAY;
PLOT WRESID*T ;
PROC PRINT;
Run;
%MEND;
%T(01. ,0.00000001 ,13.89 ,32);
%T(02. ,0.00000001 ,11.423 ,34);

```

二、Richards模式SAS程式

(1) Richards模式4個母數偏微分

$$W = A[1 - B \exp(-kt)]^{\frac{1}{1-m}}$$

$$\frac{W}{A} = [1 - B \exp(-kt)]^{\frac{1}{1-m}}$$

$$\frac{W}{B} = \frac{A}{1-m} [1 - B \exp(-kt)]^{\frac{m}{1-m}} \cdot \exp(-kt)$$

$$\frac{W}{k} = \frac{A}{1-m} [1 - B \exp(-kt)]^{\frac{m}{1-m}} \cdot (-B)[\exp(-kt)](+t)$$

$$\frac{W}{m} = \frac{A}{(1-m)^2} \ln A(1 - B \exp - kt) A(1 - B \exp - kt)^{\frac{1}{1-m}}$$

(2) SAS程式

```

CMS FILEDEF ST1017 DISK DFUN047 DATA A (RECFM F LRECL 155;
DATA ST1017;
    INFILE ST1017;
    INPUT X 2-3 Y1 26-32;
TITLE 'RICHARD FUN.Y=A{1-B*EXP[-K*(T-0)]}**{1/(1-M)} 1-47
    DFUN047 VTG VS GE';
PROC NLIN BEST=10 PLOT METHOD=MARQUARDT;
    PARMS A=1.065 B=1.015 K=0.0182 M=0.0815;
    Q=EXP(-K*X);
    Z=(1-B*Q)**(1/(1-M));
    MODEL Y1=A*Z;
    DER.A=Z;
    DER.B=(-A*Q/(1-M))*Z**M;
    DER.K=A*X*B*Q/(1-M)*Z**M;
    DER.M=(A/(1-M)**2)*Z;
    OUTPUT OUT=B P=YHAT R=YRESID;
PROC PLOT DATA=B;
    PLOT Y1*X='A' YHAT*X='P' /OVERLAY VPOS=25;
    PLOT YRESID*X / VREF=0 VPOS=25;
PROC PRINT;

```

第十八章 生長收穫於林木經營上之應用

18.1 恆續收穫(sustained yield)

森林資源的連續收穫(continuous yield)

定期收穫量＝淨生長量

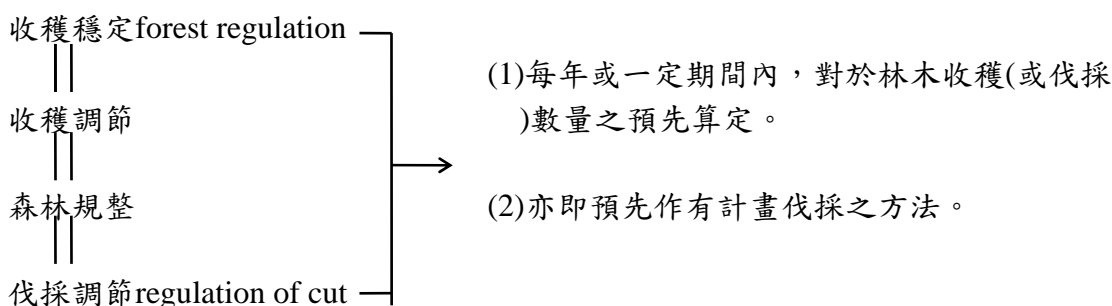
收穫木材數量每年相同→嚴正恆續收穫(absolute sustained yield)

→(sustained-yield management)恆續收穫經營＝恆續經營

18.2 森林調節技術(forest regulatory techniques)

目的：森林組織能有秩序的狀態下，達成收穫物的恆續生產

伐採量、樹種、地點的選擇



18.3 過程

(1)伐採查定(determination of cut)

由森林蓄積中查定其應有之砍伐量，即收穫量。

(2)伐採調節(Regulation of cut)

按收穫恆續與林分排列順序之觀點，判定已查定之伐採量，即全部收穫或保留多少。

伐採觀點：(A)伐木為企業性之生產事業—以獲利為主。

(B)伐木為林木更新，考慮保安國土，恆續收穫。

When — rotation

How much — allowable cut to cut

Where — area to cut location

What Kind or size of timber — stand structure

18.4 收穫預定方法

方法依目的而不同

(1)以材積收穫恆續為目的：調節伐採量—面積材積平方法

(2)以現實法正狀態為目的：量與林分配置—面積法，折衷法

(3)以現實收益恆續為目的：收益為原則—林分經濟法

18.5 林分法(stand method) Judeich發展

Cotta (1840)—面積分配法(area allotment method)

Hartig (1795)—材積分配法(volume allotment method)

齡級法正分布→不影響生產恆續

18.6 森林結構法(forest structure system)

各直徑級林木之平衡分佈有理想蓄積之設置

去除劣勢樹木→健康、活力優良之樹木→林木蓄積構成自動接近平衡

18.7 容許伐採量(Allowable cut)

由生長率(Growth rate) }
蓄積量(Growing Stock) } 查定

(一)輪伐期各年分配收穫者

(1)區劃輪伐期

固定區域 $f = \frac{F}{R}$ 式中：F為面積，R為輪伐期

(2)分期收穫配合法

a.材積平方法

b.面積平方法

(二)生長量法

現實蓄積量×生長率＝生長量

(三)齡級法

現實林齡／法正狀態齡級相對照

(1)純粹齡級

(2)林分經濟法—伐採列區，依收益最

(四)法正蓄積法

(1)蓄積法

$Y = \frac{2\bar{V}a}{R}$ 式中 $\bar{V}a$ ：現實材積 R ：輪伐期

(2)利用率法

$\frac{Ya}{\bar{V}a} = \frac{Yn}{\bar{V}a}$ 式中 Ya ：現實實收穫 $\bar{V}a$ ：蓄積 Yn ：法正收穫

(3)較差法(Heyer法)

$Y = Z + \frac{\bar{V}a - \bar{V}n}{a}$ 式中 $\bar{V}n$ ：法正蓄積 Z ：連年生長量

(五)生長量法

現實蓄積量×生長率＝生長量

18.8 收穫種類

(一)產物收穫(product yield)

(1)主產物(principle products, major products)

a.主伐收穫(principle yield)

b.間伐收穫(intermediate yield)

(2)副產物(Minor products)

於外影響主產物收穫範圍內，使收穫提高。應避免有礙恆續作業，有損地力。

(二)金錢收穫(Monetary Yield)

(1)毛收穫(Gross Yield)

(2)淨收穫(Net Yield)

(三)按時期收穫

(1)定期收穫(periodic yield)

(2)連年收穫(current annual yield)

(3)平均收穫(Mean annual yield)

18.9 收穫表(yield table)

(一)種類

(1)普通收穫表(general yield table)

(2)地方收穫表(local yield table)

(3)金錢收穫表(Monetary yield table)；

材積—材種—單價(時空限制)營林收穫與輪伐期決定

(4)法正收穫表(normal yield table)

a.不同age, SI→stocked even-age stands→法正林(normal forest)→理想林(idea forest)→平均最佳(average best)

b.實地調查(field sampling)應包括：

(a) site index table and curves

(b) yield table proper—(age class, SI, D, H, Nt/ha, BA/ha, V/ha)

(c) increment tables and ratios；含mai, cai,生長率

(d) stand table林分表，各地位級，直徑級，株數，斷面積，材積—組成狀況

(e)材積表(volume table)

註：法正林應具

(1)法正齡級分配

(2)法正林分排列

(3)法正生長

(4)法正蓄積

(二)收穫表之編製

a.收穫表資料之收集

DBH → BS → BA/ha → 林分密度

Hd + Hcod—Diameter-height curves→site index curve site class 立地指數

$H = f(D)$

$Nt \rightarrow Nt/ha$

Area

$V = f(D, H)$ —Timber volume, Merchantable volume

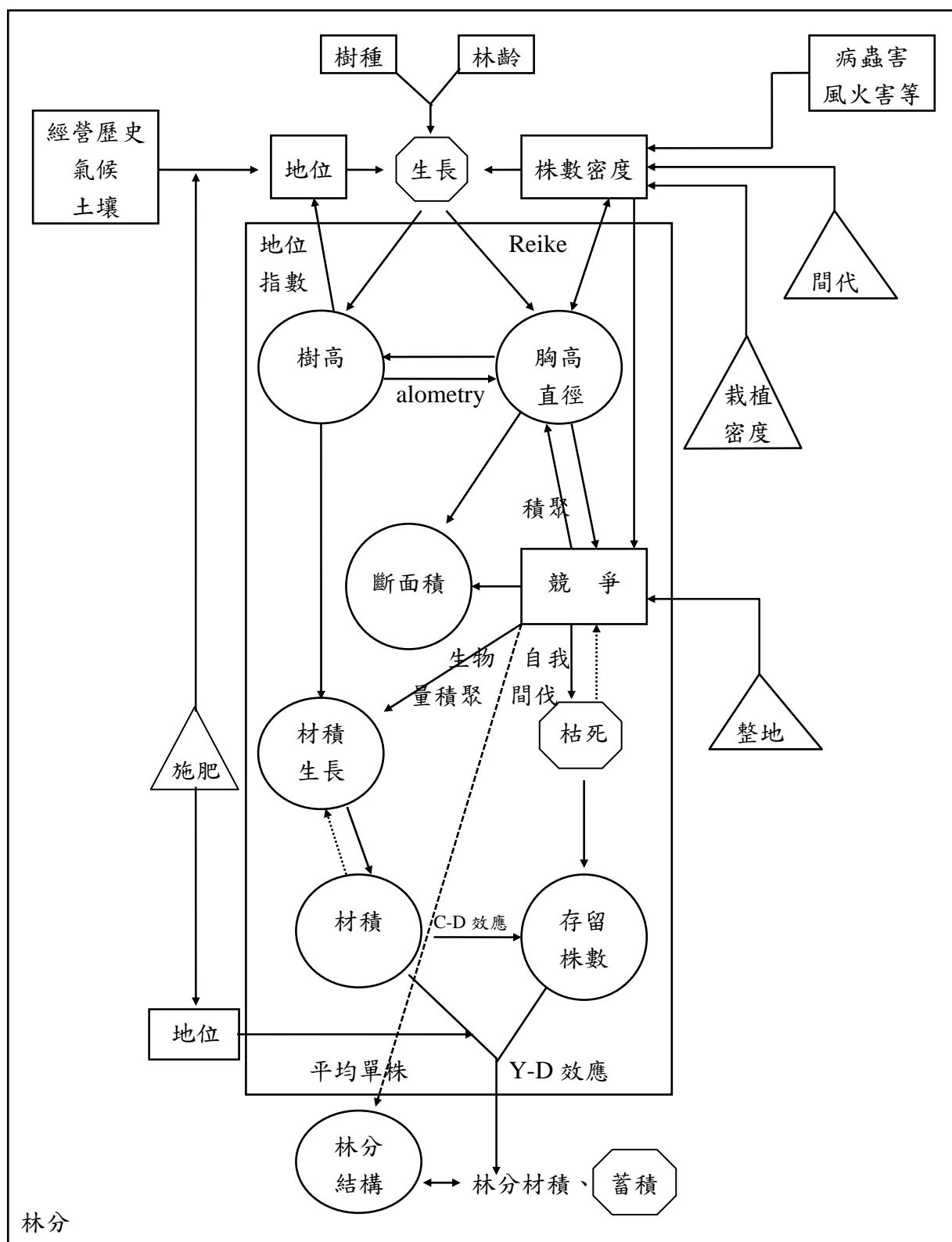
b.收穫表的用途

- (1)林地地位級查定—地位指數，地位級
- (2)立木度(林分密度)之查定
- (3)林木材積之查定
- (4)林木生長量之查定
- (5)森林收穫之推算
- (6)最適樹種，作業法，伐期齡之決定
 - 1.同齡，不同site index→sps最適
 - 2.同齡，同site index→材積量大→作業方法
 - 3.同齡，同site index，同operative system→各age材積，材積平均最大的年齡→最佳生理代期齡

- (7)林地價，林木價，森林價之查定
 - 以標準機誤(standard error of estimation)

$$S_{yx} = \sqrt{\frac{\sum f(y - y_e)^2}{N - 2}} \text{ 表之}$$

圖：單株與林分各組成間影響關係圖



——→ 數學關係

.....→ 直接影響通道

△ 經營作業方式

⬡ 現象

□ 影響因子

○ 狀態

(改進 Avery and Burkhart 1984)

杉木的經營管理

(一)香杉採穗園全林（每木）調查（Tally）

1998.6.29

目的：(1)永久樣區（Permanent Sampling Plot，PSP）維護

(2)遊憩區林木疏伐決策設計（Decision-Making Planning Design）

資訊需求：(1)林木位置圖（individual tree map）含樹編號

(2)建樹高曲線式（ $H=f(DBH)$ ）

(3)建胸徑／樹冠面積關係式（ $CA=f(DBH)$ ）

(4)設立疏伐準則（criteria）為形成大徑材，可供蔽蔭、明亮的遊客活動空間

◎疏伐

1.增加材積（單株材積）

2.保持一定蓄積

3.產物收穫

4.提早收穫時間

5.防病蟲害

6.遊客樂於接近—空間疏伐

→多大範圍：樹冠面積

→明亮／蔽蔭

→步道—桌子附近去除林木

7.人活動空間

8.階段式疏伐

(二)固定面積取樣與變動（無邊）樣區取樣法精確度比較

1998.6.30

調查地點：香杉採穗園

調查方法：1.固定面積取樣

(1)長方形

(2)圓形

2.無邊樣區取樣

(1)樣線法（line sampling）

(2)樣點法（point sampling）

分析方法步驟：

2.原理：BAF（basal area factor），角距常數（gaug constart，K）

單位面積內樣木所代表面積與其胸高斷面積之比例尺

$$\begin{aligned}
&= \frac{(DBH_i)^2 \pi}{4(100)^2} \times \frac{10,000}{Rj\pi} = 10,000 \sin^2 \frac{Q}{2} (m^2/ha.) \\
&= 2,500 \left(\frac{DBH}{100R} \right)^2 = 2,500 K^2 \\
&= 2,500 \left(\frac{\text{指寬}}{\text{臂長}} \right)^2 = 2,500 \left(\frac{\text{角距寬}}{\text{線長}} \right)^2
\end{aligned}$$

操作：

(1)水平樣線法： αDBH_i

估計 BA/ha ，需測其樣木的胸徑

$$BA/ha = \frac{\pi}{4} \sum_{i=1}^n Z_i \times ft \times \left(\frac{DBH}{100} \right)^2$$

Z_i = 角距常數 K ，所測得之林木株數

$$ft = \text{每株林木之每金頃株數} = \frac{10,000 \times BAFS QF}{L \times DBH(\text{角距寬})}$$

$$BAFS QF = 100 \sin \frac{Q}{2}$$

$$ft(1): \frac{10,000}{A} = \frac{10,000}{2}$$

$$(2): \frac{10,000 BAFS QL}{L \times D}$$

(2)水平樣點法： αDBH_i^2

只需計數株數

$$\sum Z_i \times DBF$$

結果與討論：

(三)杉木生長狀況調查與分析

一、目的：瞭解（惠蓀林場）杉木不同立地（生育地）林木生長變化

林分調查表／林木調查表 填完整—建檔後，繳回

二、前人研究

三、調查地點、位置（材料與方法）杉木分層取樣設計

項目、表格、方法、步驟、分析方法步驟

四、結果與討論

五、結論

六、引用文獻

七、附錄

(四)杉木不同生育地（立地）林木、林分生長比較生長調查與分析

1998.7.1

目的：林木生長=f（基因 G、環境 E，G×E）

林分發展 = g (SPS, SQ, Den, Age, Treatment)

SQ = g' (地埋位置、地形、土壤、氣候、生物)

地形 = g'' (坡度、坡向、海拔高)

瞭解惠蓀林場杉木林在各種不同坡度、坡向、海拔高等級之林木生長與林分變遷

方法與材料：

地理位置：

1. 北港溪流域惠蓀林場範圍以 40m×40m 的網格
2. 以惠蓀林場之 DTM 進行地形分析以得坡度圖、坡向圖、海拔高圖
3. 以惠蓀林場之土地利用型圖，選取杉木造林地
4. 套疊惠蓀林場造林位置圖（造林台帳）找出其屬性造林台帳號
5. 依坡度¹ ~ 35°² ~
坡向平¹ — N² — NE³ — E⁴ — SE⁵ — S⁶ — SW⁷ — W⁸ — NW⁹
海拔高¹ ~ 700² ~ 1200³ ~

方法：(1) 將坡度、坡向、海拔高分等分級，以便進行分層取樣工作 (stratified sampling)

(2) 以第三次資源調查樣區（林分）、樣木（單株林木）調查表與工作手冊為歸依進行樣區、樣木調查資料集建檔。

結果與討論：

(五) 杉木不同疏伐度對林木生長的影響

1998.7.2

目的：林分的發展： g (SPS, SQ, Age, Den, Treatment)

為瞭解不同疏伐度（密度）對林木、林分生長的影響

材料：1964 年 2 月造林 201 號杉木造林地

實施疏伐面積 39.85ha.

海拔 1080m~1050m

東北→東南向 50° ~ 35°

土質：砂質壤土、土深腐植層 6cm、1200m 山脊、1000 山腰

1964	1979	1981	1994	1998
	13 年生	19 年生	30 年生	34 年生
造林	疏伐處理	調查	調查	調查

疏伐處理：保留 BA80% (A 區)，保留 BA60% (B 區)，保留 BA40% (C 區)

輕度疏伐

中度疏伐

強度疏伐

3 種處理，4 個重覆，2 種不同高地，1200m 山脊，1000m 山腰

3×4×2=24 區 0.1ha 圓形樣區

(六) 永久樣區如何維護？

1.背景資料的瞭解與掌握

(1)設立目的原由

(2)PSP 設計

(3)過去已有資料

①樣區位置

②林木位置

③經營管理歷史

2.再訪樣區現地

(1)如何找回單株樣木／林分樣區／林型（土地利用型）／集水區、地景

(2)原來標籤

- 如何很快的找到樣區
- 如何查名樹木上的標誌

第十九章 孔隙生長模式 (Gap model)

1. 生長收穫研究永久樣區取樣調查的評估：以 Swiss 為例

Evaluation of permanent sample surveys for growth and yield studies: a Swiss example. Michael Köhl, Charles T. Scott, Andreas Zingg. 1995. Forest Ecology and Management. 71: 187-194.

2. 利用單株模擬模式探討森林演替與經營

Individual-based simulation models for forest succession and management. Jianguo Liu, Peter S. Ashton. 1995. Forest Ecology and Management. 73: 157-175.

3. 在 Sumatra 的南洋材熱帶雨林的樹冠立體結構(幾何)

The geometry of the canopy of a dipterocarp rain forest in Sumatra. Jean-Michel N. Walter, Emmanuel F. Torquebiau. 1997. Agricultural and Forest Meteorology. 85: 99-115.

4. *Picea jezoensis* 與 *Abies Sachalinensis* 在日本北方次寒帶針葉樹林幼苗的生長關係(Allometry)與競爭

Allometry and Competition between Saplings of *Picea jezoensis* and *Abies sachalinensis* in a Sub-boreal Coniferous Forest, northern Japan. Yasuhiro Kubota, Toshihiko Hara. 1996. Annals of Botany. 77: 529-537.

5. 孔隙形成選成森林空間動態

On Forest Spatial Dynamics with Gap Formation. Susanna C. Manrubia, Richard V. Solé. 1997. J. Theor. Biol. 187: 159-164.

6. 孔隙擴張的森林空間動態：總孔隙面積與孔隙大小

Forest Spatial Dynamics with Gap Expansion: Total Gap Area and Gap Size Distribution. Takuya Kubo, Yoh Iwasa, Naoki Furumoto. 1996. J. Theor. Biol. 180: 229-246.

7. 西班牙南方的冷杉森林的結構與動態

The structure and dynamics of an *Abies pinsapo* forest in southern Spain. Montserrat Arista. 1995. Forest Ecology and Management. 74: 81-89.

8. 基於樹種組成的森林動態模式

Models of forest dynamics based on roles of tree species. M.F. Acevedo, D.L. Urban, H.H. Shugart. 1996. Ecological Modelling. 87: 267-284.

9. 不連續樹冠孔隙機率模式

Modeling the Gap Probability of a Discontinuous Vegetation Canopy. Xiaowen Li, Alan H. Strahler, Member, Ieee. 1998. IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing. 26(2): 161-170.

- 10.伐採時馬來西亞 香科雨林的影響：使用森林孔隙模式
The Influence of Logging on a Malaysian Dipterocarp Rain Forest: A Study Using a Forest Gap Model. P. Kürpick, U. Kürpick, A. Huth. 1997. J. Theor. Biol. 185: 47-54.
- 11.在森林樹種歧異度模式內有關更新的氣候格局
Phenological Pattern of Tree Regeneration in a Model for Forest Species Diversity. Takuya Kubo, Yoh Iwasa. 1996. Theoretical Population Biology. 49: 90-117.
- 12.部分組成干擾和嵌塊體年齡分布，對森林孔隙動態
Forest gap dynamics with partially synchronized disturbances and patch age distribution. Yoh Iwasa, Takuya Kubo. 1995. Ecological Modelling. 77: 257-271.
- 13.森林孔隙模式狀態變數更新及模式收斂
Model convergence and state variable update in forest gap models. Harald Bugmann, Andreas Fischlin, Felix Kienast. 1996. Ecological Modelling. 89: 197-208.
- 14.改進森林孔隙模式的林分結構模擬
Improving the simulation of stand structure in a forest gap model. Marcus Lindner, Risto Sievänen, Hans Pretzsch. 1997. Forest Ecology and Management. 95: 183-195.
- 15.沿著乾燥梯度改善森林孔隙模式行為
Improving the behaviour of forest gap models along drought gradients. Harald Bugmann, Wolfgang Cramer. 1998. Forest Ecology and Management. 103: 247-263.
- 16.長葉松（Wiregrass）生態系的孔隙更新
Gap-phase regeneration in longleaf pine wiregrass ecosystems. Dale G. Brockway, Kenneth W. Outcalt. 1998. Forest Ecology and Management. 106: 125-139.
17.
Some Ecological Consequences of a Computer Model of Forest Growth. Daniel B. Botkin, James F. Janak, James R. Wallis. 849-872.
18.
Development of an Appalachian Deciduous Forest Succession Model and its Application to Assessment of the Impact of the Chestnut Blight. H.H. Shugart, Jr and D.C. West. 1977. Journal of Environmental Management. 5: 161-179.

改變環境中的陸域生態系

Terrestrial Ecosystems in Changing Environments

Herman H. Shugart. 1998. Cambridge University Press. 537pp.

前言

在過去這一世紀，吾人有機會參與生態學和地理學最令人激動的研究領域：努力去了解地理大氣、海洋與陸域表面的交互作用。這個研究領域有時是涉及“全球變遷生物學(global change biology)”或全球變遷生態學(global change ecology)。對研究科學家來講，對此領域的興趣，一般是透過國際科學共同合作所研發。聯合國的環境規劃署(U.N. Environmental programme, UNEP)與氣候組織(World Meteorology Organization, WMO)共同設立的氣候變化政府間專家委員會(The Intergovernmental Panel On Climate Change, IPCC)、國際地理生物圈計畫(The International Geosphere Biosphere Program, IGBP)和大眾公共的關心人類在大氣、海洋與土地的改變所造成的影響。個人在此領域主要著重應用生態模式於了解人為所造成氣候、森林狀況與其他陸域生態系影響的結果。

以我個人的經驗，過去幾年學生獲得全球變遷生態的知識相當不少。然而，與合作的不同領域、不同思考邏輯的科學家群在一起時，則大都對全球變遷有興趣，有些考古學家、古生態學家則對過去生態系有興趣。地球最近的地質歷史裏氣候有相當的變異，古生態學家的研究很自然地要對海洋—氣候—植物的交互作用有更好的了解，其他的研究者，則由植物、動物和生育地的格局，來探討全球生態學。現在的科學家們，通常應用許多不同的技術與過程，尤其是利用超強計算能力的電腦，來整理處理大量的生態、氣候資料，以衛星航遙測技術，獲得大範圍地球表面獲得調查的資料、量測生態學的水變量(flux of water)、二氧化碳(CO₂)、熱和化學物質等。其他有些研究者對不尋常的動物和植物現象有興趣，他們看到了大尺度的生育地破壞和損害原因(如氣候變遷、人類土地利用和人類改變環境)的現象而驅動他們去了解地球系統的功能。即使上面列了一些，但研究、學習全球變遷的理由，仍然無法勝舉。

有許多關於全球變遷主題的技術的優良書籍，係由特殊專家撰寫全球變遷和全地球系統動態的主題，這些書可以提供某特殊領域背景的專家豐富的資訊，但對學生而言，乃需要提供探討全球變遷一些生態學與科學的基本背景知識，本書係於 1993~1994 由 U. of Virginia 休假，前往 Australia Commonwealth Scientific and Industrial Research Organization, Division of Wildlife and Ecology 和 Research School of Biological Science, Environmental Biology Department, Australian National University 工作，這兩所傑出的 Australian 組織是全球變遷的生態方面佔世界領先研究的地位。在老朋友的祝福下，吾開始撰寫本書，後來草稿在 U. of Virginia 的“全球變遷(Global Change / EVSC 493 / 795)”課程裏使用了 3~4 年(大學部與研究所)，且歷經同學的批評修改，最後才出版。

本書希望提供做教科書，其實本書也具備教科書的特性。在我的研究生涯裏，由鳥類學到植物生態，再到全球變遷。本書，我想強調生物圈的改變與非均衡(non-equilibrium)現象。我希望顯示全球生態研究，這並不是什麼新的發現，其只是由基本生態學建構出來(如區位理

論、植物地理、地景的嵌塊特性)。我想要以輕鬆的態度，使用生態模式來討論模式的形成和結果，內容中吾亦將在 U. of Georgia 大學的授業師 B.C. pattern 教授的生態模式歷史與基礎加以討論。或許有人會覺得用了一些數學而感困擾，但模式化是推測未來或過去環境變遷相當重要的部分。吾也想利用許多結果來反應人類對地球改變潛在的衝擊，此部分在本書後面幾個章節裏會加以說明。

內容(CONTENT)

第一部份 前言 INTRODUCTION

- 1 瞭解生態系改變的重要 The importance of understanding ecosystem change
- 2 改變無處不在 The omnipresence of change
 - (1) 氣候的長期變異 Long-term variations in climate
 - (2) 第四紀的改變 Changes in the Quaternary Period
 - (3) 全域紀元的改變 Changes in the Holocene Epoch
 - (4) 結論 Concluding comments
- 3 時間尺度、空間尺度與生態系 Temporal scale, spatial scale and the ecosystem
 - (1) 生態系觀念的根 Roots of the ecosystem concept
 - (2) 生物地理中心論 The biogeocoenosis and the ecosystem
 - (3) 時間尺度、空間尺度與生態系 Temporal scale, spatial scale and the ecosystem
 - (4) 結論 Concluding comments

第二部份 基本觀念 BASIC CONCEPTS

- 4 生態模擬 Ecological modelling
 - (1) 一定化狀況的自動化 Finite-state automata
 - (2) 表現動態系統的狀況變數 State variable representations of dynamic systems
 - (3) 狀況空間的改變：系統動態的幾何表示 Change in state space: a geometrical representation of system dynamics
 - (4) 部位模式和物質流 Compartment models and material flow
 - (5) 生態系研究的部位模式的形成 Formulation of compartment models for ecosystem studies
 - (6) 部位模式的應用 Applications of compartment models
 - (7) 應用於生態模式的共同觀念 Common concepts used in ecological modelling
 - (8) 結論 Concluding comments
- 5 區位理論 Niche theory
 - (1) Grinnellian 區位 The Grinnellian niche
 - (2) Eltonian 區位 The Eltonian niche
 - (3) Eltonian 區位和競爭排除原則 The Eltonian niche and the competitive exclusion principle
 - (4) 整合 Elton's 與 Grinnell's 區位觀念 Attempts to synthesise Elton's and Grinnell's niche

concepts

- (5) Grinnellian 區位的量化 Quantification of the Grinnellian niche
- (6) 沿著環境梯度的物種豐量度格局：連續的觀念 Patterns of species abundance along environmental gradients: the continuum concept
- (7) 結論 Concluding comments

6 植被－環境的關係 Vegetation-environment relations

- (1) 環境中有關大尺度植被格局的歷史根源 Historical roots of relating large-scale vegetation pattern to the environment
- (2) 植被－環境關係的全球分類 Global classifications vegetation-environment relations
- (3) 植物對環境的適應性 Adaptation of plants to the environment
- (4) 結論 Concluding comments

7 自然地景的鑲嵌理論 The mosaic theory of natural landscapes

- (1) 植被動態的鑲嵌觀念 The mosaic concept of vegetation dynamics
- (2) 物種在鑲嵌地景的角色 Roles of species on mosaic landscapes
- (3) 森林鑲嵌體的孔隙動態 Gap dynamics in the forest mosaic
- (4) 結論 Concluding comments

第三部份 生態系模式 ECOSYSTEM MODELS

8 個體模式 Individual-based models

- (1) 生態學中個體模式的發展 Development of individual-based models in ecology
- (2) 植物／動物族群的個體模式 Individual-based models of plant and animal populations
- (3) 孔隙模式 Gap models
- (4) 孔隙模式的測驗 Tests of gap models
- (5) 不同孔隙模式的比較 Comparisons of different gap models
- (6) 結論 Concluding comments

9 孔隙模式的結果（影響）Consequences of gap models

- (1) 族群層級的生態結果 Ecological consequences at the population level
- (2) 地景層級的孔隙模式結果 Consequences of gap models at the landscape level
- (3) 結論 Concluding comments

10 地景模式 Landscape models

- (1) 鑲嵌地景模式 Mosaic landscape models
- (2) 互動式的鑲嵌模式與空間模式 Interactive mosaic models and spatial models
- (3) 均質性的地景模式 Homogeneous landscape models
- (4) 結論 Concluding comments

第四部份 全球變遷的評估 EVALUATION OF GLOBAL CHANGE

11 鑲嵌地景模式 Mosaic landscape models

- (1) 應用植物地理模式評估氣候變遷 The application of phytogeographical models to assess climate change effects
- (2) 應用 Grinnellian 區位觀念去評估氣候改變的影響 The application of Grinnellian niche concepts to assess climate change effects
- (3) 應用孔隙模式評估鑲嵌地景的改變 The application of gap models to assess change on mosaic landscapes
- (4) 以孔隙模式模擬不同氣候的植被改變的格局 Simulating patterns of vegetation change under altered climates with gap models
- (5) 孔隙模式與其他模擬環境變遷方法的一致性比較 Consistency comparison of gap models with other approaches to modeling environmental change
- (6) 結論 Concluding comments

12 考慮空間交互作用的地景模式 Spatially interactive landscape models

- (1) 地景尺度在互動地景的影響 Effects of landscape scale in interactive landscapes
- (2) 環境變遷下的生態過度帶動態 Ecotone dynamics under environmental change
- (3) 模擬互動式的地景動態 Modeling interactive landscape dynamics
- (4) 包括潛在空間動態的全球碳預算 The global carbon budget including potential spatial dynamics
- (5) 結論 Concluding comments

13 均勻相的地景模式 Homogeneous landscape models

- (1) 使用物質轉換模式的初期結果 Initial results using material transfer models
- (2) 應用於洲（大陸）尺度的物質轉換模式 Material transfer models applied at continental scales
- (3) 洲尺度的冠層過程模式 Canopy process models at continental scales
- (4) 陸域生態系的洲（大陸）尺度改變：均勻地景模式間執行效率的比較 Continental-scale changes in terrestrial ecosystems: a performance comparison among homogeneous landscape models
- (5) 結論 Concluding comments

14 全球變遷 Global change

- (1) 全球環境變遷對地球陸域生物相的影響 Effects of global environmental change on the Earth's terrestrial biota
- (2) 陸域表面和其與大氣的交感（互）作用 The terrestrial surface and its interactions with the atmosphere
- (3) 人類社會對全球變遷的適應性 Human society's adaptability to global change
- (4) 結論 Concluding comments

參考 Reference

索引 Index

表14-5

Sucession model.xls
2004/10/20製2012/12/26印

種類	年齡結構	雜異度	空間	文獻	演替模式	樹種或林型
林木	同齡	純林	空間配置	Nownham 1964 Lee 1967 Mitchell 1969 Lin 1970 Bella 1971 Hatch 1971 Hegti 1974 Lin 1974		Pseudotsuga menziesii Pinus contorta Picea glayca Tsuga heterophylla Populus tremuloides Pinus resinosa Pinus banksiana Pseudotsuga menziesii Tsuga heterophylla
				Clutter 1963 Curtis 1967 Dress 1970 Goulding 1972 Sullivan & Clutter 1972 Burkhart & Strub 1974 Clutter 1974 Elfving 1974		Pinus foeda Pseudotsuga menziesii Pseudotsuga menziesii Pinus foeda Pinus foeda Pinus rodinata Pinus sylvestris
				Soloman 1974		Northern Hardwood forest
				Adtard 1974 Arney 1974 Mitchell 1975		Pinus patula Copressus spp Pseudotsuga menziesii Pseudotsuga menziesii
				Bosch 1971 Namkoong & Roberts Suzuki & Umemura 1974		Sequora sempervirens Sequora sempervirens Chamoecyparis spp
				Leak 1970 Farcier 1975 Horn 1976 Noble & Statyer 1980		Northern Hardwood Forest Northern Hardwood Forest Northern Hardwood Forest Tasmanian Wet Sclerophyll
	異齡	純林	非空間配置			
		混淆林	空間配置	Ek & Monserud 1970		Northern Hardwood Forest
				Waggoner & Stephens 1970		Northern Hardwood Forest
空間	異齡	混淆林	垂直空間	Borkin et al 1972 Shugart & West 1977 Mielke et al 1978 Tharp 1978 Shugart & Noble 1980 Shugart et al 1980		Northern Hardwood Forest Southern Appalachian Forest upland Pine-Oak Forest Mississippi Floodplain Forest Montane Eucalyptus Forest Tropical Rainforest
森林	同齡	純林	非空間配置	Hool 1966 Olson & Christofolom 1966 Moser & Hall 1969 Shugart et al 1973 Johnson & Sharpe 1976 Wilkins 1977		Northern Hardwood Forest Southern Appalachian Forest Northern Hardwood Forest Forests in Upper Michigan Forests in Georgia Piedmont Forests in Tasmania
				現金大部分使用於 森林之收穫表		



生長收穫學平時考試

Chap 17

學號：

姓名：

時間：2000/6/5

1. 模式的目的？模式的特性？
2. 模式的種類？生長模式屬於何種？
3. 森林生長模式分為幾類？為何？
4. 實驗模式？漸近線函數式？有何不同？
5. (1) $\frac{dW}{dt} = a_0 + b_0t + c_0t^2$ (2) $W = A(1 - B \exp - kt)^{\frac{1}{1-m}}$ (3) $\frac{dV}{V} = \frac{kd}{A}$ 各屬第 4 題的那類模式？
6. 生長(growth)與收穫(yield)各指何生長量？且其關係如何？
7. Bertalanffy 模式 $\frac{dW}{dV} = nW^m - kW$ 式的意義？
8. 絕對生長量(Absolute grow rate, AGR)與相對生長量(Relative growth rate, RGR)，各指何？
9. Richards 生長函數 $W = A(1 - B \exp - kt)^{\frac{1}{1-m}}$ 與 Mitschlich、Logistic、Gompertz 之關係？
10. Schnute 模式與 Richards-Chaperman 模式有何異同？
11. Shanon & Wiener 歧異度指數？Simpson 歧異度指數？
12. 同齡林、人工林，何謂直徑分布之林分結構(Stand structure)？同齡林、人工林的直徑分布是什麼型？天然林的直徑分布又是什麼型？
13. 用 Weibull pdf $[f(x, \theta)]$ 描述直徑分布，母數 θ 為 a 、 b 、 c ，請問其 a 、 b 、 c 代表何幾何意義？Weibull pdf： $f(x, \theta) = \left(\frac{c}{b}\right) \left\{ \left(\frac{x-a}{b}\right)^{c-1} \exp \left[- \left(\frac{x-a}{b}\right)^c \right] \right\}$ $\infty > x \geq a, b > 0, c > 0$
14. 適合度(goodness of fit)測驗目的何在？